



FACULTAD DE INGENIERÍA

Universidad Nacional del Comahue

Doctorado en Enseñanza de las Ciencias Exactas, Mención en Matemática

Significados institucionales atribuidos al Cálculo Diferencial e Integral en Ingeniería Química

Postulante: *Prof. Mariano FERREYRO*

Director: *Dr. Marcel David POCHULU*

Codirectores: *Dra. Bettina BRAVO y Dr. Lisandro CURIA*

Agradecimientos

La culminación de esta tesis ha sido posible gracias al acompañamiento, el cariño y el compromiso de muchas personas que estuvieron presentes a lo largo de este camino.

En primer lugar, quiero agradecer profundamente a mi familia, por su apoyo incondicional en cada etapa de esta trayectoria. En especial, a mis padres, Miguel y Patricia, por enseñarme el valor del esfuerzo, la constancia y por estar siempre, incluso en la distancia o en el silencio. También a mi tía Sarita, quien me acompañó con el mismo amor y dedicación. Su presencia fue fundamental en este camino, y su recuerdo me sigue impulsando.

A mis directores, Marcel y Betina, por haber confiado en mí desde el inicio, por su guía atenta, su paciencia y su compromiso académico y humano. Gracias por haberme acompañado en cada momento, por sus lecturas, sugerencias y también por los espacios de conversación que enriquecieron tanto esta tesis como mi formación.

Al equipo docente del Doctorado en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales, por sus enseñanzas, orientaciones y por haber creado un espacio de formación tan enriquecedor.

A los docentes y graduados de la Facultad de Ingeniería, que con generosidad participaron en esta investigación. Sin sus aportes, este trabajo no hubiera sido posible.

A las autoridades de la Facultad de Ingeniería por haber apoyado y facilitado el desarrollo de este proyecto de tesis.

A mis amistades, por estar presentes, por alentarme, escucharme y compartir conmigo alegrías, frustraciones y aprendizajes.

Y, a Leo, mi compañero de vida, por su amor, por sostenerme en los días difíciles, celebrar cada logro conmigo y caminar a mi lado con generosidad, ternura y coraje.

A todas las personas que, de una u otra forma, formaron parte de este proceso: gracias.

Índice

Resumen	8
1. Introducción.....	10
2. Delimitación del problema.....	12
3. Estado del arte: Análisis de documentos oficiales y artículos de divulgación científica	13
3.1. Revisión de documentos oficiales: Orientaciones para la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería.....	14
3.1.1. Marco Nacional: El Rol del CONFEDI y la CONEAU	15
3.1.2. Marco regional e internacional	16
3.1.3. Síntesis de los documentos analizados	17
3.1.4. Conclusión y brechas identificadas	19
3.2. Revisión y discusión crítica de la literatura académica sobre la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería.....	19
3.2.1. Críticas al enfoque tradicional	19
3.2.2. Currículo basado en competencias y modelización matemática	20
3.2.3. Hacia una enseñanza contextualizada.....	21
3.2.5. Aportes desde el EOS en la definición de los significados del cálculo diferencial e integral	22
3.2.4. Retos y oportunidades futuras	23
3.2.6. Enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral en carreras de ingeniería	24
3.3. Reflexiones sobre el estado del arte.....	26
4. Marco Teórico.....	27
4.1. Introducción general al EOS.....	27
4.2. Prácticas matemáticas: Una perspectiva epistemológica.....	28

4.2.1. Los sistemas de prácticas matemáticas.....	29
4.2.2. Relatividad institucional y contextualidad del conocimiento matemático	30
4.2.3. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis.....	30
4.3. Tipología de Significados en el EOS.....	30
4.3.1. Significados institucionales	31
4.3.2. Significados personales	32
4.3.3. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis.....	34
4.4. Objetos matemáticos y su articulación con las prácticas: Una perspectiva ontológica	35
4.4.1. Los Niveles de organización de los objetos matemáticos en el EOS	36
4.4.2. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis.....	39
4.5. Comprensión matemática y conflictos semióticos	40
4.5.1. Conflictos semióticos.....	40
4.5.2. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis.....	41
5. Objetivos y preguntas de investigación	42
6. Metodología de investigación.....	43
6.1. Primera fase: Construcción del significado institucional de referencia del cálculo diferencial e integral.....	46
6.1.1 Estudio 1: La percepción de profesionales en ejercicio sobre las prácticas y objetos primarios matemáticos necesarios para su perfil profesional	47
6.1.2. Estudio 2: Análisis de prácticas matemáticas en trabajos finales de Ingeniería Química	50
6.2. Segunda fase: Análisis de los significados institucionales pretendidos	50
6.3. Tercera fase: Identificación de los significados institucionales implementados en las prácticas de enseñanza	51
6.4. Cuarta fase: Identificación de los significados institucionales promovidos en la evaluación.....	52

6.5. Quinta fase: Análisis comparativo de los significados pretendidos, implementados y evaluados.....	52
6.6. Sexta fase: Contraste entre el significado institucional de referencia y los significados promovidos en la formación.....	54
7. Primera fase. Definición de significados institucionales de referencia	56
7.1. PRIMER ESTUDIO. La percepción de profesionales en ejercicio sobre las prácticas y objetos primarios matemáticos necesarios para su perfil profesional	57
7.1.1. Objetivo	57
7.1.2. Metodología del estudio	57
7.1.3. Resultados.....	57
7.1.4. Análisis de resultados	62
7.2. SEGUNDO ESTUDIO. Análisis de prácticas matemáticas en trabajos finales de Ingeniería Química	65
7.2.1. Objetivos.....	65
7.2.2. Metodología	65
7.2.4. Resultados.....	66
7.2.5. Análisis de los resultados.....	117
7.3. Construcción de los significados referenciales del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química	120
7.3.1. Problemáticas centrales que requieren el uso del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química	121
7.3.2. Prácticas matemáticas necesarias en la resolución de estas problemáticas	122
7.3.3. Objetos matemáticos primarios	123
7.3.4. Categorías: Significados referenciales de cálculo en Ingeniería Química	123
8. Significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados.....	125

8.1 Segunda Fase: Significados pretendidos por docentes de Cálculo en la FIO	125
8.1.1, Objetivos.....	126
8.1.2. Metodología del estudio	126
8.1.3. Resultados.....	126
8.1.4. Análisis de resultados	136
8.2. Tercera Fase: Significados implementados por docentes de Cálculo en la FIO.....	137
8.2.1. Objetivos.....	137
8.2.2. Cuestiones metodológicas	137
8.2.3. Resultados.....	138
8.2.4. Análisis de resultados	160
8.2.6. Reflexión sobre los significados implementados	161
8.3. Cuarta Fase: Significados evaluados por docentes de Cálculo en la FIO...	162
8.3.1. Objetivo	162
8.3.2. Cuestiones metodológicas	162
8.3.3. Resultados.....	163
8.3.4. Análisis de resultados	193
8.3.5. Reflexión sobre los significados evaluados	194
8.4. Quinta Fase: Análisis comparativo de significados institucionales del Cálculo diferencial e integral en la FIO.....	195
8.4.1. Objetivos.....	196
8.4.2. Cuestiones metodológicas	196
8.4.3. Resultados.....	196
8.4.4. Análisis de resultados	215
8.4.5. Reflexión de cierre: Tensiones entre los significados institucionales del cálculo en la FIO.....	216

8.4.6. Categorías: significados institucionales de la FIO según lo implementado y evaluado.....	217
9. Sexta fase: Comparación del significado referencial con los significados institucionales en la FIO	218
9.1. Objetivo	219
9.2. Cuestiones metodológicas	219
9.3. Resultados y análisis de resultados.....	219
10. Conclusiones, aportes y proyecciones del estudio.....	221
10.1. Proyecciones	225
11. Referencias bibliográficas.....	226
12. Anexos	230

Resumen

Esta tesis doctoral analiza los significados institucionales atribuidos al Cálculo Diferencial e Integral en la carrera de Ingeniería Química de la Facultad de Ingeniería de Olavarría (FIO). Como primer paso, se construye un significado institucional de referencia, basado en el análisis de publicaciones científicas, documentos oficiales, entrevistas a ingenieros¹ químicos en ejercicio y trabajos finales de carrera. Esta construcción constituye el principal aporte teórico-metodológico del estudio. A continuación, se desarrolla un estudio de caso centrado en la FIO, mediante el cual se identifican y analizan los significados pretendidos, implementados y evaluados en las asignaturas Matemática I y II. El análisis, guiado por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, permite comparar estos significados entre sí y con el de referencia, identificando coincidencias, tensiones y su pertinencia en la formación del ingeniero¹ químico.

Palabras clave: Enfoque Ontosemiótico, cálculo diferencial e integral, significados institucionales, ingeniería química, enseñanza de la matemática.

Abstract

This doctoral dissertation analyzes the institutional meanings attributed to Differential and Integral Calculus in the Chemical Engineering program at the Faculty of Engineering of Olavarría (FIO). The first step consists in constructing an institutional reference meaning, based on the analysis of scientific publications, official documents, interviews with practicing chemical engineers, and final degree projects. This construction constitutes the main theoretical–methodological contribution of the study. Subsequently, a case study focused on FIO is developed, through which the intended, implemented, and evaluated meanings in the courses Mathematics I and Mathematics II are identified and analyzed. The analysis, guided by the Onto-Semiotic Approach to Mathematical Knowledge and Instruction, enables a comparison of these meanings with each other and with the reference meaning, identifying consistencies, tensions, and their relevance for the education of chemical engineers.

¹ A efectos de facilitar la fluidez de la lectura, en esta tesis se optó por el uso del masculino genérico, entendido como una forma gramatical que incluye a todos los géneros. Esta decisión responde a criterios de estilo y no implica, en modo alguno, desconocimiento de la diversidad de identidades de género ni de la importancia del lenguaje inclusivo.

Keywords: Ontosemiotic Approach, differential and integral calculus, institutional meanings, Chemical Engineering, mathematics education.

1. Introducción

La enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería es fundamental para formar profesionales capaces de enfrentar los retos técnicos y científicos que plantea el mundo contemporáneo. Históricamente, esta disciplina ha evolucionado desde enfoques centrados en la transmisión de contenidos teóricos hacia modelos educativos que priorizan el desarrollo de competencias prácticas y habilidades transferibles. Esta evolución responde a la necesidad de alinear los contenidos matemáticos con las demandas del perfil profesional de un ingeniero, promoviendo una enseñanza contextualizada y orientada a la resolución de problemas.

La importancia de la matemática en la formación de ingenieros radica en su capacidad para modelar y resolver problemas que surgen en la aplicación de las ciencias y las tecnologías. No obstante, no basta con su mera presencia en los planes de estudio; es necesario construir su significado en relación con las necesidades profesionales. Pita, Añino, Ravera, Miyara, Merino y Escher (2011) destacan que:

Se ha popularizado la idea de que la Matemática está en todos lados, pero esto no es tan taxativo. Dicho de otra manera, no es simplemente que está, sino que hay que hallarla, aprovechando sus métodos y procedimientos en la formación del estudiante de Ingeniería (p. 9).

En Argentina, la Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU) establece que los planes de estudio de las carreras de ingeniería deben integrarse adecuadamente para desarrollar las competencias necesarias en la identificación y solución de problemas abiertos de ingeniería. Estos problemas, reales o hipotéticos, requieren la aplicación de conocimientos de ciencias básicas y tecnologías, y son considerados indicadores de la calidad educativa que brinda la universidad (Ministerio de Educación, 2001).

Diversos estudios proponen principios y lineamientos generales para la enseñanza de la matemática con el fin de formar profesionales idóneos. Pita et al. (2011) abogan por una enseñanza atractiva que mejore las condiciones de aprendizaje, orientada a formar estudiantes hábiles en la identificación y formulación de problemas de ingeniería. Jóver (2003) enfatiza la exploración de métodos heurísticos en la resolución de problemas, mientras que Méndez (2010) sostiene que las ciencias básicas impulsan al estudiante de

ingeniería a ser creativo e innovador, cualidades indispensables para enfrentar problemas del mundo real.

Sin embargo, persisten cuestionamientos sobre qué contenidos y enfoques pedagógicos son más adecuados para satisfacer las demandas profesionales. Este debate se enmarca en tendencias globales, como el enfoque por competencias, que busca garantizar que los estudiantes no solo adquieran conocimientos técnicos, sino también la capacidad de movilizarlos en contextos reales. Según Perrenoud (2009), este enfoque busca "potenciar los planes de formación, teniendo en cuenta, además de los saberes, la capacidad de transferirlos y movilizarlos en contextos prácticos" (p. 46).

No obstante, este enfoque ha sido objeto de debates dentro del campo de la didáctica, especialmente en relación con su implementación en disciplinas como la matemática (Otero, 2019), cuestión que será retomada más adelante.

En este contexto, surgen interrogantes clave para orientar la enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería, como:

- ¿Qué significados matemáticos se promueven realmente cuando se enseña cálculo en una carrera de ingeniería?
- ¿De qué manera estos significados dialogan con las demandas del campo profesional?

Para responder a estas cuestiones, esta investigación adopta el EOS (Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática) que permite analizar la construcción de significados institucionales en la enseñanza de la matemática. Desde esta perspectiva, se ha construido un significado de referencia del cálculo diferencial e integral para la formación de ingenieros, integrando diversas fuentes que permiten establecer qué conocimientos y prácticas deberían desarrollarse en función de las necesidades profesionales. A partir de esta base, se analizan los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en la FIO, con el objetivo de contrastarlos con el significado referencial y evaluar en qué medida responden a las demandas de la formación del ingeniero químico.

Si bien este estudio tiene como punto de partida el análisis de los significados institucionales en la FIO, sus hallazgos trascienden este contexto. A partir de la comparación entre el significado referencial y los significados construidos en dicha institución, se propone un modelo teórico-metodológico que permite definir significados

de referencia en carreras no matemáticas, identificando los conocimientos y prácticas matemáticas esenciales en función de las demandas profesionales de cada disciplina.

Así, esta investigación no solo permite comprender cómo se configura la enseñanza del cálculo diferencial e integral en un contexto institucional particular, sino que también brinda herramientas para construir significados de referencia en distintas carreras, especialmente aquellas en las que la formación matemática juega un papel central en la preparación profesional.

En síntesis, esta tesis aporta un marco analítico para la construcción de significados de referencia, permitiendo evaluar en qué medida los conocimientos y prácticas matemáticas enseñadas responden a las exigencias del ejercicio profesional.

2. Delimitación del problema

La presente investigación se centra en la enseñanza del Cálculo Diferencial e Integral en la carrera de Ingeniería Química de la FIO, perteneciente a la Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires. Dado que el investigador forma parte de esta institución, se toma como caso de estudio para analizar los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en la carrera de Ingeniería Química.

La FIO ofrece cinco carreras de ingeniería: Ingeniería Química, Ingeniería Civil, Ingeniería Electromecánica, Ingeniería Industrial e Ingeniería en Agrimensura. Todas estas especialidades comparten un ciclo común dentro del bloque de Ciencias Básicas, el cual incluye asignaturas como Matemática I, Matemática II, Matemática III, Física I, Física II y Química Tecnológica, entre otras.

Dentro del amplio espectro de contenidos que se enseñan en este ciclo común, se ha optado por enfocar esta investigación en el cálculo diferencial e integral por dos razones principales. En primer lugar, porque estos objetos matemáticos son fundamentales en la formación de ingenieros al proporcionar herramientas esenciales para la modelización y resolución de problemas complejos en diversas ramas de la ingeniería, particularmente en Ingeniería Química, donde procesos como balances de materia y energía, cinética de reacciones químicas y diseño de reactores dependen directamente de estos conocimientos (Camarena Gallardo, 2010). En segundo lugar, el investigador cuenta con experiencia en la enseñanza de estas asignaturas, lo que permite un análisis detallado de cómo se construyen

y movilizan los significados matemáticos en el aula, facilitando un estudio más fundamentado.

Este estudio se enmarca en un contexto curricular en transformación, ya que la FIO ha implementado un nuevo plan de estudios alineado con las directrices del Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI) y está transitando una evaluación institucional por parte de la CONEAU. En este marco, resulta clave analizar cómo estos cambios han influido en la enseñanza y evaluación del cálculo diferencial e integral, y si han generado nuevas tensiones o transformaciones en la construcción de significados matemáticos en la formación del ingeniero químico.

La justificación del tema también se encuentra respaldada por los descriptores de conocimiento propuestos por el CONFEDI, que incluyen al cálculo diferencial e integral como contenidos esenciales para el desarrollo de competencias profesionales. Esta investigación busca analizar qué significados del cálculo diferencial e integral se ponen en juego en la enseñanza y evaluación en la carrera de Ingeniería Química de la FIO. Además, se examinan las tensiones y conflictos semióticos que emergen al comparar estos significados institucionales con el significado de referencia construido para la formación del ingeniero químico, entendidos como desajustes entre prácticas, representaciones y significados, cuya caracterización será desarrollada en el marco teórico.

3. Estado del arte: Análisis de documentos oficiales y artículos de divulgación científica

El estado del arte presentado en esta investigación tiene como objetivo analizar críticamente las tendencias, enfoques y desafíos en la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería, con un énfasis particular en el cálculo diferencial e integral. A través de la revisión de la literatura académica y de documentos oficiales, se examinan las orientaciones curriculares y los significados matemáticos promovidos en distintos marcos institucionales, con el fin de comprender cómo estos se articulan con la formación del futuro ingeniero.

En las últimas décadas, los investigadores han destacado la importancia de transitar de una enseñanza centrada en procedimientos algorítmicos descontextualizados hacia enfoques que promuevan un aprendizaje significativo, contextualizado y basado en competencias. Este cambio de paradigma implica superar la desconexión histórica entre el

conocimiento matemático teórico y su aplicación práctica, un problema recurrente que ha limitado la formación integral de los ingenieros.

El estado del arte también examina las críticas sobre qué y cómo enseñar, los desafíos en el diseño e implementación de currículos basados en competencias y la relevancia de estrategias como la modelización matemática y la integración de tecnologías como recursos didácticos y mediadores de aprendizaje. Además, se destaca el aporte del EOS, que proporciona herramientas teóricas para analizar los significados del cálculo diferencial e integral a partir de las configuraciones epistémicas que emergen de sistemas de prácticas matemáticas.

La estructura de este estado del arte está organizada en varias secciones que abordan, en primer lugar, las críticas a los enfoques tradicionales en la enseñanza de la matemática en ingeniería, particularmente aquellos centrados en la transmisión de conocimientos teóricos y en la resolución algorítmica de ejercicios descontextualizados. Finalmente, se examina el papel del cálculo diferencial e integral en la formación del ingeniero, destacando su relación con el desarrollo de significados matemáticos y su vinculación con problemáticas del ámbito profesional desde la perspectiva del EOS.

Esta revisión permite identificar las principales tendencias y enfoques en la enseñanza del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros, evidenciando tensiones y desafíos en la articulación entre el conocimiento matemático y su aplicación en contextos profesionales. Asimismo, establece un marco de referencia para el análisis de los significados institucionales del cálculo en distintos niveles del currículo, proporcionando insumos para el desarrollo de esta investigación.

3.1. Revisión de documentos oficiales: Orientaciones para la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería

Los documentos oficiales que regulan la enseñanza de la matemática en las carreras de ingeniería constituyen un marco esencial para orientar la formación de los futuros profesionales, asegurando su alineación con las demandas del ejercicio profesional y las especificidades de cada especialidad. En este contexto, tanto a nivel nacional como internacional, diferentes organismos establecen lineamientos claves que orientan el diseño curricular y las estrategias de enseñanza.

3.1.1. Marco Nacional: El Rol del CONFEDI y la CONEAU

El Libro Rojo del CONFEDI

El Consejo Federal de Decanos de Ingeniería (CONFEDI) ha sido un actor clave en la definición de los lineamientos educativos para la formación de ingenieros en Argentina. En particular, sus documentos han enfatizado la necesidad de una educación que no solo transmita conocimientos disciplinares, sino que también prepare a los futuros profesionales para enfrentar problemas complejos en contextos reales.

En este sentido, el documento *El Enfoque por Competencias en las Ciencias Básicas* (CONFEDI, 2014) plantea que la formación universitaria debe responder a un escenario en constante cambio, en el cual las demandas hacia los egresados han evolucionado. Se señala que “el mundo cambió y sigue cambiando, y la sociedad actual exige más a la Universidad; no solo exige la formación profesional (el ‘saber’), sino también, la dotación de competencias profesionales a sus egresados (el ‘saber hacer’)” (CONFEDI, 2014, p. 5). Bajo esta perspectiva, la enseñanza de la matemática en ingeniería no puede limitarse a la transmisión de técnicas y procedimientos, sino que debe propiciar su aplicación en la resolución de problemas propios de la profesión.

El *Libro Rojo* (CONFEDI, 2018) retoma y profundiza este enfoque, consolidando un modelo educativo basado en competencias y estableciendo estándares orientados a garantizar una formación alineada con las exigencias del ejercicio profesional. En este marco, se plantea la necesidad de “actualizar y consolidar el actual modelo de formación de ingenieros, consolidar un modelo de aprendizaje centrado en el estudiante, definir un modelo comparable internacionalmente y establecer un enfoque basado en competencias y descriptores de conocimiento” (CONFEDI, 2018, p. 17). Dentro de estos descriptores de conocimiento, la matemática ocupa un lugar central en la formación del ingeniero. El documento destaca como áreas fundamentales el cálculo diferencial e integral, el álgebra lineal, la geometría analítica, el análisis numérico, las ecuaciones diferenciales y la probabilidad y estadística, todas ellas esenciales para el desarrollo de competencias vinculadas a la modelización matemática y la resolución de problemas en ingeniería (CONFEDI, 2018). Sin embargo, aunque estos contenidos forman parte del currículo obligatorio, el *Libro Rojo* no define con precisión el nivel de profundidad con el que deben ser abordados ni establece criterios específicos para su enseñanza.

Como resultado, y en concordancia con lo analizado en Pochulu, D'Andrea y Ferreyro (2019), el Libro Rojo presenta una notable carencia de directrices sobre el nivel de profundidad requerido para abordar estos contenidos y las estrategias pedagógicas adecuadas para su enseñanza, lo que puede dar lugar a interpretaciones divergentes y disparidades en su implementación.

Estándares de Acreditación de la CONEAU

La Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria (CONEAU), a través de sus estándares, busca garantizar la calidad educativa en las carreras de ingeniería en Argentina. Estos lineamientos enfatizan el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico-matemático, modelización de fenómenos y resolución de problemas prácticos. Según la CONEAU (2015), el currículo debe promover la integración de conocimientos matemáticos con problemas reales, conectando las ciencias básicas con aplicaciones específicas de la ingeniería.

A pesar de su relevancia, estos estándares enfrentan limitaciones similares a las del CONFEDI. Por ejemplo, Moler (2009) señala que el proceso de acreditación de las carreras de ingeniería ha tenido un impacto positivo; sin embargo, es necesario realizar análisis más profundos que contribuyan a detectar impactos más específicos en la comunidad universitaria de ingeniería. Además, Araujo y Trotta (2011) destacan que, aunque la Ley de Educación Superior legalizó las prácticas de evaluación y acreditación universitaria en Argentina, persisten desafíos en la implementación efectiva de estos procesos. Estas observaciones evidencian la necesidad de orientaciones más claras sobre la articulación de los contenidos matemáticos con disciplinas aplicadas y la implementación de metodologías concretas para evaluar competencias.

3.1.2. Marco regional e internacional

Lineamientos de ASIBEI

La Asociación Iberoamericana de Instituciones de Enseñanza de la Ingeniería (ASIBEI) promueve la colaboración regional para fortalecer la formación de ingenieros en Iberoamérica. En sus directrices, ASIBEI enfatiza la necesidad de contextualizar la enseñanza de la matemática en problemas reales, integrando conceptos teóricos con aplicaciones prácticas. Según el documento *Competencias y Perfil del Ingeniero Iberoamericano* (ASIBEI, 2017), la formación en ingeniería debe propiciar el desarrollo de competencias que permitan “utilizar principios científicos, matemáticos y tecnológicos

para comprender y resolver problemas de la realidad iberoamericana” (p. 22). Este enfoque busca responder a los desafíos tecnológicos y sociales de la región.

Sin embargo, aunque ASIBEI destaca la importancia de esta integración, no se presentan directrices metodológicas detalladas sobre cómo llevarla a cabo en los planes de estudio. En este sentido, el mismo documento señala que cada institución debe "definir y adaptar estrategias pedagógicas que favorezcan la relación entre el conocimiento teórico y su aplicación en contextos reales" (ASIBEI, 2017, p. 45), lo que implica que la responsabilidad de su implementación queda a criterio de cada universidad.

Enfoque Global de la WFEO

La Federación Mundial de Organizaciones de Ingeniería (WFEO) establece lineamientos globales que vinculan la formación de ingenieros con los Objetivos de Desarrollo Sostenible (ODS). En particular, su documento *Engineering 2030 Plan* (WFEO, 2020) resalta que la enseñanza de la matemática es fundamental para el desarrollo de soluciones innovadoras en áreas como sostenibilidad, energía y tecnología avanzada. Se afirma que "la capacidad de modelización matemática y análisis de datos será clave para que los ingenieros aborden los desafíos del siglo XXI" (WFEO, 2020, p. 30).

A diferencia de los documentos nacionales y regionales, los lineamientos de la WFEO son más específicos en cuanto a los desafíos contemporáneos que enfrenta la ingeniería. No obstante, también reconocen que "la implementación efectiva de estos estándares dependerá de la capacidad de cada institución y país para integrar estos principios en sus programas académicos" (WFEO, 2020, p. 52). Esto evidencia la necesidad de adaptar estos enfoques globales a los contextos educativos locales, asegurando que la enseñanza de la matemática no solo sea rigurosa, sino también relevante para la práctica profesional de los ingenieros.

3.1.3. Síntesis de los documentos analizados

El análisis de los documentos oficiales que regulan la enseñanza de la matemática en ingeniería, tanto a nivel nacional como internacional, revela una serie de tendencias comunes y limitaciones que impactan en la formación matemática de los futuros ingenieros. Estos documentos coinciden en señalar que la matemática es un pilar fundamental en el currículo de ingeniería, especialmente en áreas como cálculo diferencial e integral, álgebra lineal, geometría analítica, análisis numérico, ecuaciones diferenciales y probabilidad y estadística. Estas áreas se consideran esenciales para el desarrollo de

competencias en modelización matemática y resolución de problemas en contextos de ingeniería (CONFEDI, 2018; CONEAU, 2015).

¿Qué enseñar?

Los documentos analizados coinciden en la necesidad de enseñar contenidos matemáticos fundamentales, destacando el cálculo diferencial e integral como un núcleo esencial debido a sus aplicaciones directas en el modelado y análisis de fenómenos dinámicos en ingeniería. En particular, en el campo de la Ingeniería Química, estas aplicaciones incluyen la simulación de reacciones químicas, balances de materia y energía, y optimización de procesos industriales (Camarena Gallardo, 2010). Esta orientación hacia la aplicación práctica subraya la necesidad de una formación matemática que trascienda los algoritmos y fomente el razonamiento aplicado (López-Gay y Rodríguez, 2018).

¿Cómo enseñar?

En cuanto a las estrategias de enseñanza, se destaca la necesidad de contextualizar los contenidos matemáticos en problemas reales y promover una articulación interdisciplinaria con las demás áreas de la ingeniería. Tanto el Libro Rojo del CONFEDI (2018) como los Estándares de CONEAU (2015) recomiendan enfocar la enseñanza en competencias que integren conocimientos teóricos con habilidades prácticas. Asimismo, el Engineering 2030 Plan de la WFEO (2020) enfatiza la modelización matemática como una metodología clave para conectar la teoría con situaciones complejas del ámbito profesional, destacando el uso de herramientas tecnológicas para la simulación y análisis de datos en la ingeniería contemporánea. Sin embargo, se observa una ausencia de lineamientos específicos sobre cómo implementar estas metodologías de manera efectiva en el aula, lo que genera disparidades en la aplicación de estas recomendaciones.

¿Para qué enseñar?

El propósito subyacente en todos los documentos es preparar a los futuros ingenieros para enfrentar problemas complejos en contextos reales, desarrollando competencias profesionales que les permitan interpretar fenómenos dinámicos, tomar decisiones fundamentadas y optimizar procesos industriales. En particular, en el campo de la Ingeniería Química, se enfatiza que la enseñanza del cálculo diferencial e integral debe estar orientada a resolver problemas técnicos específicos, como el control de reacciones químicas, la transferencia de calor y la eficiencia en el uso de recursos energéticos (Camarena Gallardo, 2010; Alsina, 2020).

3.1.4. Conclusión y brechas identificadas

Si bien los documentos oficiales establecen la importancia de la matemática en el currículo y su vinculación con problemas reales, no brindan directrices específicas sobre el nivel de profundidad con el que deben abordarse estos contenidos ni sobre estrategias metodológicas concretas para su enseñanza. Como consecuencia, la implementación de estos lineamientos queda sujeta a la interpretación de cada institución y docente, lo que puede derivar en dificultades en la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en contextos de ingeniería (tal como se discute en el próximo apartado). Esta ausencia de precisión plantea interrogantes sobre qué significados matemáticos se construyen realmente en las aulas de ingeniería, y en qué medida estos se alinean con las demandas del campo profesional.

Estas brechas justifican la pertinencia de esta investigación, la cual busca analizar los significados institucionales atribuidos al cálculo diferencial e integral en la carrera de Ingeniería Química, con el fin de identificar las brechas entre los significados pretendidos, implementados y evaluados, y mejorar la enseñanza de la matemática en ingeniería, alineándola con las exigencias del ejercicio profesional.

3.2. Revisión y discusión crítica de la literatura académica sobre la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería

El análisis realizado sobre los documentos oficiales abre el camino para una discusión crítica más amplia sobre los enfoques y estrategias que la literatura académica propone en relación con la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería. La conexión entre los lineamientos oficiales y las propuestas teóricas de la literatura es crucial para identificar vacíos y oportunidades de mejora en la formación de ingenieros. En el siguiente apartado, se explora esta visión crítica, considerando aportes relevantes de la investigación educativa.

3.2.1. Críticas al enfoque tradicional

La desconexión entre la enseñanza tradicional de la matemática y las competencias necesarias para la práctica profesional es una de las críticas más recurrentes en la literatura. Este enfoque, centrado en la transmisión de conocimientos abstractos y procedimientos descontextualizados, ha sido señalado como insuficiente para preparar a los estudiantes en la resolución de problemas reales. Así, ya a comienzos de siglo, Coll y Rodríguez

Zambrano (2007) proponían que “el sistema educativo debe preparar a los estudiantes no solo en conocimientos abstractos, sino en competencias prácticas que les permitan aplicar esos conocimientos en situaciones concretas” (p. 115). Gimeno Sacristán (2008) reforzó esta idea, argumentando que “la enseñanza tradicional no responde a las necesidades formativas del ingeniero, cuyo trabajo demanda un enfoque aplicado y contextualizado” (p. 92).

Aunque este modelo ha mostrado ser valioso en la construcción de una base teórica sólida, la literatura destaca que su implementación ha sido lenta y desigual entre países e instituciones. Alsina (2016) señala que los contenidos teóricos son fundamentales para el pensamiento abstracto y la resolución de problemas, pero también reconoce la necesidad de combinarlos con prácticas aplicadas que conecten directamente con los desafíos profesionales.

3.2.2. Currículo basado en competencias y modelización matemática

El enfoque por competencias ha sido ampliamente promovido como una alternativa al modelo tradicional, especialmente en América Latina y Europa. Este modelo busca integrar conocimientos teóricos con habilidades prácticas y transferibles, formando ingenieros capaces de enfrentar problemas complejos. Como sostiene Perrenoud (2001) “las competencias deben ser el eje del currículo, integrando conocimientos teóricos con habilidades prácticas y transferibles” (p. 84). Sin embargo, su implementación enfrenta desafíos, particularmente en la evaluación de competencias, donde la subjetividad y la falta de criterios uniformes han sido obstáculos recurrentes (Pochulu, D’Andrea y Ferreyro, 2019).

Dentro de este enfoque, la modelización matemática destaca como una competencia central. Tobón (2006, p. 43) afirma que “la educación matemática en ingeniería debe transformarse en un proceso activo de modelización, integrando teoría y práctica para resolver problemas auténticos”. Esta idea es respaldada por González y Castillo (2019), quienes subrayan que la modelización no solo desarrolla habilidades técnicas, sino que también fomenta el pensamiento crítico y la capacidad de optimizar procesos industriales. Además, Plaza Gálvez (2016) destaca que la modelación matemática es un valioso instrumento que debe ser utilizado tanto en proyectos de investigación como en la enseñanza de la matemática en los programas de ingeniería. No obstante, si bien existen algunos intentos preliminares para fomentar esta modelización (véase por ejemplo Bravo

et al. 2016) la desconexión entre los ejercicios académicos y los problemas reales sigue siendo un vacío en el currículo de muchas instituciones. Por ejemplo, Camarena Gallardo (2012) señala que "en muchas universidades la modelación matemática no ha sido incorporada de manera formal en los ambientes de aprendizaje" (p. 1), lo que evidencia la necesidad de estrategias didácticas que integren teoría y práctica en contextos reales. Asimismo, Plaza Gálvez (2016, p. 55) enfatiza que "es necesario replantear la enseñanza de la matemática en ingeniería, orientándola hacia la resolución de problemas reales que los estudiantes enfrentarán en su ejercicio profesional".

Las críticas al enfoque por competencias también destacan la ausencia de una reflexión conceptual clara sobre cómo implementar este modelo de manera efectiva. Díaz Barriga (2006) y Gimeno Sacristán (2008) coinciden en que "no existe claridad en cómo tal enfoque se puede aplicar en la educación básica o en la educación superior" (Díaz Barriga, 2006, p. 17). Esta falta de claridad, aún vigente, se agrava con lo que Otero (2019) denomina "evaluacionismo", un fenómeno didáctico que reduce el propósito de los sistemas educativos que adoptan el enfoque por competencias a la mera evaluación estandarizada, frecuentemente desarticulada del proceso de enseñanza: "Esta ola evaluacionista de las competencias y del aprendizaje, se ha propagado como una pandemia. Los países crean además sus propias instituciones para desarrollar planes y dispositivos nacionales de evaluación de competencias, aun cuando ni los estudiantes, ni los profesores, ni las familias, entienden muy bien de qué se trata. Así se llega al contrasentido de evaluar competencias, aunque no está claro cómo definir las y mucho menos cómo enseñarlas" (p. 7).

3.2.3. Hacia una enseñanza contextualizada

Si bien la contextualización de los contenidos matemáticos se presenta hoy como una estrategia clave para conectar los conceptos abstractos con aplicaciones reales, esta no ha sido una postura históricamente consensuada.

Por ejemplo, Perrenoud (2008) advertía que el enfoque por competencias no debía oponerse al aprendizaje de saberes, sino que ambos aspectos deberían estar equilibrado. Más actualmente, Fernández y Guzmán (2020) argumentan que "la contextualización permite a los estudiantes percibir la relevancia y utilidad de lo aprendido, conectando los contenidos con aplicaciones reales" (p. 92), sin que, como propone Mejía Aguilar (2020)

una contextualización excesiva, conlleve simplificar los conceptos matemáticos y limitar la capacidad de los estudiantes para abordar problemas abstractos.

Estas perspectivas subrayan la necesidad de que el conocimiento disciplinar mantenga un papel crucial dentro de un enfoque por competencias.

3.2.5. Aportes desde el EOS en la definición de los significados del cálculo diferencial e integral

Como se mencionó en la introducción, esta investigación considera el EOS como un marco teórico pertinente para identificar y analizar los significados de los objetos matemáticos desde un punto de vista pragmático y contextual. En este sentido, el EOS permite comprender cómo se construyen y organizan los significados matemáticos en función de las problemáticas específicas y prácticas institucionales en las que emergen.

Por tal motivo, en este apartado se analizan publicaciones en el marco del EOS asociadas a la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral, explorando los aportes teóricos y metodológicos que este enfoque ofrece para el análisis de los significados matemáticos en distintos contextos educativos.

Al respecto Wilhelmi, Godino y Lacasta (2007) introducen el concepto de holo-significado, que articula diversos significados parciales asociados a una misma noción matemática. Este concepto subraya la necesidad de abordar la enseñanza desde una perspectiva integral, considerando las múltiples facetas de cada noción matemática. Por ejemplo, en el caso de la igualdad, se desagregan significados como equivalencia, métrica y funcionalidad, cada uno respondiendo a problemáticas específicas y promoviendo sistemas de prácticas matemáticas relacionados con la comparación, la medida y la interpretación de datos.

Pino-Fan, Godino y Font (2011) destacan que los significados atribuidos al cálculo diferencial e integral se construyen a partir de sistemas de prácticas relacionadas con problemáticas clásicas, como el cálculo de tangentes y la acumulación. Estos significados incluyen desagregaciones como la derivada entendida como tasa de cambio, pendiente de una recta tangente o herramienta de optimización, cada una asociada a prácticas específicas. Estas configuraciones epistémicas integran representaciones gráficas, numéricas y simbólicas, permitiendo una comprensión coherente de los conceptos matemáticos y su aplicación en la resolución de problemas técnicos y científicos.

Verón y Giacomone (2021) examinan los significados históricos del diferencial, desde los infinitesimales de Leibniz hasta los números hiperreales de Robinson. Estos significados incluyen interpretaciones como cambio infinitesimal, aplicación lineal y diferencial exacto, cada una vinculada a problemáticas históricas específicas y sistemas de prácticas relacionadas con la aproximación y la precisión en el análisis matemático. Este enfoque histórico destaca cómo la evolución de los significados enriquece la comprensión actual de los conceptos matemáticos.

En el contexto de la ingeniería, Burgos et al. (2021, 2022) analizan las configuraciones epistémicas del concepto de integral definida. Estos autores identifican significados como acumulador dinámico, límite de sumas y cálculo de áreas, asociados a prácticas como la optimización de recursos y el análisis de variaciones. Estas interpretaciones refuerzan la importancia de integrar en los programas académicos significados matemáticos relevantes para la modelización y diseño de sistemas ingenieriles, destacando la conexión entre teoría matemática y competencias profesionales.

Godino et al. (2017, 2024) analizan los significados asociados al razonamiento funcional y la proporcionalidad, desagregando nociones como relaciones lineales y no lineales, y sus aplicaciones en contextos como el análisis de dependencias entre variables. Este análisis permite comprender cómo las configuraciones epistémicas pueden guiar el desarrollo de prácticas matemáticas efectivas en diferentes contextos profesionales y educativos.

El EOS integra configuraciones epistémicas y sistemas de prácticas, permitiendo analizar y reconstruir los significados del cálculo diferencial e integral. Esta perspectiva propiciaría una enseñanza coherente y contextualizada, promoviendo una comprensión profunda de los conceptos matemáticos y su aplicación en diversos campos. Además, al enfatizar los significados desagregados y sus conexiones con problemáticas específicas, el EOS se presenta como un recurso facilitador para articular teoría y práctica en la formación matemática de futuros profesionales.

3.2.4. Retos y oportunidades futuras

El avance hacia una enseñanza de la matemática en ingeniería que combine rigor teórico con relevancia práctica enfrenta numerosos retos. Entre ellos se destacan:

1. **Formación Docente:** Existe la necesidad de formar a los docentes en metodologías que promuevan la modelización, la resolución de problemas y la

contextualización sin perder de vista el rigor matemático. Según Freire, L. M. (2018), “les docentes deben ser agentes de cambio, capaces de integrar el conocimiento disciplinar con estrategias pedagógicas innovadoras” (p. 73).

2. **Articulación Curricular:** La coherencia entre los distintos ciclos del plan de estudios resulta esencial para asegurar continuidad formativa y favorecer la integración progresiva de los conocimientos matemáticos con los contenidos profesionales. La Declaración de Valparaíso subraya la importancia de construir trayectorias curriculares articuladas que vinculen ciencias básicas, ciencias de la ingeniería y aplicaciones profesionales (ASIBEI, 2013).

3. **Evaluación de Competencias:** Diseñar instrumentos de evaluación que reflejen el desarrollo de competencias reales, más allá de los exámenes tradicionales, es un desafío que requiere investigación y experimentación constante (Pochulu et al. 2019).

4. **Integración de Tecnologías:** La incorporación de herramientas digitales para la enseñanza de la matemática favorece la modelización, la experimentación y el análisis de fenómenos, aspectos especialmente relevantes en la formación ingenieril. No obstante, su implementación efectiva requiere procesos de formación docente y condiciones institucionales que permitan integrar dichas tecnologías de manera significativa (Caballero y Cantoral, 2008)

En conclusión, la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería está en un punto de inflexión. La transición hacia enfoques más aplicados, contextualizados y basados en competencias es una oportunidad para renovar las prácticas pedagógicas y responder a las demandas del entorno profesional actual. No obstante, lograr esta transformación requiere proporcionar formación continua a los docentes y fomentar una investigación sistemática que guíe el cambio.

3.2.6. Enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral en carreras de ingeniería

En las últimas décadas, numerosos estudios han explorado los retos asociados a la enseñanza y aprendizaje del cálculo diferencial e integral en el nivel universitario, con un énfasis particular en las carreras de ingeniería. Estas investigaciones han identificado problemáticas que dificultan la comprensión de conceptos fundamentales y limitan su aplicabilidad en contextos reales (Artigue, 1995; Hitt, 2003a; Pino-Fan, 2017). Estas dificultades se relacionan con modelos pedagógicos tradicionales que priorizan

procedimientos algorítmicos descontextualizados en detrimento de un aprendizaje significativo y contextualizado.

Según Artigue (1995), los estudiantes frecuentemente se enfrentan a barreras para comprender los conceptos centrales del cálculo. Aunque son capaces de ejecutar ciertos procedimientos mecánicos, como la derivación o integración, carecen de una comprensión profunda que les permita transferir esos conocimientos a situaciones complejas. Este problema se agrava cuando los contenidos se presentan de manera desarticulada, obligando a los estudiantes a realizar un esfuerzo independiente para integrar los conceptos y aplicaciones (García Retana, 2013). Zuñiga (2007) señala que la estructura tradicional de los programas de estudio y los libros de texto refuerzan la percepción del cálculo como una "serie de fórmulas y reglas sin beneficio aparente" (p. 150). Esta fragmentación fomenta una imagen restringida y errónea de las matemáticas, lo que repercute en la motivación y el funcionamiento cognitivo de los estudiantes.

Diversos estudios muestran que los estudiantes presentan errores recurrentes en los cursos iniciales de cálculo, asociados a una comprensión insuficiente de los conceptos fundamentales y al predominio de enfoques centrados en la mecanización de procedimientos (Pochulu, D'Andrea y Otero, 2009). Asimismo, la enseñanza del cálculo en ingeniería sigue mayormente organizada alrededor de la resolución algorítmica de ejercicios, lo que limita la transferencia del conocimiento a contextos aplicados y obstaculiza el desarrollo de comprensiones más profundas (Zúñiga, 2007). Asimismo, Bressoud et al. (2016) señalan que uno de los principales problemas en la enseñanza del cálculo radica en la desconexión entre el uso de técnicas matemáticas y su interpretación conceptual, lo que afecta la resolución de problemas en ingeniería.

Cantoral y Mirón (2000) critican que, en muchas instituciones, el aprendizaje del análisis matemático se limita a la manipulación de algoritmos sin una comprensión más amplia de las nociones involucradas. Cruz López y Herrera Castrillo (2024) enfatizan la necesidad de implementar estrategias pedagógicas efectivas que promuevan un aprendizaje significativo y el desarrollo de competencias matemáticas, superando las limitaciones de los modelos tradicionales. Además, estudios recientes han evidenciado que la falta de conexión entre los contenidos teóricos y su aplicación práctica contribuye a la desmotivación y al bajo rendimiento académico en estas asignaturas (Portillo y Díaz, 2015; Cruz López y Herrera Castrillo, 2024).

3.3. Reflexiones sobre el estado del arte

El análisis del estado del arte realizado en esta investigación revela que la enseñanza del cálculo diferencial e integral en carreras de ingeniería enfrenta desafíos significativos derivados de modelos pedagógicos tradicionales, los cuales priorizan procedimientos algorítmicos descontextualizados y limitan un aprendizaje significativo y aplicable en contextos reales. Este enfoque ha perpetuado una desconexión histórica entre el conocimiento matemático teórico y su aplicación en problemas técnicos complejos, situación que afecta particularmente a la formación de ingenieros químicos, donde el cálculo es esencial para el modelado de procesos industriales y la optimización de recursos.

Asimismo, se observó un cambio de paradigma en la literatura que enfatiza la necesidad de transitar hacia enfoques pedagógicos más contextualizados y basados en competencias. Estos enfoques proponen articular los conceptos matemáticos con problemas técnicos reales, promoviendo una comprensión profunda de los objetos matemáticos y sus aplicaciones en la resolución de problemas complejos en ingeniería. Se destaca, en particular, la modelización matemática como una herramienta fundamental para conectar la teoría matemática con situaciones prácticas del ámbito profesional.

Sin embargo, el análisis también revela brechas significativas en la implementación de estos enfoques innovadores. A pesar de los esfuerzos por promover una enseñanza contextualizada y basada en competencias, persisten desafíos importantes en la formación docente, la articulación curricular y la evaluación de competencias matemáticas aplicadas. Además, si bien se reconocen las aplicaciones directas del cálculo diferencial e integral en la Ingeniería Química, la literatura evidencia una falta de claridad en cuanto a los significados matemáticos que deben construirse para enfrentar estas problemáticas de manera efectiva.

Estas brechas abren oportunidades de investigación relevantes para analizar cómo se configuran los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros químicos. En particular, surge la necesidad de investigar en qué medida los significados pretendidos, implementados y evaluados en el ámbito académico se alinean con las exigencias del campo profesional, así como las tensiones y conflictos que emergen en esta articulación.

En este contexto, el EOS se presenta como un marco teórico pertinente para abordar estos desafíos, ya que permite analizar los significados matemáticos en función de las

prácticas y problemáticas específicas en las que emergen. Esta investigación, al analizar los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en la carrera de Ingeniería Química, busca contribuir al desarrollo de una enseñanza contextualizada y coherente, alineada con las demandas del campo profesional. De este modo, se espera aportar a la mejora de la formación matemática en ingeniería, promoviendo una comprensión profunda y aplicable de los conceptos matemáticos fundamentales.

4. Marco Teórico

4.1. Introducción general al EOS

Esta investigación se enmarca en el EOS, propuesto y desarrollado por Godino y Batanero (1994), Godino (2002), Godino, Batanero y Font (2007), y Font, Godino y Gallardo (2013). Este enfoque integral examina la naturaleza del conocimiento matemático, los procesos de enseñanza y aprendizaje, así como los significados atribuidos a los objetos matemáticos, articulando componentes científicos (descriptivos, explicativos, predictivos) y tecnológicos (prescriptivos y normativos).

Desde sus orígenes, asentados en perspectivas antropológicas, semióticas y pragmáticas (Godino y Batanero, 1994), el EOS ha evolucionado hacia una concepción ampliada de la didáctica como disciplina tecno-científica. En este sentido, no solo se ocupa del análisis y explicación de fenómenos educativos, sino también de la optimización de los procesos instructivos. La amplitud del enfoque permite abordar los problemas epistemológico, ontológico, semiótico-cognitivo, educativo-instruccional y ecológico, los cuales organizan la comprensión y el análisis de las prácticas formativas.

Estos problemas se abordan a partir de principios clave, tales como la relatividad institucional y personal de las prácticas, el carácter sistémico de los objetos matemáticos y la relación entre significado y práctica. De este modo, el EOS proporciona un conjunto de herramientas metodológicas para descomponer y estudiar los sistemas de prácticas matemáticas, ofreciendo criterios analíticos para evaluar la coherencia y la efectividad de la formación matemática.

En esta investigación, nos enfocamos principalmente en el problema epistemológico, el cual se aborda a través de la construcción de un significado referencial del Cálculo Diferencial e Integral para la formación de ingenieros. Estos significados son contrastados con los significados institucionales que se ponen en juego en la planificación,

enseñanza y evaluación en la carrera de Ingeniería Química de la FIO, específicamente en las asignaturas de Matemática I y Matemática II.

La comparación entre los significados referenciales, pretendidos, implementados y evaluados permite detectar brechas y tensiones epistémicas entre el ideal formativo y la práctica educativa concreta. Para ello, las configuraciones ontosemióticas constituyen una herramienta analítica central, ya que posibilitan la articulación entre prácticas, objetos y procesos matemáticos, permitiendo identificar conflictos semióticos en la construcción del conocimiento matemático en este contexto.

Si bien nuestro enfoque principal es epistemológico, los resultados obtenidos también pueden aportar perspectivas valiosas en otras dimensiones del EOS, como la ontológica (relativa a la naturaleza de los objetos matemáticos), la semiótico-cognitiva (vinculada a la representación y comprensión de los conceptos), la educativo-instruccional (relacionada con las prácticas de enseñanza y aprendizaje) y la ecológica (referente a la interacción del conocimiento matemático con el contexto sociocultural de la Ingeniería Química).

En las secciones siguientes, se introducen los principales constructos del EOS — prácticas matemáticas, objetos personales e institucionales, configuraciones ontosemióticas, y conflictos semióticos — que fundamentan la aproximación teórica de esta tesis. Estos instrumentos teóricos orientan el análisis de la atribución de significados al cálculo diferencial e integral, facilitando la detección de tensiones entre la formación matemática universitaria y las exigencias profesionales de la Ingeniería Química.

4.2. Prácticas matemáticas: Una perspectiva epistemológica

En el EOS, el problema epistemológico se centra en la emergencia y desarrollo del conocimiento matemático entendido como una actividad humana, intencionalmente orientada a resolver cierto tipo de situaciones-problema, realizada en el seno de instituciones o comunidades de práctica, y mediada por los recursos lingüísticos y tecnológicos disponibles (Godino, Batanero y Font, 2007).

Esta actividad se concreta en sistemas de prácticas matemáticas, definidas como "secuencias organizadas de acciones para abordar un problema, validar sus soluciones, comunicarlas y generalizarlas a otros contextos" (Godino et al. 2020, p. 6). Estas prácticas abarcan dimensiones operativas (cálculos, manipulaciones, transformaciones) y discursivas (justificaciones, argumentaciones, validaciones).

El EOS establece los siguientes principios epistemológicos para comprender este proceso:

PE1: "La matemática es una actividad humana centrada en la resolución de cierta clase de situaciones-problema. La realización de dicha actividad se concreta en la puesta en acción de sistemas de prácticas mediante los cuales se da respuesta a la situación-problema planteada" (Godino et al. 2020, p. 6).

PE2: "Las prácticas pueden ser idiosincrásicas de una persona o compartidas en el seno de una institución. No hay instituciones sin personas, ni personas desligadas de las diversas instituciones de las que de forma inevitable forman parte (familia, escuela, etc.)" (Godino et al. 2020, p. 6).

PE3: "La resolución de problemas se realiza mediante la articulación de secuencias de prácticas. Tales secuencias de prácticas tienen lugar en el tiempo y se consideran en muchos casos como procesos, los cuales a su vez se pueden descomponer en subprocesos" (Godino et al. 2020, p. 6).

Desde este enfoque, las prácticas matemáticas abarcan tanto actividades operativas, como cálculos y manipulaciones algebraicas, como actividades discursivas, que justifican y validan los procedimientos y resultados. Según Godino y Batanero (1994), "toda actuación o expresión (verbal, gráfica, etc.) realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a distintos contextos y problemas" forma parte del ámbito de las prácticas matemáticas (p. 334).

4.2.1. Los sistemas de prácticas matemáticas

La noción de sistema de prácticas (operativas y discursivas), constituidas por las prácticas significativas para resolver un campo de problemas y compartidas en el seno de una institución, asume una concepción pragmática–antropológica de la matemática, tanto desde el punto de vista institucional como personal y la actividad de resolución de problemas se adopta como elemento central en la construcción del conocimiento matemático (Godino, Batanero y Font, 2008).

El EOS organiza las prácticas matemáticas en sistemas dinámicos que integran una serie de procesos y subprocesos. Por ejemplo, la resolución de problemas es comprendida como un "megaproceso" que incluye subprocesos fundamentales, como la significación, la conjeturación, la representación y la argumentación (Godino et al. 2020). Estos subprocesos articulan las dimensiones operativa y discursiva de las prácticas matemáticas,

lo que permite abordar tanto situaciones-problema específicas como construir significados matemáticos más generales.

Desde una perspectiva epistemológica, esta organización modular de las prácticas resalta cómo la matemática se desarrolla de manera secuencial y estructurada, contribuyendo a la emergencia de nuevos objetos matemáticos y al fortalecimiento del conocimiento en contextos específicos.

4.2.2. Relatividad institucional y contextualidad del conocimiento matemático

El EOS subraya que el conocimiento matemático no es universal ni estático, sino relativo a las prácticas y a las instituciones en las que surge. Como señalan Godino et al. (2020), los significados de los objetos matemáticos varían según los problemas que motivan su uso y los contextos socio-institucionales en los que se enmarcan.

4.2.3. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis

Este apartado resulta fundamental para la presente investigación, ya que el análisis de los significados institucionales del cálculo diferencial e integral se basa en la caracterización de los sistemas de prácticas matemáticas desde el EOS. La noción de práctica matemática, entendida como un conjunto estructurado de acciones operativas y discursivas para abordar problemas, permite estudiar cómo se configuran los significados matemáticos en la enseñanza universitaria y en el ejercicio profesional de la Ingeniería Química.

La concepción pragmática-antropológica de la matemática que subyace a este modelo permite analizar la relatividad institucional y la contextualidad del conocimiento matemático, elementos esenciales para comprender las tensiones y conflictos semióticos que emergen en la enseñanza del cálculo en carreras de ingeniería.

4.3. Tipología de Significados en el EOS

El EOS, desde una perspectiva pragmatista, entiende el significado de un objeto matemático como el sistema de prácticas operativas y discursivas asociadas a la resolución de cierto tipo de problemas (Godino, 2014). Esta concepción amplía la noción de significado más allá de lo puramente conceptual, reconociendo su carácter dinámico, contextual y orientado a la acción.

En esta misma línea, el Enfoque Ontosemiótico sostiene que los significados atribuidos a los objetos matemáticos se constituyen a partir de los sistemas de prácticas institucionales asociados a los problemas en cuyo contexto dichos objetos emergen. Este principio permite analizar la articulación entre prácticas educativas y demandas profesionales, un aspecto central en esta investigación (Godino, Batanero y Font, 2007).

El EOS distingue entre significados institucionales y personales, subrayando su relatividad cognitiva y socioepistémica. Los significados institucionales incluyen las categorías referencial, pretendido, implementado y evaluado, mientras que los personales comprenden los niveles global, declarado y logrado. Estas categorías establecen un puente entre las prácticas matemáticas y los contextos educativos en los que estas se desarrollan.

4.3.1. Significados institucionales

Los significados institucionales se entienden como sistemas de prácticas compartidas dentro de una comunidad que emergen del tratamiento didáctico de un objeto matemático. Según Godino et al. (2009), estos pueden clasificarse en cuatro tipos principales:

Referencial: Corresponde al sistema de prácticas que sirve como marco de referencia global para la construcción de significados pretendidos. Este significado incluye conocimientos históricos, epistemológicos y contextuales relevantes para el objeto en cuestión.

Pretendido: Se refiere a las prácticas planificadas por el docente para guiar el proceso de estudio. Representa la intención educativa previa al proceso de enseñanza.

Implementado: Se identifica con las prácticas efectivamente realizadas en el aula, que pueden diferir de las pretendidas debido a las dinámicas y condiciones de enseñanza.

Evaluado: Son las prácticas específicas que el docente moviliza para verificar los aprendizajes alcanzados por los estudiantes.

Estas categorías permiten analizar la coherencia entre las intenciones educativas, la puesta en práctica real y las estrategias evaluativas empleadas, ofreciendo un marco para valorar la eficacia y relevancia del proceso formativo.

4.3.2. Significados personales

Por otro lado, los significados personales son aquellos construidos individualmente por los estudiantes a través de su participación en las prácticas educativas. El EOS distingue tres tipos principales:

Global: Incluye el conjunto total de prácticas que el estudiante es capaz de realizar en relación con un objeto matemático, incluyendo aquellas que son latentes o no manifestadas.

Declarado: Se refiere a las prácticas expresadas explícitamente por el estudiante durante las actividades de evaluación, tanto correctas como incorrectas según los criterios institucionales.

Logrado: Comprende las prácticas personales que coinciden con los significados institucionales establecidos, indicando un aprendizaje exitoso.

Esta tipología permite comprender el grado de alineación entre las intenciones formativas de la institución y los resultados cognitivos alcanzados por los estudiantes, evidenciando el grado de asimilación y apropiación del conocimiento matemático.

5.4.3 Relación entre significados personales e institucionales

A modo de síntesis, en la Figura 1, se muestra la relación entre los diferentes tipos de significados propuestos en el EOS:



Figura 1. Significados como sistemas de prácticas (Godino, 2014, p. 13)

El nexo de participación se refiere a la implicación de los estudiantes en estas prácticas, es decir, cómo se involucran en las actividades y tareas propuestas por la institución educativa. Por otro lado, el nexo de enseñanza representa la acción del docente al guiar y facilitar estas prácticas, transmitiendo los significados institucionales pretendidos y orientando a los estudiantes en su proceso de aprendizaje.

El acoplamiento se refiere a la interacción dinámica entre las prácticas personales de los estudiantes y las prácticas institucionales. Este nexo destaca cómo los estudiantes integran y adaptan los significados institucionales en sus propias construcciones cognitivas, ajustando sus prácticas personales en función de las experiencias y conocimientos adquiridos en el entorno educativo.

El nexo de aprendizaje implica el proceso mediante el cual los estudiantes internalizan los significados institucionales a través de su participación en las prácticas matemáticas. La apropiación se refiere a la asimilación y adaptación de estos significados por parte de los estudiantes, transformándolos en significados personales que pueden aplicar en diversos contextos. Este proceso de apropiación es fundamental para que el conocimiento matemático se convierta en una herramienta útil y significativa para el individuo.

La doble flecha que conecta los aspectos operativos y discursivos indica la interdependencia y retroalimentación entre la acción y el lenguaje en las prácticas matemáticas. Las prácticas operativas incluyen acciones como cálculos, construcciones y manipulaciones de objetos matemáticos, mientras que las prácticas discursivas abarcan la comunicación, argumentación y justificación de ideas matemáticas. Esta doble flecha sugiere que las acciones y el discurso se influyen mutuamente: las operaciones matemáticas se articulan y comprenden a través del lenguaje, y el discurso se enriquece y valida mediante la acción operativa.

Además, el EOS aborda el problema ecológico, que se centra en analizar la diversidad de factores y normas que pueden condicionar los procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas en diferentes contextos sociales y educativos. Este enfoque reconoce que las prácticas matemáticas no se desarrollan de manera aislada, sino que están influenciadas por el entorno institucional, cultural y social en el que tienen lugar. Por lo tanto, es esencial considerar cómo estos contextos ecológicos afectan y son afectados por las prácticas educativas.

Al incorporar la dimensión ecológica en el análisis, el EOS permite una comprensión más completa de las interacciones entre los procesos de estudio y el contexto social y educativo en que se desarrollan. Esto incluye la consideración de factores como las políticas educativas, las tradiciones culturales, los recursos disponibles y las expectativas sociales, entre otros.

En el contexto de esta investigación, al analizar los significados atribuidos al cálculo diferencial e integral en la FIO, es pertinente tener en cuenta estos aspectos ecológicos. Esto implica evaluar cómo las prácticas institucionales y las demandas profesionales de la Ingeniería Química están influenciadas por el contexto social y educativo, y cómo estas influencias pueden afectar la coherencia y pertinencia de la formación matemática ofrecida.

Considerar el trasfondo ecológico de las prácticas matemáticas permite identificar posibles desajustes entre la formación académica y las necesidades del entorno profesional y social, proporcionando una base para proponer estrategias didácticas que fomenten una mayor coherencia y relevancia en la enseñanza del cálculo.

Al integrar esta perspectiva ecológica, la investigación puede ofrecer una visión más holística de los procesos educativos, reconociendo la complejidad y multifaceticidad de los factores que influyen en la construcción y transmisión del conocimiento matemático.

4.3.3. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis

Este apartado es fundamental para la investigación, ya que la tipología de significados del EOS proporciona un marco teórico clave para analizar cómo se configuran y movilizan los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en carreras de ingeniería. La distinción entre significados referenciales, pretendidos, implementados y evaluados permite caracterizar con precisión las dinámicas institucionales que intervienen en la enseñanza del cálculo, así como identificar posibles tensiones y conflictos semióticos que emergen en la formación matemática del ingeniero químico.

Desde esta perspectiva, el análisis de los significados institucionales no se limita a describir cómo se enseñan y evalúan los contenidos matemáticos, sino que permite comparar estos procesos con el significado referencial construido en esta investigación. Esta comparación es clave para detectar brechas entre la matemática enseñada y la matemática que realmente se requiere en el ejercicio profesional de la Ingeniería Química.

Además, la dimensión ecológica del EOS permite situar este análisis dentro de un contexto institucional y social más amplio, evaluando cómo factores como la estructura curricular, los lineamientos educativos y las demandas del campo profesional influyen en la construcción de significados matemáticos. Este enfoque posibilita una comprensión integral de las condiciones que afectan la enseñanza del cálculo diferencial e integral, permitiendo una evaluación crítica de su pertinencia y coherencia en la formación de ingenieros.

En las secciones siguientes se abordarán otros conceptos clave del EOS — configuraciones ontosemióticas y conflictos semióticos— que complementan el análisis de los significados y las prácticas matemáticas, ofreciendo una visión más integrada de la construcción y comunicación del conocimiento matemático en entornos educativos específicos.

4.4. Objetos matemáticos y su articulación con las prácticas: Una perspectiva ontológica

Como se ha señalado previamente, el EOS asume presupuestos de la epistemología pragmatista, bajo los cuales la resolución de problemas implica la puesta en juego de sistemas de prácticas matemáticas. De estas prácticas emergen los objetos matemáticos, entendidos como construcciones que surgen de la actividad misma, en un proceso dinámico que involucra distintos niveles de desarrollo.

Desde esta perspectiva, el EOS concibe los objetos matemáticos como entidades, materiales o inmateriales, que intervienen en las prácticas matemáticas, sustentando y regulando su desarrollo (Godino, Batanero y Font, 2020). Esta noción incluye tanto objetos ostensivos —como gráficos, notaciones y representaciones manipulativas— como objetos no ostensivos —conceptos, propiedades y relaciones abstractas—. La interacción entre prácticas y objetos es indisociable: no existe actividad matemática sin objetos que la orienten, ni objetos matemáticos con significado al margen de las prácticas que los generan.

Para comprender mejor la emergencia y la estructura de estos objetos, el EOS establece dos principios fundamentales:

PO1: "En las prácticas matemáticas intervienen diversas clases de objetos que cumplen diferentes roles: instrumental/representacional, regulativo, explicativo, justificativo" (Godino, Batanero y Font, 2020).

Este principio destaca que los objetos matemáticos pueden tener múltiples funciones. Además de representar fenómenos, pueden servir para justificar procedimientos, regular el discurso matemático o explicar la pertinencia de ciertas operaciones. Esta variedad funcional es esencial para la construcción y validación del conocimiento matemático.

PO2: "La configuración ontosemiótica permite articular las nociones de práctica, objeto y proceso, así como las dualidades desde las cuales se pueden considerar dichas ideas para el análisis institucional y personal de la actividad matemática" (Godino, Batanero y Font, 2020).

Este principio introduce el concepto de configuraciones ontosemióticas, que actúan como herramientas analíticas clave para estudiar cómo los objetos matemáticos surgen, se relacionan y adquieren significado en diversos contextos. Así, el análisis ontosemiótico integra la dimensión práctica (actividades, acciones, argumentos) con la dimensión ontológica (la naturaleza misma de los objetos emergentes).

En conjunto, estos principios y distinciones permiten comprender el rol ontológico de los objetos matemáticos en la actividad matemática, analizando su emergencia, consolidación y evolución. La articulación entre prácticas, objetos y procesos, así como la consideración de diferentes niveles y tipos de objetos, ofrece una visión compleja y dinámica de la construcción del conocimiento matemático, su naturaleza cultural y su relevancia en la formación institucional.

4.4.1. Los Niveles de organización de los objetos matemáticos en el EOS

Como se indicó en el apartado anterior, el EOS introduce la noción de configuración ontosemiótica para articular las nociones de práctica, objeto y proceso. Estas configuraciones permiten analizar cómo los objetos matemáticos surgen, se relacionan y adquieren significado en diversos contextos (Godino, Batanero y Font, 2020). En este marco los objetos matemáticos son construcciones dinámicas que emergen y se organizan asociadas a sistemas de prácticas matemáticas, estructuradas en distintos niveles (Godino, Batanero y Font, 2009).

4.4.1.1. Primer nivel: Objetos primarios

En un primer nivel, encontramos aquellas entidades observables en un texto matemático, tales como, definiciones, proposiciones, argumentos, etc. Estas entidades

ofrecen una base ostensiva y discursiva a la práctica matemática, aportando referentes explícitos que guían el proceso de resolución de problemas (Godino, Batanero y Font, 2009).

Dentro de este esquema, la configuración de objetos primarios en los sistemas de prácticas resulta central para describir las redes de relaciones funcionales que sustentan la actividad matemática. Estos objetos, según Godino, Batanero y Font (2007) se clasifican en seis tipos fundamentales que se describen en la Tabla 1:

Categoría	Descripción
Situaciones problemas	Contextos o tareas que motivan y estructuran la actividad matemática. Actúan como punto de partida para la movilización de conocimientos matemáticos y la construcción de significados.
Conceptos – Definición	Nociones introducidas mediante definiciones o descripciones formales, como “función”, “número” o “media aritmética”. Representan ideas fundamentales dentro de un sistema matemático.
Proposiciones – Propiedades	Enunciados que establecen propiedades matemáticas, relaciones o reglas dentro de un sistema de conocimiento. Pueden expresarse como teoremas, axiomas o propiedades generales.
Procedimientos	Secuencias de pasos o algoritmos utilizados para resolver problemas matemáticos o manipular objetos matemáticos. Incluyen técnicas como la derivación, integración, factorización o resolución de ecuaciones.
Lenguaje	Términos, expresiones, notaciones, gráficos y otros elementos representacionales en diversos registros (oral, escrito, gestual). Permite expresar y comunicar conceptos matemáticos, así como estructurar el discurso matemático.
Argumentos	Justificaciones y razonamientos que validan el uso de conceptos, propiedades y procedimientos dentro de un sistema matemático. Incluyen demostraciones formales, explicaciones intuitivas y razonamientos basados en ejemplos.

Tabla 1: Configuración de objetos primarios, elaboración propia.

Estos objetos interactúan en configuraciones complejas, donde el lenguaje se utiliza para expresar conceptos, proposiciones y procedimientos, mientras que los argumentos justifican y regulan su empleo en la resolución de problemas. La Figura 2 ilustra una configuración típica de objetos primarios, mostrando cómo los distintos tipos de objetos se interrelacionan para sustentar las prácticas matemáticas:

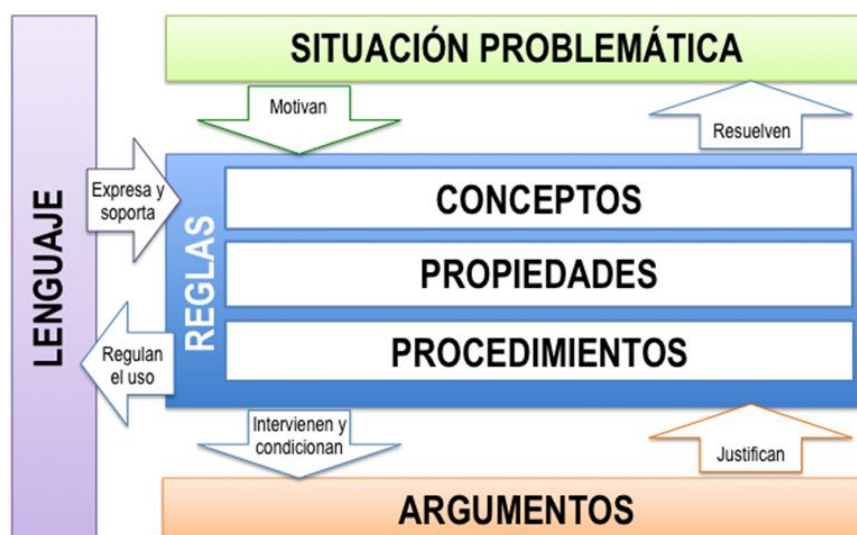


Figura 2. Configuración Epistémica, adaptación de Godino, Font, Wilhelmi y Lurduy (2009, p. 69)

4.4.1.2. Segundo nivel: Objetos complejos

El segundo nivel describe los objetos matemáticos como construcciones más abstractas y complejas que trascienden las entidades ostensivas del primer nivel. Aunque este trabajo no profundiza en el análisis del segundo nivel de objetos matemáticos, resulta pertinente mencionar su existencia para completar la estructura teórica del EOS. Una breve descripción se incluye a continuación a modo de referencia.

1. **Personal-Institucional:** Distingue entre los objetos que son comprendidos, interpretados o utilizados por un individuo (personales) y aquellos que son validados colectivamente dentro de una comunidad matemática (institucionales).
2. **Ostensivo-No Ostensivo:** Los objetos ostensivos tienen una representación tangible, como gráficos o notaciones simbólicas, mientras que los no ostensivos corresponden a propiedades abstractas, relaciones o conceptos teóricos que no tienen una representación directa.

3. **Expresión-Contenido:** Distingue entre el aspecto formal o representacional de un objeto matemático (expresión) y su significado o interpretación subyacente (contenido).
4. **Extensivo-Intensivo:** Clasifica los objetos en términos de extensión (casos específicos o particulares) o intensión (generalizaciones o síntesis).
5. **Unitario-Sistémico:** Distingue entre objetos aislados (unitarios) y aquellos integrados en estructuras más complejas (sistémicos).

Este nivel permite comprender cómo las prácticas matemáticas trascienden la acción inmediata, consolidando estructuras más amplias que norman y organizan los significados matemáticos en contextos personales e institucionales.

4.4.2. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis

El análisis de los objetos matemáticos y su articulación con las prácticas en el marco del EOS es clave en esta investigación, ya que permite comprender cómo se configuran los significados matemáticos en la enseñanza del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química.

Desde la perspectiva del EOS, los objetos matemáticos no existen de manera independiente, sino que emergen de las prácticas matemáticas dentro de un sistema institucional. Esta concepción es fundamental para esta tesis, ya que permite analizar qué significados del cálculo diferencial e integral se construyen en la enseñanza universitaria y cómo se movilizan en la formación del ingeniero químico.

El EOS permite clasificar los objetos matemáticos en objetos primarios, que incluyen situaciones-problema, conceptos, proposiciones, procedimientos, lenguaje y argumentos. Estos elementos resultan fundamentales para el análisis, ya que permiten describir cómo se movilizan los conocimientos matemáticos y qué tipo de significados emergen de su enseñanza y evaluación. En este sentido, se examina la coherencia entre los objetos primarios movilizados en el aula y aquellos que resultan esenciales para la formación en Ingeniería Química.

En síntesis, este apartado es relevante para la tesis porque proporciona el marco teórico para analizar cómo se configuran los significados matemáticos en la enseñanza del cálculo diferencial e integral, permitiendo evaluar su pertinencia en la formación del ingeniero químico. La caracterización de los objetos primarios facilita la identificación de

coherencias, desajustes y posibles mejoras en la enseñanza del cálculo en carreras de ingeniería, contribuyendo a una formación matemática más alineada con las necesidades profesionales del campo.

4.5. Comprensión matemática y conflictos semióticos

Desde la perspectiva pragmatista del EOS, la comprensión matemática se define como la capacidad de utilizar un objeto de manera competente en diversas prácticas. Este enfoque se aleja de las interpretaciones tradicionales que consideran la comprensión como un proceso mental introspectivo, proponiendo en su lugar una visión orientada a la acción. En este sentido, un sujeto comprende un objeto matemático cuando es capaz de movilizarlo efectivamente para resolver problemas, argumentar o comunicar ideas en contextos específicos (Godino et al. 2020).

La comprensión, entendida como competencia práctica, permite analizar cómo los significados se construyen y consolidan en contextos educativos y profesionales. En este marco, los conflictos semióticos representan indicadores clave para evaluar la alineación entre los significados personales e institucionales, contribuyendo a diseñar estrategias pedagógicas que promuevan una comprensión más profunda y contextualizada.

4.5.1. Conflictos semióticos

El conflicto semiótico se define como una discrepancia entre los significados construidos por un sujeto y las convenciones aceptadas por la institución. Estas discrepancias reflejan tensiones entre los significados personales, institucionales y referenciales de un objeto matemático, y pueden surgir en cualquier etapa del proceso de enseñanza y aprendizaje (Godino, Batanero y Font, 2014).

Los conflictos semióticos se agrupan en tres categorías principales:

1. **Conflictos epistémicos:** Surgen de la variabilidad en los enfoques teóricos o prácticos utilizados para interpretar un objeto matemático. Por ejemplo, un concepto como "derivada" puede ser entendido desde una perspectiva algebraica (como una función) o geométrica (como una pendiente). Las discrepancias entre estos enfoques pueden generar confusión si no se articulan adecuadamente en las prácticas de enseñanza (Godino et al. 2020).
2. **Conflictos cognitivos:** Son tensiones internas al sujeto, que reflejan dificultades en la integración de nuevos significados con conocimientos previos. Por ejemplo, un estudiante

que aprende por primera vez sobre integrales puede enfrentarse a la dificultad de relacionarlas con la noción de área bajo la curva, especialmente si no tiene un dominio sólido de las gráficas o de las operaciones algebraicas previas (Godino, Wilhelmi y Castro 2009).

3. Conflictos interaccionales: Se producen en el contexto de la comunicación entre agentes, como estudiantes y docentes, y reflejan malentendidos en el uso o interpretación de las representaciones matemáticas. Por ejemplo, si un docente utiliza un símbolo o una notación diferente de la convencional sin explicarla, los estudiantes pueden enfrentarse a dificultades para relacionar el objeto con sus significados habituales (Godino, Batanero y Font, 2014).

4.5.2. Relevancia y alcances en el contexto de la tesis

La inclusión de la noción de conflicto semiótico en esta investigación resulta clave para analizar las tensiones que pueden emerger entre los distintos significados institucionales del cálculo diferencial e integral atribuidos en el ámbito universitario. En el marco del EOS, los conflictos semióticos permiten problematizar la comprensión matemática no como un fenómeno exclusivamente individual, sino como un proceso situado, atravesado por prácticas institucionales, normas, lenguajes y formas de argumentación.

En este sentido, los conflictos epistémicos, cognitivos e interaccionales ofrecen una herramienta conceptual para identificar posibles desajustes entre los significados que se pretenden enseñar, los que efectivamente se movilizan en las prácticas didácticas y los que se evalúan como deseables. Asimismo, permiten explorar la coherencia entre los distintos planos institucionales (planificaciones, tareas, evaluaciones) y los significados de referencia contruidos a partir de las demandas del campo profesional.

Así, el análisis de conflictos semióticos aporta una perspectiva crítica para interpretar los obstáculos en la construcción de significados matemáticos pertinentes y funcionales en la formación de ingenieros químicos. Esta mirada será retomada en los capítulos empíricos, donde se analizarán los significados pretendidos, implementados, evaluados y referenciales, atendiendo a las tensiones que se configuran en las prácticas matemáticas asociadas al cálculo en el contexto de la FIO.

5. Objetivos y preguntas de investigación

A fin de guiar el desarrollo de esta investigación, se establece una pregunta principal que busca esclarecer cómo se configuran los significados institucionales atribuidos al cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros químicos, en diálogo con un significado de referencia construido a partir de demandas del campo profesional. Esta pregunta central se descompone en tres interrogantes específicos que abordan el problema desde distintas aristas: la construcción del significado referencial, el análisis de los significados pretendidos, implementados y evaluados en la formación universitaria, y la identificación de tensiones semióticas que emergen al comparar estos niveles institucionales. Esta estructura permite organizar la indagación en fases analíticas progresivas, articuladas con los objetivos y el diseño metodológico del estudio.

El objetivo principal de esta investigación es construir el significado referencial del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros químicos, integrando fuentes como documentos oficiales, literatura especializada en educación matemática e ingeniería, entrevistas a profesionales y análisis de trabajos finales de grado. A partir de este significado referencial, se realiza un estudio de caso en la FIO para analizar los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en Matemática I y Matemática II, identificando coincidencias, divergencias y tensiones respecto del significado referencial construido.

A partir del análisis del estado del arte, surgen interrogantes clave que guían esta investigación, así como objetivos específicos que buscan darles respuesta.

Preguntas de investigación:

- ¿Qué significados matemáticos fundamentales del cálculo diferencial e integral se derivan de las configuraciones epistémicas vinculadas al ámbito profesional de la ingeniería química, y cómo puede construirse a partir de ellos un significado institucional de referencia pertinente para la formación en esta disciplina?
- ¿Cómo se articulan los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados del cálculo diferencial e integral en Matemática I y Matemática II de la FIO con el significado referencial construido, y qué coincidencias, tensiones o divergencias se observan entre ellos?

Objetivo general:

Establecer el significado institucional atribuido al Cálculo Diferencial e Integral en carreras de ingeniería, mediante la construcción de un significado referencial basado en la práctica profesional y el análisis de los significados pretendidos, implementados y evaluados.

Objetivos específicos:

- Construir el significado institucional de referencia del Cálculo Diferencial e Integral para la carrera de Ingeniería Química, considerando las demandas del ámbito laboral y las problemáticas propias de la práctica profesional.
- Indagar las prácticas y objetos matemáticos que las docentes responsables de Matemática I y II en la FIO consideran o pretenden como objetos de enseñanza en la carrera de Ingeniería Química.
- Inferir las prácticas y los objetos matemáticos que se implementan en las asignaturas de Matemática I y Matemática II, orientadas al cálculo diferencial e integral, en la carrera de Ingeniería Química de la FIO.
- Inferir las prácticas y los objetos matemáticos que se evalúan en las asignaturas de Matemática I y Matemática II, enfocadas en el cálculo diferencial e integral, en la carrera de Ingeniería Química de la FIO.
- Comparar los significados institucionales (pretendidos, implementados y evaluados) del Cálculo Diferencial e Integral en Matemática I y Matemática II con el significado referencial, identificando coincidencias, divergencias y conflictos semióticos que inciden en la formación matemática de los futuros ingenieros químicos.

6. Metodología de investigación

Las características metodológicas de esta investigación se inscriben en un enfoque cualitativo e interpretativo, orientado a construir una comprensión profunda sobre los significados atribuidos al cálculo diferencial e integral en contextos educativos y profesionales. Se adopta una lógica de análisis inductivo-constructiva (Lincoln y Guba, 1985), en la que no se parte de hipótesis previas, sino que se generan conjeturas cuya validez es contrastada y reconstruida en el transcurso del estudio. Esta postura es coherente

con las características que Godino (2003) atribuye a los estudios cualitativos desarrollados en el marco del EOS.

La estrategia metodológica adoptada combina elementos cualitativos y hermenéuticos, organizados en fases analíticas sucesivas. A continuación, se detallan el enfoque general, las unidades de análisis, las estrategias analíticas empleadas y la estructura del estudio. Además, en coherencia con los objetivos planteados y con el marco teórico del EOS, se definieron unidades de análisis específicas para cada una de las fases de investigación. En la construcción del significado referencial (fase 1), las unidades de análisis fueron las prácticas matemáticas identificadas en fuentes documentales (libros especializados, artículos científicos y documentos curriculares), entrevistas a profesionales en ejercicio y trabajos finales de carrera, seleccionados por su pertinencia y representatividad respecto de los problemas técnicos característicos de la Ingeniería Química.

En las fases destinadas al análisis de los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados, las unidades de análisis fueron las prácticas y objetos matemáticos evidenciados en las planificaciones docentes, en las tareas de aula y en los instrumentos de evaluación de Matemática I y Matemática II, así como en los discursos docentes recuperados mediante entrevistas semiestructuradas. Los docentes participantes fueron seleccionados por ser los responsables de ambas asignaturas durante los últimos ciclos académicos.

Debido al proceso de transición entre planes de estudio y con el propósito de focalizar el análisis en la primera implementación del nuevo plan, el estudio se concentró en la cohorte correspondiente al segundo cuatrimestre de 2023. En consecuencia, las planificaciones, trabajos prácticos y exámenes parciales y finales analizados en Matemática I y Matemática II pertenecen a esta cohorte.

El criterio de selección de los documentos estuvo guiado por la posibilidad de acceder a producciones auténticas y completas, que permitieran inferir con claridad los significados movilizados en la enseñanza del cálculo diferencial e integral. Las estrategias de análisis se fundamentaron en la lógica de las configuraciones ontosemióticas, aplicando procedimientos de análisis de contenido cualitativo, con codificación emergente y axial en torno a las categorías de significados institucionales (referencial, pretendido, implementado y evaluado). Esta estrategia permitió identificar tanto regularidades como

tensiones semióticas, en una línea coherente con estudios previos realizados en el marco del EOS.

El diseño metodológico combina elementos de distintas orientaciones, lo que permite situar la investigación como:

Exploratoria, en tanto el estudio aborda un fenómeno cuya caracterización sistemática es incipiente en el campo de la educación matemática en ingeniería. Se adopta esta orientación porque, desde la perspectiva cualitativa, los estudios exploratorios permiten indagar ámbitos poco investigados, generar categorías emergentes y delimitar dimensiones relevantes del fenómeno antes de avanzar hacia diseños explicativos o comparativos. En este caso, no existen antecedentes que articulen el Enfoque Ontosemiótico con el análisis de significados institucionales del cálculo en Ingeniería Química en la FIO, por lo que la investigación se orienta a abrir el campo, describir regularidades y tensiones y establecer un marco conceptual y metodológico que posibilite futuras investigaciones en la temática.

Descriptiva, ya que se busca caracterizar los rasgos fundamentales de dichos significados institucionales en relación con las prácticas matemáticas promovidas en las instituciones formadoras.

Etnográfica, en la medida en que se pretende comprender los fenómenos educativos desde la perspectiva de los propios actores, a través de una inmersión en sus discursos, prácticas y marcos de interpretación.

Hermenéutica, en tanto se realizan interpretaciones sobre las interpretaciones construidas por los sujetos implicados —docentes e ingenieros— respecto del conocimiento matemático y su enseñanza en el nivel superior.

En este marco, se adopta un diseño metodológico compuesto, que articula dos momentos analíticos diferenciados pero complementarios. En una primera etapa, se construye el significado referencial del cálculo diferencial e integral para la formación de ingenieros químicos, a partir del análisis de documentos oficiales, literatura académica, entrevistas a profesionales y trabajos finales de grado. En una segunda etapa, se lleva a cabo un estudio de caso, que permite analizar en profundidad los significados institucionales atribuidos al cálculo en un contexto formativo específico, atendiendo a su expresión en las prácticas de enseñanza y evaluación.

Tal como plantea Stake (1998), el estudio de caso resulta especialmente pertinente cuando se busca comprender la singularidad de un fenómeno educativo en su complejidad contextual, priorizando la interpretación de los significados construidos por los actores involucrados. Esta estrategia permite indagar cómo se configuran las configuraciones epistémicas que se manifiestan en las distintas dimensiones institucionales, considerando las visiones de los docentes, el desarrollo de actividades y los procesos de evaluación. A través de la recopilación y análisis de diversas fuentes (planificaciones docentes, trabajos prácticos, exámenes parciales y finales, trabajos finales de grado, cuestionarios y entrevistas semiestructuradas a docentes y profesionales), el estudio de caso facilita una comprensión integral de cómo se articulan los significados pretendidos, implementados y evaluados del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros.

Asimismo, el estudio de caso permite captar la riqueza del fenómeno sin aislar variables, reconociendo la multiplicidad de factores que intervienen en las prácticas docentes y en la construcción de significados matemáticos. De este modo, se busca generar una comprensión situada y detallada que, si bien no aspira a la generalización estadística, puede ofrecer aportes significativos para el análisis de contextos educativos análogos y para el desarrollo de propuestas didácticas más coherentes y contextualizadas.

Con el propósito de otorgar coherencia estructural al estudio, se definieron seis fases metodológicas que guían tanto la recolección como el análisis de los datos. Cada fase responde a una dimensión específica del problema de investigación, desde la construcción de un significado institucional de referencia hasta el análisis comparativo con los significados atribuidos en la institución analizada. Esta estructura permite abordar las preguntas de investigación de forma articulada, con criterios analíticos derivados del EOS que orientan la identificación de configuraciones epistémicas y conflictos semióticos en distintos niveles del currículo.

6.1. Primera fase: Construcción del significado institucional de referencia del cálculo diferencial e integral

Para definir los significados institucionales de referencia se realiza un estudio documental de los documentos oficiales que delimitan los contenidos de matemática que se deben abordar en la carrera Ingeniería Química. Entre ellos se analizan documentos elaborados por organismos oficiales, trabajos de investigación relacionados con esta temática, un cuestionario administrado a ingenieros químicos en ejercicio y entrevistas no

estructuradas (PRIMER ESTUDIO), así como trabajos finales de grado referentes a la componente matemática (SEGUNDO ESTUDIO).

6.1.1 Estudio 1: La percepción de profesionales en ejercicio sobre las prácticas y objetos primarios matemáticos necesarios para su perfil profesional

INSTRUMENTO: Para recabar datos que permitan alcanzar el objetivo planteado, se diseñó e implementó un cuestionario (<https://forms.gle/XfAU14g4MyTDm2Pm9>) con preguntas orientadas a identificar las prácticas matemáticas movilizadas por los ingenieros químicos (IQ) en su ejercicio profesional y los objetos primarios que emergen en dichas prácticas. El cuestionario incluyó preguntas sobre las actividades que los IQ realizan en su campo laboral y su relación con la matemática involucrada, permitiendo analizar la configuración de significados matemáticos en contextos profesionales. Adicionalmente, se incorporaron preguntas sobre su percepción con relación a la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería. El instrumento completo del cuestionario se incluye en el Anexo 1, a fin de garantizar su accesibilidad y transparencia metodológica.

Con el fin de evaluar la pertinencia y efectividad del instrumento, se realizaron pruebas piloto con IQ que se desempeñan como docentes investigadores en la FIO. Estas pruebas permitieron ajustar las preguntas para mejorar su claridad y favorecer la explicitación de las prácticas matemáticas y los significados asociados. En las primeras respuestas, se observó una tendencia a referirse únicamente a contenidos matemáticos básicos, por lo que se incorporó una lista de contenidos vinculados con el cálculo diferencial e integral (extraídos de la planificación de Matemática I y Matemática II de la FIO) y una posterior contextualización en relación con sus prácticas laborales.

El cuestionario se compartió vía correo electrónico con los IQ que aceptaron participar en este estudio.

Adicionalmente, se realizaron entrevistas asincrónicas (vía WhatsApp) con aquellos profesionales cuyas respuestas presentaban ambigüedades o no permitían identificar con precisión las prácticas matemáticas y los objetos primarios involucrados. Estas entrevistas funcionaron como una técnica complementaria, destinada a profundizar o clarificar la información provista en el cuestionario. Los criterios utilizados para decidir su realización fueron:

(a) falta de información suficiente para caracterizar la actividad profesional mencionada;

- (b) descripciones demasiado generales (por ejemplo, “hago cálculos sencillos”);
- (c) necesidad de precisar si determinadas tareas implicaban o no el uso de contenidos vinculados al cálculo diferencial e integral.

Los aspectos claves que se buscó aclarar estuvieron relacionados con: el tipo de problema ingenieril que motivaba la actividad mencionada; el grado de intervención matemática requerido (estimación, cálculo algorítmico, modelización, interpretación gráfica, etc.); la relación entre la tarea concreta y los objetos primarios emergentes (conceptos, propiedades, procedimientos, lenguaje y argumentos).

A modo de ejemplo, algunas de las preguntas orientadoras utilizadas en las entrevistas fueron:

- “Cuando mencionás “cálculos sencillos”, ¿podés describir un ejemplo concreto de una situación de tu trabajo donde aparezcan esos cálculos?”
- “En la tarea que describiste, ¿tenés que interpretar variaciones, tasas de cambio o comportamientos de funciones?”
- “¿Podés detallar qué magnitudes comparás o cómo obtenés los valores que calculás?”
- “¿El proceso que mencionaste requiere analizar gráficos, curvas de tendencia o modelos matemáticos?”

Estas preguntas permitieron profundizar la información obtenida en el cuestionario y caracterizar con mayor precisión las prácticas matemáticas movilizadas por los ingenieros químicos en sus actividades profesionales.

SUJETOS: Para llevar a cabo este estudio, se seleccionaron IQ egresados de la FIO en el período 2020-2023, dado que este intervalo coincide con una transición en el plan de estudios de la carrera. La actualización curricular en dicho período buscó una mayor articulación entre los conocimientos matemáticos y las necesidades del ámbito profesional, por lo que resulta pertinente indagar en la percepción de los IQ en ejercicio sobre la matemática que efectivamente utilizan en sus prácticas laborales.

La muestra quedó conformada por siete profesionales que aceptaron participar en el estudio, de los cuales seis fueron entrevistados para ampliar o esclarecer algunas respuestas del cuestionario. Los profesionales encuestados se desempeñan en diversas industrias, lo que permite analizar la matemática movilizada en contextos productivos diferenciados:

- Industria cementera (1 participante)

- Industria cerámica (1 participante)
- Industria de explosivos (1 participante)
- Industria siderúrgica (1 participante)
- Industria alimenticia (2 participantes)
- Industria cosmética (1 participante)

La variedad de industrias en las que se desempeñan los IQ encuestados y la diversidad de actividades que realizan permiten explorar un amplio espectro de prácticas profesionales en las que la matemática está involucrada. Esto posibilita la identificación de configuraciones epistémicas en la práctica profesional y el análisis de los significados matemáticos que emergen en la resolución de problemas ingenieriles. Así, la muestra seleccionada brinda una base representativa para inferir qué saberes matemáticos resultan esenciales en la rutina laboral de los IQ y qué tipo de prácticas matemáticas movilizan en sus respectivos ámbitos.

ANÁLISIS DE DATOS: El análisis se llevó a cabo desde un enfoque cualitativo-interpretativo, el cual resulta pertinente para estudiar fenómenos educativos en profundidad. Este enfoque se caracteriza por priorizar la comprensión de los significados, la interpretación de las prácticas en los contextos donde emergen y la identificación de categorías y relaciones a partir de los datos. Desde esta perspectiva, el interés no está puesto en la generalización estadística, sino en la reconstrucción y análisis de los sentidos que los sujetos atribuyen a sus acciones y al uso de la matemática en sus prácticas profesionales.

En coherencia con los propósitos del estudio, este enfoque permite examinar las prácticas matemáticas y los objetos primarios movilizados por los ingenieros químicos, así como interpretar los significados institucionales del cálculo diferencial e integral que se construyen en distintos niveles

En primer lugar, se realizó una lectura exploratoria de las respuestas al cuestionario y las entrevistas, identificando los sectores industriales y las actividades profesionales en las que se aplica la matemática. Luego, se llevó a cabo un análisis detallado para reconocer situaciones-problema, prácticas matemáticas y objetos primarios, organizándolos en conceptos, propiedades, procedimientos, lenguaje y argumentos.

6.1.2. Estudio 2: Análisis de prácticas matemáticas en trabajos finales de Ingeniería Química

INSTRUMENTO: Se analizaron los 10 trabajos finales que fueron presentados en la FIO entre 2020 y 2023. Este período es significativo dado que durante el mismo se llevó a cabo una transición de planes de estudios. La elección de estos trabajos responde a su representatividad en términos de diversidad de problemáticas abordadas, permitiendo identificar prácticas matemáticas en distintos ámbitos de aplicación.

ANÁLISIS DE DATOS: Inicialmente se realizó una lectura global de cada uno de los documentos, con el fin de identificar aquellos apartados en dónde se evidencia la implementación de prácticas matemáticas. Identificados los apartados se realizó una lectura minuciosa que permitió la identificación y descripción detallada de los objetos matemáticos relevantes, tanto en términos matemáticos como en su contexto químico e ingenieril. Posteriormente, se desarrolló una narrativa descriptiva que amplía el análisis, proporcionando una visión holística de cómo las prácticas matemáticas se integran y aplican en la resolución de problemas profesionales específicos.

6.2. Segunda fase: Análisis de los significados institucionales pretendidos

INSTRUMENTO: El análisis se fundamentó en dos fuentes principales: las planificaciones docentes de Matemática I y Matemática II y entrevistas semiestructuradas con las docentes responsables. Las planificaciones constituyen un documento institucional que define contenidos, enfoques metodológicos y objetivos de enseñanza, reflejando las intenciones formativas que orientan la asignatura. En este estudio, el término planificación docente se utiliza para hacer referencia al programa anual oficial de la asignatura, donde se establecen los contenidos, los objetivos, la organización temática y los lineamientos metodológicos. No se analiza otro tipo de planificación (por ejemplo, planes de clase o planes por unidad temática). En el Anexo 3 se adjuntan las planificaciones correspondientes.

Complementariamente, las entrevistas semiestructuradas permitieron profundizar en la interpretación de estos documentos, aportando información sobre los criterios que las docentes emplean para seleccionar y secuenciar contenidos, definir el nivel de profundidad esperado, elegir actividades y determinar enfoques de evaluación. Este instrumento resultó especialmente útil para comprender aspectos que no se explicitaban en los programas, tales como: la noción de “aplicaciones” del cálculo; las competencias que se busca favorecer y

las estrategias utilizadas para desarrollarlas; la lógica de elaboración de trabajos prácticos y actividades especiales; los criterios para seleccionar materiales didácticos y bibliografía.

Las entrevistas se guiaron mediante una serie de preguntas orientadoras (por ejemplo: “¿Qué criterio utilizás para seleccionar los contenidos?”, “¿Cómo decidís el nivel de profundidad con que abordás cada unidad?”, “¿Qué características tienen los problemas de los trabajos prácticos?”, “¿Qué aporta la asignatura a la formación del ingeniero químico?”), cuya guía completa se incluye en el Anexo 2. Este material complementario proporciona un acceso más detallado a los significados pretendidos por las docentes en relación con los objetos matemáticos y su vinculación con la formación en ingeniería.

ANÁLISIS DE DATOS: El análisis se llevó a cabo desde una perspectiva cualitativa e interpretativa, en concordancia con el EOS. En primer lugar, se realizó una lectura global de las planificaciones para identificar menciones explícitas a prácticas matemáticas y objetos primarios. Luego, se efectuó un análisis detallado de estos documentos y de las transcripciones de las entrevistas, atendiendo a la configuración de los significados matemáticos en términos de situaciones-problema, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje. A partir de esta lectura, se identificaron regularidades y tensiones en la relación entre los significados pretendidos por las docentes y las demandas formativas del ingeniero químico.

6.3. Tercera fase: Identificación de los significados institucionales implementados en las prácticas de enseñanza

INSTRUMENTO: Para inferir los significados implementados, se analizaron dos trabajos prácticos seleccionados por las docentes, los cuales contienen las tareas y actividades efectivamente propuestas a los estudiantes para trabajar los contenidos de cálculo diferencial e integral. La elección de los materiales analizados (Trabajos Prácticos – TP) fue realizada por las profesoras responsables de las asignaturas, quienes consideraron que dichos documentos representan su concepción sobre la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería. En el Anexo 4 se adjuntan los TP analizados.

ANÁLISIS DE DATOS: El análisis se centró en el estudio de las actividades propuestas en los trabajos prácticos, entendiendo que los significados implementados se expresan en las prácticas operativas y discursivas promovidas en estas consignas.

El proceso de análisis se llevó a cabo en dos etapas. En la primera, se realizó una lectura minuciosa de cada consigna para identificar las prácticas matemáticas involucradas

en la resolución de los problemas planteados. En la segunda etapa, se caracterizaron los objetos matemáticos primarios emergentes, organizándolos en categorías según el EOS: situaciones-problema, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje matemático. La sistematización de estos elementos permitió evaluar qué configuraciones epistémicas se promueven en la enseñanza del cálculo y en qué medida las actividades propuestas favorecen la construcción de significados alineados con la formación en Ingeniería Química.

6.4. Cuarta fase: Identificación de los significados institucionales promovidos en la evaluación

INSTRUMENTO: Para recabar datos que permitan inferir los significados evaluados por las docentes de Matemática I y II, se analizaron cuatro exámenes parciales y cuatro exámenes finales correspondientes a las cursadas del 2° cuatrimestre de 2023. Los exámenes considerados incluyen las primeras instancias de evaluación de cada asignatura bajo el nuevo plan de estudios. La selección de estos instrumentos se realizó con el propósito de identificar qué significados se priorizan en la evaluación del cálculo diferencial e integral en la carrera de Ingeniería Química. Los exámenes analizados se encuentran adjuntos en el Anexo 5.

ANÁLISIS DE DATOS: Con el objetivo de inferir los significados evaluados, se llevó a cabo un análisis detallado de cada uno de los problemas y ejercicios propuestos en las instancias de evaluación. Se identificaron y clasificaron los problemas según los objetos matemáticos primarios que movilizan, considerando conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje matemático.

Este análisis permitió establecer qué aspectos del cálculo diferencial e integral son considerados esenciales en la evaluación, así como su relación con los significados pretendidos e implementados en la enseñanza.

6.5. Quinta fase: Análisis comparativo de los significados pretendidos, implementados y evaluados

INSTRUMENTO: Esta fase consistió en un análisis cualitativo e interpretativo de los datos recolectados en las fases 2,3 y 4 de la investigación, con el objetivo de comparar los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en Matemática I y Matemática II. El análisis se enmarcó en el EOS, permitiendo identificar configuraciones epistémicas,

tensiones y conflictos semióticos entre lo que se pretende enseñar, lo que se implementa en las actividades didácticas y lo que se evalúa en las instancias formales.

El estudio se apoyó en la triangulación de fuentes previamente analizadas:

- Significados pretendidos: definidos a partir de las entrevistas docentes y las planificaciones de Matemática I y Matemática II.
- Significados implementados: inferidos del análisis de los trabajos prácticos seleccionados por las docentes como representativos de su enfoque.
- Significados evaluados: contruidos a partir del estudio de los exámenes parciales y finales de ambas asignaturas.

ANÁLISIS DE DATOS: El análisis se estructuró en dos etapas principales. En primer lugar, se realizó un cruce entre los significados implementados y evaluados, identificando coincidencias y divergencias en torno a las situaciones problemáticas propuestas, las prácticas matemáticas movilizadas y los objetos primarios emergentes. Posteriormente, se contrastó esa unidad de análisis con los significados pretendidos, definidos en las planificaciones docentes y entrevistas.

Esta decisión metodológica se fundamenta en la alta coherencia observada entre lo implementado y lo evaluado. Dado que ambos niveles comparten una estructura común en términos de las tareas propuestas y los conocimientos matemáticos promovidos, se consideró más pertinente consolidarlos como un conjunto y analizarlos en relación con los propósitos expresados por las docentes. Esta estrategia permitió evitar redundancias analíticas y centrar el foco en las principales tensiones y conflictos semióticos entre lo que se pretende enseñar y lo que efectivamente se promueve en la enseñanza y evaluación del cálculo.

Cada cruce se organizó atendiendo a las dimensiones analíticas del EOS:

- Situaciones problemáticas
- Prácticas matemáticas movilizadas
- Objetos matemáticos primarios (conceptos, propiedades, procedimientos, lenguaje y argumentos)
- Tensiones y conflictos semióticos emergentes

Además, para profundizar el análisis comparativo entre los significados pretendidos, implementados y evaluados, se definieron seis aspectos clave. La elección de estos criterios surgió del contraste entre lo expresado por las docentes en sus

planificaciones y entrevistas, y lo que efectivamente se evidencia en los trabajos prácticos y en los exámenes. Durante esa comparación preliminar se identificaron regularidades y tensiones que no podían ser capturadas únicamente desde las categorías generales del EOS. Por ello, se establecieron subdimensiones analíticas que permitieran desagregar las configuraciones epistémicas y visibilizar problemáticas recurrentes, tales como la falta de contextualización, el uso restringido del lenguaje matemático, la escasa profundidad argumentativa o la ausencia de modelización.

En este sentido, los criterios seleccionados no constituyen categorías teóricas predefinidas, sino que emergen inductivamente del análisis de los datos, en diálogo con el marco del EOS. Su elección responde tanto a su potencial para explicitar conflictos semióticos y tensiones didácticas en la construcción de significados institucionales, como a su pertinencia en relación con los objetivos formativos de la carrera de Ingeniería Química. De este modo, estos seis aspectos permiten articular la perspectiva epistemológica del EOS con una mirada crítica sobre las prácticas de enseñanza del cálculo en contextos profesionales. Además, esta fase permitió integrar niveles que, si bien analíticamente pueden diferenciarse (implementado y evaluado), mostraron en la práctica una fuerte convergencia en las tareas y objetivos matemáticos promovidos. La decisión de analizarlos en conjunto responde a una necesidad metodológica de evitar redundancias y resaltar las tensiones entre lo expresado por las docentes y lo que efectivamente se promueve en el aula y la evaluación. Este enfoque ofrece una perspectiva más precisa sobre las regularidades institucionales en la enseñanza del cálculo.

6.6. Sexta fase: Contraste entre el significado institucional de referencia y los significados promovidos en la formación

En esta fase se lleva a cabo la comparación entre el significado referencial construido en la primera fase y los significados institucionales identificados en la FIO a partir de los significados pretendidos, implementados y evaluados en Matemática I y Matemática II.

INSTRUMENTO: La comparación se basó en la triangulación de datos obtenidos en las fases previas:

- Significado referencial, elaborado a partir de documentos oficiales, entrevistas a profesionales en ejercicio y análisis de Trabajos Finales de Carrera (TFC).

- Significados institucionales en la FIO, obtenidos de la comparación interna entre significados pretendidos, implementados y evaluados.

ANÁLISIS DE DATOS: El análisis se enfocó en identificar coincidencias, divergencias y conflictos semióticos entre los significados referenciales y los significados institucionales en la FIO. Para ello, se estructuró en tres niveles de comparación:

- Coincidencias: Aspectos en los que el significado referencial y los significados institucionales en la FIO se alinean, evidenciando una correspondencia entre la formación matemática y las necesidades profesionales del ingeniero químico.
- Divergencias: Diferencias en el tratamiento de conceptos, propiedades, procedimientos o en la relevancia asignada a ciertas prácticas matemáticas en cada ámbito.
- Conflictos semióticos: Tensiones emergentes en la construcción de significados, en especial cuando la enseñanza del cálculo en la FIO prioriza enfoques que no se alinean con las necesidades del ejercicio profesional.

Con el propósito de otorgar coherencia metodológica al estudio, se diseñó una estructura secuencial de análisis organizada en fases, cada una de las cuales se corresponde con un capítulo del presente trabajo. La primera fase consistió en la construcción de un significado institucional de referencia del cálculo diferencial e integral, elaborado a partir de fuentes académicas, documentos oficiales, entrevistas a profesionales y trabajos finales de carrera. Las fases siguientes se centraron en el análisis de los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados en las asignaturas Matemática I y Matemática II de la FIO, a través del estudio de planificaciones, las tareas incluidas en los trabajos prácticos, en las evaluaciones (exámenes) y entrevistas a docentes. Finalmente, se desarrolló una fase de comparación crítica entre estos significados y el significado referencial, con el objetivo de identificar alineamientos, divergencias y tensiones epistémicas. Esta organización metodológica permite abordar de manera sistemática las preguntas de investigación formuladas, articulando los fundamentos teóricos del EOS con el análisis empírico en un estudio de caso contextualizado.

7. Primera fase. Definición de significados institucionales de referencia

La definición de los significados de referencia del cálculo diferencial e integral en carreras de ingeniería constituye un eje central de esta investigación, ya que permite articular las demandas del ámbito profesional con los procesos de enseñanza y aprendizaje en el contexto académico. Para ello, esta investigación se fundamenta en el EOS, que proporciona un marco teórico y metodológico para el análisis de la actividad matemática. Desde esta perspectiva, permite identificar problemáticas relevantes, describir sistemas de prácticas matemáticas y analizar la emergencia de objetos primarios en configuraciones epistémicas, brindando una estructura analítica rigurosa para interpretar los significados matemáticos en contextos institucionales.

Como punto de partida, el estado del arte presentado en esta investigación ofrece un marco referencial que permite comprender las tendencias y desafíos en la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería. La revisión crítica de la literatura pone en evidencia tensiones entre enfoques tradicionales y propuestas contemporáneas basadas en modelización, contextualización y resolución de problemas en entornos aplicados. Estos elementos proporcionan una visión integral de los significados pretendidos, implementados y evaluados en la formación de ingenieros.

A partir de este marco teórico, el análisis empírico se sustenta en dos fuentes principales. En primer lugar, las entrevistas a ingenieros en ejercicio permiten explorar las problemáticas y demandas del ámbito profesional en relación con el uso del cálculo diferencial e integral, estableciendo una conexión entre los significados referenciales y las competencias matemáticas necesarias en la práctica ingenieril. En segundo lugar, se analizan los trabajos finales de carrera (TFC), dado que constituyen el último requisito académico para la titulación y representan instancias en las que los estudiantes deben aplicar conocimientos matemáticos en la resolución de problemáticas ingenieriles concretas. Los TFC ofrecen una oportunidad para identificar qué prácticas matemáticas emergen en contextos aplicados y cómo se configuran los significados matemáticos en la formación profesional. Su análisis resulta clave para la construcción del significado referencial, ya que reflejan el tipo de problemáticas que los ingenieros en formación deben enfrentar y las estrategias matemáticas que movilizan en su resolución.

En conjunto, el estado del arte, las entrevistas a ingenieros en ejercicio y el análisis de los TFC proporcionan una base sólida para la construcción del significado referencial

del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros químicos. Esta construcción constituye uno de los principales aportes teórico-metodológicos de esta tesis, al ofrecer un modelo sistemático para establecer un significado institucional de referencia que puede ser comparado con los significados atribuidos por la institución. Este abordaje, sustentado en el EOS, permite descomponer las problemáticas en sistemas de prácticas matemáticas, identificar los objetos primarios emergentes y construir configuraciones epistémicas que articulen el conocimiento matemático con las exigencias del ejercicio profesional.

Por lo tanto, este apartado no solo delimita los significados de referencia del cálculo diferencial e integral, sino que también sienta las bases para evaluar la coherencia entre estos significados y la formación matemática en ingeniería. Así, se busca contribuir a la identificación de los conocimientos y prácticas matemáticas esenciales para la formación del ingeniero químico y evaluar en qué medida pueden ser incorporados de manera efectiva en los procesos de enseñanza y aprendizaje.

7.1. PRIMER ESTUDIO. La percepción de profesionales en ejercicio sobre las prácticas y objetos primarios matemáticos necesarios para su perfil profesional

7.1.1. Objetivo

En este estudio se indaga acerca de qué prácticas matemáticas consideran esenciales los ingenieros químicos en su ejercicio profesional y qué objetos primarios matemáticos movilizan en la resolución de problemáticas propias de su campo laboral.

7.1.2. Metodología del estudio

Para analizar los significados de referencia del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química, se consideraron como fuentes de información entrevistas a ingenieros químicos en ejercicio, documentos oficiales y Trabajos Finales de Carrera (TFC) presentados en la FIO entre 2020 y 2023. Como se describió en el capítulo 6, el análisis se centró en identificar las prácticas matemáticas y los objetos primarios movilizados en la resolución de problemáticas ingenieriles, organizándolos en categorías según el EOS. En este capítulo se presentan los resultados obtenidos y su análisis.

7.1.3. Resultados

Los ingenieros químicos encuestados provienen de diversos sectores industriales, lo que ofrece una perspectiva amplia sobre el uso de la matemática en distintos contextos

laborales. La muestra analizada incluye profesionales que se desempeñan en la industria cementera (1), cerámica (1), de explosivos (1), siderúrgica (1), alimenticia (2) y cosmética (1). Esta diversidad de sectores implica la aplicación de conocimientos científicos y tecnológicos diferenciados, como química inorgánica y metalúrgica, química alimenticia, química orgánica y farmacéutica. En consecuencia, el estudio permite identificar una amplia gama de prácticas matemáticas y objetos primarios que emergen en estos entornos profesionales.

Asimismo, según las respuestas a la primera pregunta del cuestionario, los IQ indicaron que sus actividades incluyen tareas reservadas para la profesión según CONFEDI, como se muestra en la Figura 4. Además de estas actividades específicas, algunos profesionales mencionaron responsabilidades adicionales, como la compra-venta de insumos y productos, la calibración de equipos de laboratorio y el análisis de stock.

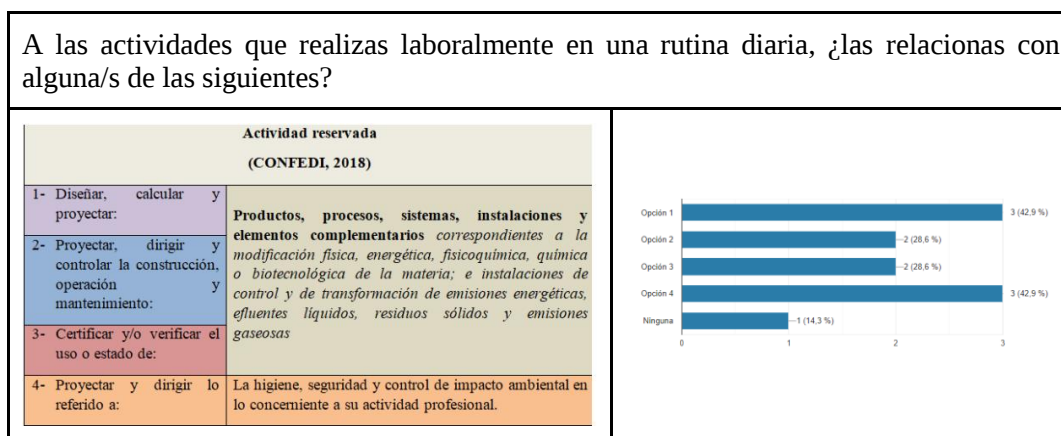


Figura 4: Actividades reservadas para ingenieros químicos según CONFEDI (2018)

La variedad de industrias en las que se desempeñan los IQ encuestados y la diversidad de actividades que realizan permiten explorar un amplio espectro de prácticas profesionales en las que la matemática está involucrada.

Así mismo cuando se cuestiona a los IQ sobre las actividades matemáticas involucradas en sus labores diarias, éstos sólo mencionan cálculos sencillos como operaciones básicas, proporcionalidad y la resolución de ecuaciones. Así por ejemplo expresan:

IQ1: “Usamos cálculos sencillos con números naturales” [...] “Los únicos cálculos son divisiones entre un valor base y un valor que se tiene de los valores mensuales o anuales. Luego comparamos con un valor de referencia. Los valores y cálculos los hace el propio sistema de la empresa”

IQ2: “Hacemos cálculos algebraicos en control de stock y de producción” [...] “Para calcular volúmenes a través de concentraciones, densidad y después más o menos similares para el control de grasa en la leche”

IQ3: “Las matemáticas que realizo no son complejas, relaciones simples como reglas de tres y ecuaciones de segundo grado” [...]. “El comportamiento de algunos de los conservantes no es proporcional, si no es una ecuación cuadrática, digamos la proporción de lo que se tiene que usar con la cantidad total de cosmético, son pocos pero en esos casos tengo que usar Bhaskara entre otras cuestiones”

IQ4: “Realizo cálculos de variables calculadas a través de otras variables que se obtuvieron por ensayos de laboratorio”.

IQ5: “Sólo hago cálculos simples”

IQ6: “Realizo diseño de cañerías para servicios, cálculos de bombas, diseño de equipos de transferencia de calor, etc.”

IQ7: “Hago análisis de stocks, proyecciones, etc.”

El análisis de las respuestas de los IQ sobre los temas y contenidos matemáticos utilizados en sus prácticas profesionales revela un uso predominante de cálculos sencillos y operaciones básicas. La mayoría de los encuestados mencionaron la utilización de herramientas matemáticas como operaciones con números naturales, proporcionalidad y resolución de ecuaciones. Específicamente, los cálculos algebraicos para el control de stock y producción, volúmenes mediante concentraciones y densidad, y relaciones simples como reglas de tres y ecuaciones cuadráticas, son frecuentemente mencionados.

A partir de estas respuestas, se observa que las matemáticas aplicadas en el día a día de los ingenieros químicos no suelen incluir herramientas avanzadas del cálculo diferencial e integral.

Estos resultados se corresponden con los hallados al analizar las respuestas que dan cuando deben seleccionar de una lista de contenidos los que consideran involucrados en sus labores. Así y tal como lo muestra en la Figura 5 predomina en sus elecciones el trabajo con números reales seguido por ecuaciones, sistemas de ecuaciones y funciones. Es importante señalar que, si bien en la figura aparece la categoría “ninguna”, ningún ingeniero químico seleccionó esta opción, la presencia de la etiqueta se debe al formato automático del gráfico, que incluye todas las categorías posibles del cuestionario, incluso

aquellas sin respuestas. Por lo tanto, la ausencia de selección en esta categoría indica que todos los encuestados identificaron, de alguna manera, el uso de contenidos del cálculo diferencial e integral en sus actividades profesionales.

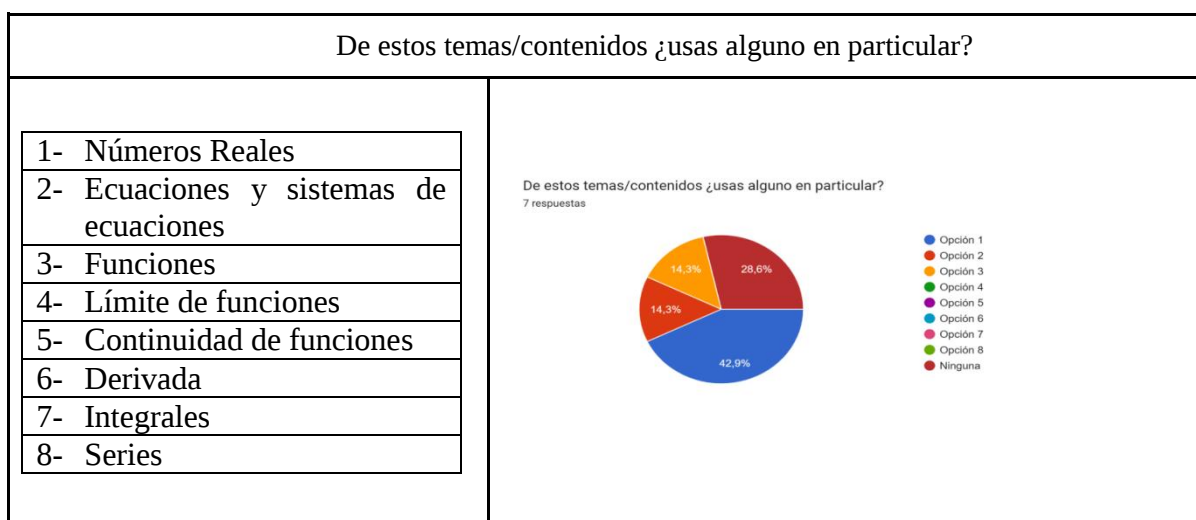


Figura 5. Desglose de contenidos de cálculo diferencial e integral según las planificaciones docentes de Matemática I y Matemática II de la FIO. Elaboración propia.

Por otro lado, ante el pedido de contextualización de los contenidos seleccionados en sus labores profesionales, surgen prácticas matemáticas vinculadas con: estadística, regresiones y aproximaciones de una dispersión de datos y cuestiones propias de matemática financiera. Así los IQ indican que usan matemática:

IQ1: “En el seguimiento de la gestión y estadística de los eventos de seguridad del sector del cual soy responsable”.

IQ2: “En el control de producción, se deben resolver ecuaciones (cuyas fórmulas ya las tenemos predeterminadas) para resolver casos específicos. En general se utiliza para calcular la cantidad de crema que debe extraer o ingresar para los lácteos”.

IQ3: “Uso mucho Matemática financiera para calcular costo, costo de venta, relación precio-beneficio, intereses, cómo calcular todo los que tiene que ver con la producción ...”

IQ4: “Hacemos Regresiones y aproximaciones de una dispersión de datos. A la regresión la utilizamos por ejemplo para la calibración de equipos. Se miden distintos parámetros (variable dependiente) variando otra (independiente). De ahí se haya una dispersión de puntos y se traza la curva de calibración que es un ajuste aproximado a una recta generalmente”

IQ5: “Hago cálculo de diluciones, porcentajes (estadísticas de hallazgos)”

IQ6: “Las opciones 1,2 y 3 para la resolución de ecuaciones de diseño”

Ante el cuestionamiento acerca de qué software utilizan en el ámbito laboral y con qué objetivo lo hacen, la mayoría expresa usar planillas de cálculo (Excel) para listar y organizar datos y hacer operaciones sencillas de control de stock y facturación y/o algún software específico para realizar dibujos técnicos y/o tareas relacionadas con el diseño y marketing. Así por ejemplo los IQ responden:

IQ2: “Uso Excel (genérico para todo) y tiempo (software de control de stock y facturación)”

IQ3: “Uso software específico de ventas, diseño y marketing”

IQ4: “Uso Excel para el cálculo de datos y almacenamiento de los mismos”

IQ6: “Utilizo Autocad para realizar planos de equipos y lay out de planta. Para cálculos utilizo Excel”

Finalmente, ante la pregunta sobre qué matemática consideran que se debiera enseñar en carreras de ingeniería, expresan que es necesaria una matemática contextualizada en la industria acorde a las necesidades del ámbito laboral que permita analizar situaciones problemáticas y tomar decisiones a partir de ello (5), una matemática contextualizada en cuestiones financieras (1), que involucre el uso de Excel o software en general (2), profundizando en cuestiones contextualizadas de probabilidad y estadística (2). Así los IQ expresan:

IQ1: “Aunque se explican bien los temas ya que sirve para abrir la cabeza se debería sumar algo aplicado para poder desempeñarse en la industria. Uso de Excel, fórmulas, uso ejemplificando en la industria. A veces se explican temas muy complejos que no son aplicados y se puede detallar más en lo simple”

IQ2: “Los temas abordados en la facultad están muy bien. Lo único que realizaría sería ampliar el contenido de la matemática aplicada a casos reales.”

IQ3: “Las aplicadas y básicas necesarias para el desarrollo del resto de las asignaturas.”

IQ4: “Creo que durante la carrera vimos muchos tipos de matemáticas muy útiles para la resolución de problemas, y poco para la evaluación de una mayor cantidad de datos

para la posterior toma de decisiones. También la probabilidad y estadística debería tener una posición más preponderante, así como la incorporación de matemática computacional (durante la cursada de Cs. De la computación sólo vimos lenguaje Pascal y operaciones con números binarios)”

IQ5: “Creo que el análisis matemático es una herramienta fundamental para su aplicación en el diseño, álgebra y geometría y la probabilidad y estadística para el análisis de datos.”

IQ6: “Si. Son fundamentales”

IQ7: “Según en lo que trabajo ahora me hubiera gustado más saber matemáticas financieras. Y siempre pensé que el análisis matemático III era de gusto”.

7.1.4. Análisis de resultados

El análisis de las respuestas de los ingenieros químicos (IQ) permite identificar diversas prácticas matemáticas que emergen en sus actividades laborales. Desde el marco del EOS, estas prácticas pueden analizarse en términos de configuraciones epistémicas, considerando los objetos primarios matemáticos involucrados y su función en la resolución de problemas específicos del ámbito profesional.

Entre las prácticas matemáticas más mencionadas se destacan:

Análisis de datos: Seguimiento de gestión, análisis estadístico de eventos de seguridad, calibración de equipos, regresiones y aproximaciones a partir de datos experimentales.

Resolución de problemas: Aplicación de ecuaciones predefinidas en el cálculo de control de stock y producción, determinación de proporciones en mezclas y diseño de equipos (cañerías, bombas, transferencia de calor).

Gestión financiera: Cálculo de costos, análisis de precios, estimaciones de relación precio-beneficio e intereses.

Si bien el foco de esta tesis es el cálculo diferencial e integral, los datos muestran que las prácticas matemáticas declaradas por los IQ se centran mayormente en operaciones algebraicas, proporcionalidad, ecuaciones y ajustes funcionales. Sin embargo, se observan posibles usos implícitos del cálculo diferencial e integral, especialmente en tareas que involucran la modelización de procesos, la optimización y el ajuste de curvas.

Desde una perspectiva ontosemiótica, estas prácticas permiten inferir configuraciones epistémicas en la práctica profesional de los IQ, destacando los objetos primarios movilizados en su actividad. La Tabla 3 sintetiza la relación entre los objetos matemáticos identificados y su aplicación en el contexto ingenieril:

Conceptos		Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)	
Ecuaciones matemáticas	Expresión que establece una igualdad entre dos términos matemáticos.	Uso de ecuaciones predefinidas para el cálculo de control de stock, producción y diseño de equipos (cañerías, bombas, transferencia de calor).	
Curvas	Conjunto de puntos que satisfacen una relación matemática.	Ajuste de curvas para la calibración de equipos a partir de la dispersión de datos experimentales.	
Modelo Matemático	Representación matemática de un sistema o fenómeno del mundo real.	Uso de modelos matemáticos para describir y predecir comportamientos en procesos industriales.	
Propiedades		Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)	
Relación de proporcionalidad	Relación entre dos magnitudes que mantiene una razón constante.	Aplicación en cálculos de volúmenes y concentraciones en producción, como el control de grasa en la leche.	
Procedimientos		Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)	
Cálculos algebraicos	Operaciones algebraicas con números reales.	Control de stock y producción, determinación de volúmenes mediante concentraciones y densidad, y aplicación de reglas de tres.	
Resolución de ecuaciones	Procedimientos algebraicos para resolver ecuaciones, incluyendo métodos generales (aislamiento de variables) y métodos específicos como la resolución de ecuaciones cuadráticas mediante la fórmula de Bhaskara	Aplicación de ecuaciones preestablecidas para cálculo de producción y control de calidad (e.g. fórmula de Bhaskara en cosméticos, cálculo de diluciones y porcentajes).	
Ajuste de curvas	Representación gráfica de datos mediante interpolaciones o regresiones.	Ajuste de datos experimentales en la calibración de equipos y análisis de tendencias.	
Resolución de sistemas de ecuaciones	Método algebraico para obtener valores de variables interdependientes.	Aplicación en diseño de cañerías, cálculo de bombas y dimensionamiento de equipos de transferencia de calor.	

Argumentos (Objetos asociados)	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo matemático) – Procedimiento (Ajuste de curvas)	Herramienta matemática para predecir y explicar fenómenos.	Utilización de modelos para describir procesos de producción y optimización de diseño de equipos.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Lenguaje verbal/simbólico/gráfico	Sistema de representación para expresar conceptos y relaciones matemáticas con precisión.	Uso de notación matemática en informes técnicos, ecuaciones y gráficos para el análisis de procesos y toma de decisiones.

Tabla 3. Configuración epistémica de objetos primarios según entrevistas a ingenieros en ejercicio. Elaboración propia.

Los resultados obtenidos indican que los IQ utilizan en su práctica profesional una matemática centrada en operaciones básicas, ecuaciones, ajustes funcionales y proporcionalidad, sin un uso explícito del cálculo diferencial e integral en su discurso. Esto podría explicarse por dos razones principales:

- El rol desempeñado por los IQ en las empresas: Muchas de sus tareas no involucran directamente modelización o análisis avanzado de sistemas, sino cálculos operacionales más simples que pueden resolverse con álgebra y estadística básica.
- La mediación tecnológica: En numerosos casos, los cálculos más complejos son realizados por software o herramientas específicas, sin necesidad de que los IQ manipulen directamente expresiones del cálculo diferencial e integral.

A pesar de esto, la importancia de la formación matemática en ingeniería sigue siendo un consenso entre los encuestados. La mayoría de los IQ considera que la enseñanza matemática en carreras de ingeniería debería estar contextualizada en la industria, priorizando herramientas que les permitan analizar situaciones problemáticas y tomar decisiones fundamentadas.

Entre los conceptos matemáticos asociados, se destacan los números reales, que se usan en cálculos básicos y proporciones. Las ecuaciones y sistemas de ecuaciones son utilizados para resolver problemas específicos en control de producción y diseño de equipos. Las funciones cuadráticas y regresiones se aplican en la calibración de equipos y análisis de dispersión de datos.

Los procedimientos matemáticos incluyen el cálculo de proporciones y porcentajes para la determinación de mezclas y control de calidad, la resolución de ecuaciones aplicando fórmulas predeterminadas para resolver casos específicos, y el análisis estadístico para el seguimiento de gestión y control de producción mediante métodos estadísticos.

Entre las propiedades matemáticas se destaca la proporcionalidad, que describe la relación constante en mezclas y reacciones.

El lenguaje utilizado en estas prácticas es tanto verbal como simbólico, describiendo procesos y fenómenos mediante términos matemáticos y ecuaciones. Además, se utilizan diagramas y gráficos para la representación visual de datos y funciones, facilitando el análisis y la toma de decisiones.

Los argumentos incluyen la validación y verificación a través del uso de modelos matemáticos y regresiones para asegurar la precisión y confiabilidad de los cálculos. Además, se pone énfasis en la explicación y justificación clara y lógica de los métodos y resultados obtenidos en la práctica laboral.

Este estudio permite construir una primera aproximación al significado referencial del cálculo diferencial e integral en la Ingeniería Química, estableciendo una base para analizar, en los siguientes capítulos, en qué medida los significados institucionales de la FIO reflejan o se distancian de este significado referencial.

7.2. SEGUNDO ESTUDIO. Análisis de prácticas matemáticas en trabajos finales de Ingeniería Química

7.2.1. Objetivos

Inquirir las prácticas matemáticas y los objetos primarios que los futuros ingenieros químicos ponen en juego en sus Trabajos Finales de Carrera (TFC) para identificar y resolver problemáticas ingenieriles reales, analizando cómo estas prácticas configuran significados matemáticos en el ámbito profesional.

7.2.2. Metodología

El análisis se realizó sobre los Trabajos Finales de Carrera (TFC) como se mencionó en el capítulo 6. En este capítulo se presentan los resultados obtenidos y su análisis.

7.2.4. Resultados

Se presentan a continuación los resultados obtenidos al analizar los diez TF objeto de estudio.

Trabajo 1: “Efluentes reales: diseño de un sistema de tratamiento para una industria textil aplicando Tecnologías Avanzadas de Oxidación”

Situación problema

Minimizar las consecuencias ambientales negativas que derivan de la producción de industrias textiles.

Propuesta para resolver la situación problema

Diseñar un sistema de tratamiento para un efluente no biodegradable de una empresa textil utilizando Tecnologías Avanzadas de Oxidación (TAO's) con el fin de descargarlo a la colectora cloacal, atendiendo a los requerimientos de la normativa vigente (Resolución 336/2003). Se toma como estudio de caso una industria dedicada al rubro textil, radicada en el centro-sur de la provincia de Buenos Aires

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: ajustar datos experimentales a una expresión cinética que permita predecir la velocidad de la reacción química que se está estudiando.

Sub-problema 2: diseño de un sistema industrial a partir de datos experimentales obtenidos en pequeña escala, donde es crucial mantener la semejanza geométrica, cinemática y dinámica, así como condiciones de contorno análogas entre el prototipo (escala piloto) y el modelo (equipo en escala industrial).

Sub-problema 3: cálculo del tiempo de reacción necesario para disminuir la Demanda Química de Oxígeno.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la Tabla 4 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada:

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Derivada	Medida de la tasa de cambio instantánea de una función con respecto a una de sus variables.	•La velocidad de reacción en cinética química se define como la tasa de cambio de la concentración

		de uno de los reactivos o productos de una reacción química respecto al tiempo. • La derivada de la velocidad de reacción con respecto a las concentraciones de los reactivos representa la tasa instantánea de cambio de la velocidad de reacción en relación con las concentraciones de los reactivos.
Ecuación diferencial	Ecuación que involucra una función desconocida y una o más de sus derivadas.	El orden de reacción es una medida de cómo la velocidad de una reacción química depende de la concentración de los reactivos. Por ejemplo, una reacción de primer orden $\left(-\frac{dQ_0}{dt} = k \cdot DQ_0\right)$ depende linealmente de la concentración de un reactivo, mientras que una reacción de segundo orden depende cuadráticamente de la concentración, y así sucesivamente.
Semejanza geométrica	Relación entre dos figuras o cuerpos en la que los ángulos de una figura son congruentes con los ángulos correspondientes de la otra figura, y las longitudes de los lados de una figura son proporcionales a las longitudes de los lados correspondientes de la otra figura.	La relación de proporcionalidad entre las dimensiones de un modelo y un prototipo son necesarias para asegurar que la forma y la geometría sean comparables.
Volumen	Medida tridimensional que describe el espacio ocupado por un objeto o una sustancia.	Cantidad de líquido que puede contener el tanque y se calcula multiplicando el área de la base del tanque por su altura.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Continuidad	• Una función f es continua en un punto c si el valor de la función en c coincide con los límites de la función cuando x se aproxima a c desde cualquier dirección. • La continuidad es una condición necesaria para la diferenciabilidad en un punto. Si una función es discontinua en un punto, no puede ser diferenciable en ese punto.	• La función que representa la velocidad de reacción química puede ser tanto continua como discontinua, dependiendo de la naturaleza específica de la reacción y de cómo se defina la velocidad de reacción en un contexto particular. • Si la velocidad de reacción es una función continua de las concentraciones de los reactivos, entonces se puede derivar en relación con esas concentraciones, y la derivada representa la tasa instantánea de cambio de la velocidad de reacción con respecto a las concentraciones.
Constante de integración	En la resolución de una ecuación diferencial, es común que aparezca	Las constantes cinéticas que surgen de la resolución de la ecuación

	una constante arbitraria, también conocida como constante de integración. Esta constante surge como resultado de la integración indefinida de la ecuación diferencial y representa la familia de soluciones que satisface la ecuación diferencial original.	diferencial que modeliza la velocidad de reacción son parámetros que describen la velocidad de una reacción química en función de la concentración de los reactivos.
Linealidad	Propiedad de una función o relación matemática de comportarse de manera proporcional.	Se refiere a una relación entre la velocidad de reacción y la concentración de un reactivo que es directamente proporcional.
Relación de proporcionalidad	Relación entre dos cantidades o variables que indica cómo cambia una cantidad en relación con el cambio en la otra cantidad, manteniendo constante la proporción entre ellas.	Relación entre las dimensiones prototipo-tanque real, en variables como el diámetro, la altura, el ancho de los álabes del agitador, etc.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Modelar matemáticamente	•Desarrollar un modelo matemático implica describir matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas. Estos modelos se utilizan para comprender, predecir o controlar el comportamiento del sistema en cuestión. •Realizar un diagrama de dispersión de puntos en el plano a partir de datos tabulados y, posteriormente, ajustar a un modelo con un software atendiendo a parámetros estadísticos. (Matemático/ tecnológico)	•Desarrollar modelos matemáticos que describan la relación entre la velocidad de reacción y la concentración de los reactivos. Esto puede implicar la utilización de ecuaciones diferenciales que describan la cinética de la reacción y la determinación de los parámetros cinéticos, como las constantes de velocidad y los órdenes de reacción, a partir de los datos experimentales. •Registrar en una tabla los datos experimentales que describen la velocidad de reacción en función de la concentración de los reactivos. • Representar los datos experimentales en gráficos que muestren la relación entre la velocidad de reacción y la concentración de los reactivos. Esto implica trazar curvas de velocidad de reacción versus concentración para diferentes experimentos y analizar la forma de las curvas. •Ajustar los datos experimentales para determinar el orden de reacción que represente atendiendo a modelos teóricos preestablecidos

Resolver ecuaciones	• Resolver ecuaciones diferenciales de primer orden con el método de variables separables. Este método es aplicable cuando la ecuación diferencial puede ser reescrita de manera que las variables independientes y dependientes puedan ser separadas en lados opuestos de la ecuación. • Las integrales definidas se utilizan en la resolución de ecuaciones diferenciales para encontrar las funciones que satisfacen las relaciones entre las derivadas y las funciones originales. Esto demuestra la estrecha relación entre las integrales definidas y las ecuaciones diferenciales como herramientas fundamentales para modelar y resolver problemas en diversas áreas de la ciencia y la ingeniería. • Determinar el valor de la constante que surge de la resolución de la ecuación diferencial: Para determinar el valor específico de la constante de integración, se aplican las condiciones iniciales o de contorno proporcionadas en el problema. • Determinar la escala apropiada para el modelo y el prototipo, teniendo en cuenta las semejanzas geométricas, cinemáticas y dinámicas.	• Resolución de la ecuación diferencial para validar el modelo seleccionado según el ajuste realizado y que representa la expresión cinética que permita predecir la velocidad de la reacción química que se está estudiando. • Calcular las constantes cinéticas de la reacción, como las constantes de velocidad, a partir de los datos experimentales y los modelos matemáticos desarrollados. • Utilizar los datos experimentales de pequeña escala para extrapolar y predecir el comportamiento del sistema a escala industrial.
Argumentos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	A partir de datos discretos obtenidos en un experimento, es factible analizarlos con el objetivo de encontrar una expresión matemática (modelo) que facilite la anticipación, explicación y predicción del comportamiento de ciertos fenómenos.	Mediante la recopilación de datos discretos obtenidos en experimentos de reacciones químicas, se lleva a cabo un análisis con el propósito de encontrar una expresión matemática (modelo) que pueda describir de manera precisa la velocidad de reacción química. Este modelo se busca con el fin de anticipar, explicar y predecir el comportamiento de la velocidad de reacción en diversas condiciones y escenarios.
Concepto (factor de correlación) – Procedimiento (modelar)	El R^2 es un factor que puede ayudar a decidir sobre el grado de ajuste entre los modelos y la distribución de los datos.	Tal como se espera a partir de los datos bibliográficos, el ajuste mostrado en la Figura 3 mejora respecto al correspondiente a una

Tabla 4. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 1

En el contexto del diseño de un sistema de tratamiento de efluentes textiles mediante Tecnologías Avanzadas de Oxidación (TAO's), se ponen en juego una serie de conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguajes provenientes tanto de las matemáticas como de la química. La articulación de estos elementos permite modelizar la

cinética de reacción, escalar el proceso a nivel industrial y garantizar el cumplimiento de la normativa ambiental vigente.

Los **conceptos** proporcionan la base teórica para modelar el proceso de tratamiento del efluente. En particular, la derivada se emplea para cuantificar la tasa de cambio de la concentración de contaminantes en función del tiempo, lo que permite describir la velocidad de reacción química. Asimismo, las ecuaciones diferenciales aparecen como herramientas clave para modelar la cinética de la reacción, estableciendo relaciones entre la variación de la concentración y los parámetros cinéticos del sistema. Desde el punto de vista del diseño del reactor, el concepto de semejanza geométrica juega un rol central, ya que permite extrapolar datos experimentales obtenidos en pequeña escala al diseño de un sistema industrial, garantizando la proporcionalidad entre dimensiones y condiciones operativas.

Las **propiedades** caracterizan el comportamiento de las ecuaciones y los modelos empleados en el análisis. La continuidad de las funciones que describen la velocidad de reacción permite derivarlas y obtener información sobre la variación instantánea de la concentración de los reactivos. Además, la relación de proporcionalidad es clave en la transición de escala del sistema, asegurando que el modelo experimental y el prototipo industrial mantengan relaciones consistentes entre variables como volumen, caudal y dimensiones del reactor. Asimismo, la constante de integración que aparece en la resolución de ecuaciones diferenciales se vincula con las constantes cinéticas del proceso, fundamentales para determinar la eficiencia del tratamiento.

Los **procedimientos** son esenciales para el desarrollo del modelo y la validación del sistema de tratamiento. Se lleva a cabo un ajuste de datos experimentales mediante regresiones para encontrar la ecuación diferencial que mejor representa la cinética de reacción. Posteriormente, estas ecuaciones se resuelven utilizando el método de variables separables, aplicando integrales definidas para determinar el tiempo de reacción necesario para alcanzar la reducción deseada de la Demanda Química de Oxígeno (DQO). En términos de diseño, el proceso involucra la resolución de sistemas de ecuaciones para definir parámetros operativos, así como la aplicación de criterios de semejanza geométrica para escalar el sistema desde la fase experimental a la implementación industrial.

Los **argumentos** respaldan la validez de los modelos empleados y justifican las decisiones tomadas en el diseño del sistema. La precisión del ajuste de datos

experimentales se evalúa mediante el coeficiente de correlación R^2 , asegurando que el modelo matemático representa adecuadamente el comportamiento de la reacción. Del mismo modo, la necesidad de conservar la semejanza geométrica, cinemática y dinámica entre el prototipo y el sistema industrial se justifica con base en principios de escalado, garantizando que el reactor diseñado reproducirá el comportamiento observado en el laboratorio.

El **lenguaje** cumple un rol clave en la comunicación y estructuración del análisis. Desde la expresión de ecuaciones diferenciales que describen la cinética de reacción hasta la formulación de relaciones de proporcionalidad en el diseño del reactor, el lenguaje simbólico permite expresar de manera precisa los modelos empleados. Asimismo, el lenguaje gráfico es utilizado para representar la dispersión de datos experimentales y los ajustes de regresión, facilitando la interpretación visual de los resultados. A nivel verbal, se emplean definiciones y explicaciones que contextualizan los conceptos matemáticos en el ámbito ingenieril, permitiendo establecer conexiones entre la modelización matemática y la resolución de la problemática ambiental planteada.

En síntesis, el diseño de un sistema de tratamiento de efluentes textiles mediante TAO's requiere una integración estrecha entre conocimientos matemáticos y químicos. La modelización de la cinética de reacción, la aplicación de criterios de semejanza geométrica y la resolución de ecuaciones diferenciales permiten estructurar un sistema eficiente y escalable. Este trabajo evidencia la relevancia del cálculo diferencial e integral en la resolución de problemas ingenieriles, resaltando su papel en la optimización de procesos y en la toma de decisiones fundamentadas en modelos matemáticos.

Trabajo 2: “Diseño de una planta de activación de arcillas para su uso como material cementicio suplementario”

Situación problema

El sector de la construcción enfrenta desafíos significativos en términos de sostenibilidad y eficiencia en el uso de recursos. La creciente demanda de cemento y la necesidad de reducir el impacto ambiental de su producción han generado la búsqueda de alternativas innovadoras para la fabricación de materiales de construcción. En este contexto, surge la problemática de encontrar una solución que permita utilizar arcillas caoliníticas calcinadas como material cementicio suplementario de manera eficiente y rentable.

Propuesta para resolver la situación problema

El presente proyecto tiene como objetivo llevar a cabo el diseño de una planta para la activación térmica y mecánica de arcillas caoliníticas, con el fin de utilizarlas como material cementicio suplementario. La propuesta implica un enfoque integral que abarca desde el análisis del mercado hasta la evaluación de aspectos de seguridad, higiene y medio ambiente.

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: Tratamiento de la arcilla.

- Identificar los principales picos de los minerales arcillosos: caolinita (K), illita (I), cuarzo (Q) y albita (A), para saber el tratamiento calórico que debe recibir la arcilla.
- Definir el calor asociado al camino hipotético de la arcilla a partir del calor específico de cada componente.

Sub-problema 2: Definir que ventilador es el más adecuado para la planta a partir de la ecuación de Bernoulli y de las curvas características.

Sub-problema 3: Calcular las dimensiones que deben tener los componentes de la planta.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la Tabla 5 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada.

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	La correlación de Rizk y de Stegmaier describen la velocidad de transporte de la arcilla y la caída de presión en los ductos, respectivamente.
Área circular	Cantidad de espacio contenido dentro del perímetro de un círculo.	El área circular de un ducto se refiere al espacio dentro del ducto que tiene una forma circular.
Razón trigonométrica	Funciones matemáticas que relacionan los ángulos de un triángulo rectángulo con las longitudes de sus lados.	Para la longitud del transportador (forma en conjunto con el piso y la planta un triángulo rectángulo), se utiliza la función coseno y tangente.
Volumen	El volumen es una medida que cuantifica el espacio tridimensional que ocupa un objeto o sustancia.	Para el diseño del cilo y de la tolva se consideran su forma cilíndrica y cónica respectivamente.
Curva	Una curva se define como un	En el proceso de selección del ventilador, se

	conjunto de puntos que satisfacen una cierta relación o ecuación matemática.	hallan las curvas características del mismo para evaluar su desempeño y determinar su idoneidad para el sistema.
Logaritmo	El logaritmo se entiende como una relación matemática que establece la potencia a la que se debe elevar una base determinada para obtener un cierto resultado.	Para el diseño de aerofriador se considera una diferencia logarítmica media de temperaturas de flujo (LMDT).
Función cuadrática	Función matemática cuya ecuación tiene la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$; donde a, b y c son constantes y $a \neq 0$	El calor específico de la metacaolinita y de la caolinita se modeliza con una función cuadrática.
Función Racional	Función que se puede expresar como el cociente de dos polinomios, donde el polinomio del denominador es no nulo.	El calor específico del cuarzo se modeliza con una función racional
Función afín	Función matemática cuya ecuación tiene la forma: $f(x) = mx + b$, donde m y b son constantes.	El calor específico del cuarzo se modeliza con una función afín.
Integral	Operación fundamental que se utiliza para encontrar la acumulación de una cantidad continua a lo largo de un intervalo dado, representada como la suma de infinitesimales.	Cantidad total de calor absorbido o liberado por una sustancia cuando su temperatura cambia.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Continuidad	Si una función es continua es integrable.	Las funciones de calor específico consideradas son continuas y por lo tanto integrables.
Extremos de una función	Los máximos y mínimos locales se refieren a puntos en una función donde ésta alcanza valores relativamente extremos en comparación con sus alrededores inmediatos.	Los máximos y mínimos locales de la curva de diferencia de temperatura versus temperatura corresponden a cambios físicos o químicos, como fusiones, transiciones de fase, descomposiciones o reacciones químicas que experimenta la muestra.
Relación de proporcionalidad	Relación matemática en la que dos magnitudes o cantidades varían de manera que mantienen una razón constante entre sí.	Hay una relación de proporcionalidad entre el caudal, la velocidad y el área del ducto.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Analizar representaciones gráficas.	Interpretar curvas y derivadas para detectar picos característicos (máximos y mínimos locales).	Identificación de picos para determinar los minerales presentes en la muestra, así como posibles cambios físicos y/o químicos de la materia.
Resolver Integrales.	Resolver integrales definidas.	Resolver integrales para calcular el calor específico de cada componente de la arcilla.

Despejar Ecuaciones	Despejar ecuaciones y realizar cálculos a partir de bibliografía de referencia.	Realizar despejes de ecuaciones de referencia para determinar por ejemplo las dimensiones y parámetros claves del ciclón y las pérdidas de carga por fricción de sólidos y aire en los ductos.
Sustituir variables	Despejar una variable en una ecuación y luego sustituir esa expresión en otra para reducir el sistema a una sola ecuación con una sola variable.	Sustituir variables por otras de interés, como, por ejemplo, expresar el área transversal del ducto en función de la velocidad del flujo y el caudal para calcular el diámetro de la misma.
Reconocer razones trigonométricas	Calcular los lados de un triángulo rectángulo utilizando las razones coseno y tangente.	Calcular las dimensiones de la cinta transportadora y la altura necesaria a la cual se debe disponer la descarga del filtro de mangas.
Sistema de ecuaciones	Graficar curvas e identificar los puntos en los cuales dos curvas se intersecan.	Graficar la curva del sistema y las curvas de rendimiento e identificar el punto de diseño.
Argumentos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
(Objetos asociados)		
Concepto (modelo) – Concepto (función a fin, racional y cuadrática)	Utilización de modelos reconocidos en bibliografía de referencia.	El diseño del ciclón se valida mediante pruebas piloto, simulaciones computacionales, modelos teóricos u otros métodos de análisis para asegurar su eficacia y eficiencia en el proceso de calcinación.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	•Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema... •El cociente entre las cantidades x e y es menor que 1,35. •El volumen total es la diferencia entre el volumen del cilindro y del cono. •la “velocidad” se refiere a la tasa de cambio de la posición de un objeto en relación con el tiempo. Es una medida de cuán rápido se mueve un objeto en una dirección específica. •El coseno de un ángulo en trigonometría es una función que relaciona el ángulo de un triángulo rectángulo con las longitudes de los lados adyacentes e hipotenusa.	•“Estudios de modelado matemático del proceso de calcinación flash [7], han demostrado que las partículas de arcilla alcanzan inmediatamente la temperatura del gas...” •Se dice que hay ausencia de resuspensión de las partículas cuando la relación entre la velocidad de entrada del gas (V_i) y la velocidad de saltación (V_s) es menor a 1,35. •Una vez dimensionada la tolva de tipo cono, se calcula el volumen de la sección cilíndrica del mismo a partir de la diferencia entre el volumen necesario a almacenar y el volumen de la misma. •La “velocidad de filtración” se define como el cociente entre el volumen de líquido filtrado y el área de la superficie del medio filtrante en un cierto período de tiempo. •Para determinar el largo del fluidor requerido se considera que el mismo

		formará un ángulo de 10° respecto al piso de planta, y que la descarga del ciclón se encuentra a 3 metros de distancia de la descarga del filtro de mangas. • Conocido el ángulo del vértice de la tolva, se selecciona un diámetro de silo de 8 m, y a partir de estos parámetros se calcula la altura del cono invertido mediante trigonometría, resultando una altura de 10,42 m.
Simbólico	• Función cuadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$ • Función Racional: $f(x) = \frac{P(x)}{Q(x)}$ • Función afín: $f(x) = mx + b$ • Inecuación: $\frac{x}{y} < 1,35$ • Área de un círculo: $A(r) = \pi r^2$ • Relación de proporcionalidad directa: $y = kx$ • Volumen de un cilindro: $\pi r^2 h$ • Volumen de un cono: $V = \frac{\pi r^2 h}{3}$ • Logaritmo: $\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$	• Función del calor específico de la metacaolinita y de la caolinita: $C_{pmk} = 1,19 + 6,3 \cdot 10^{-5} \cdot T - 6,68 \cdot 10^{-9} \cdot T^2$ $C_{pk} = 1,105 + 8,38 \cdot 10^{-4} \cdot T - 4,3 \cdot 10^{-7} \cdot T^2$ • Función del calor específico del cuarzo α: $C_{pQ\alpha} = 10,87 + 8,712 \cdot 10^{-3} \cdot T - 2,412 \cdot 10^{-5} \cdot T^{-2}$ • Función del calor específico del cuarzo β: $C_{pQ\beta} = 10,95 + 5,5 \cdot 10^{-3} \cdot T$ • Velocidad de saltación $W = \sqrt[3]{\frac{4g\mu(\rho_p - \rho)}{3\rho^2}}$ $= \sqrt[3]{\frac{4 \cdot 9,81 \frac{m}{s^2} \cdot 2,85 \cdot 10^{-5} \frac{Kg}{ms} \cdot (2490 - 6,71) \frac{Kg}{m^3}}{3 \cdot \left(0,671 \frac{Kg}{m^3}\right)^2}}$ $= 1,341 < 1,35$ • Diámetro del ducto: $D = \sqrt{\frac{4Q}{v\pi}}$ • Ecuación del Caudal: $Q = v \cdot A$ • Largo del fluidor: $L = \frac{3m}{\cos(10^\circ)} = 3,05 \text{ m}$ • Volumen del cilo

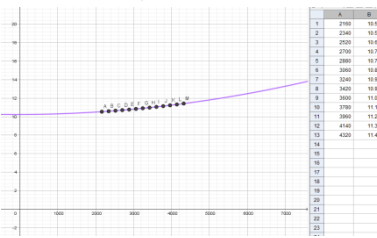
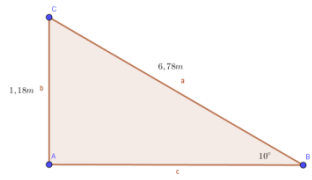
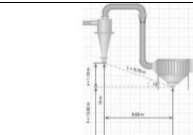
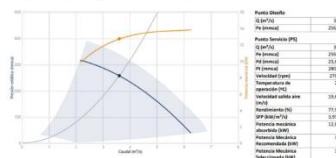
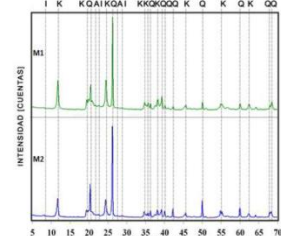
		$V_{cilindro} = 643,43 - \pi \cdot r^2 \cdot \frac{h}{3} =$$643,43 \, m^3 - 174,59 \, m^3$ - Ecuación de Bernoulli:$z_1 + \frac{P_1}{\rho_1 \cdot g} + \frac{V_1^2}{2 \cdot g} + h_A - h_L - h_R$$= z_2 + \frac{P_2}{\rho_2 \cdot g} + \frac{V_2^2}{2 \cdot g}$ - Diferencia logarítmica media de temperaturas de flujo (LMDT):$LMDT = \frac{(T_1 - t_2) - (T_2 - t_1)}{\ln(\frac{T_1 - t_2}{T_2 - t_1})}$																																																
Gráfico/tecnológico	<table><thead><tr><th>A</th><th>B</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>2100 10.04</td></tr><tr><td>2</td><td>2140 10.05</td></tr><tr><td>3</td><td>2020 10.05</td></tr><tr><td>4</td><td>2100 10.71</td></tr><tr><td>5</td><td>2080 10.71</td></tr><tr><td>6</td><td>2080 10.84</td></tr><tr><td>7</td><td>2080 10.91</td></tr><tr><td>8</td><td>2420 10.98</td></tr><tr><td>9</td><td>2000 11.06</td></tr><tr><td>10</td><td>2100 11.14</td></tr><tr><td>11</td><td>2080 11.23</td></tr><tr><td>12</td><td>4140 11.32</td></tr><tr><td>13</td><td>4320 11.42</td></tr><tr><td>14</td><td></td></tr><tr><td>15</td><td></td></tr><tr><td>16</td><td></td></tr><tr><td>17</td><td></td></tr><tr><td>18</td><td></td></tr><tr><td>19</td><td></td></tr><tr><td>20</td><td></td></tr><tr><td>21</td><td></td></tr><tr><td>22</td><td></td></tr><tr><td>23</td><td></td></tr></tbody></table>	A	B	1	2100 10.04	2	2140 10.05	3	2020 10.05	4	2100 10.71	5	2080 10.71	6	2080 10.84	7	2080 10.91	8	2420 10.98	9	2000 11.06	10	2100 11.14	11	2080 11.23	12	4140 11.32	13	4320 11.42	14		15		16		17		18		19		20		21		22		23		 Figura P1 Disposición espacial del sistema de transporte de producto final  Figura 19 Curva característica del ventilador seleccionado, y parámetros de operación obtenidos mediante software de simulación.  Figura 4.1 Difractogramas de las muestras
A	B																																																	
1	2100 10.04																																																	
2	2140 10.05																																																	
3	2020 10.05																																																	
4	2100 10.71																																																	
5	2080 10.71																																																	
6	2080 10.84																																																	
7	2080 10.91																																																	
8	2420 10.98																																																	
9	2000 11.06																																																	
10	2100 11.14																																																	
11	2080 11.23																																																	
12	4140 11.32																																																	
13	4320 11.42																																																	
14																																																		
15																																																		
16																																																		
17																																																		
18																																																		
19																																																		
20																																																		
21																																																		
22																																																		
23																																																		

Tabla 5. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 2

En el contexto de resolver desafíos en la construcción y la producción de materiales con un enfoque en la sostenibilidad, se utilizan una variedad de conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguajes provenientes tanto de las matemáticas como de la química.

Los **conceptos matemáticos y químicos** proporcionan la base teórica para entender fenómenos y procesos. Por ejemplo, se utilizan funciones, ecuaciones y relaciones para modelar y describir propiedades físicas y químicas de los materiales, como el difractograma para identificar picos característicos de minerales en la arcilla. Estos conceptos son fundamentales para comprender y analizar la interacción entre diferentes variables en un sistema dado.

Además para calcular el requerimiento energético en el calcinador, se utilizan **integrales** para sumar infinitesimales incrementos de calor específico (acumulación total) a lo largo de todo el rango de temperaturas considerado. Esto proporciona una manera de calcular la cantidad total de calor absorbida teniendo en cuenta la variación del calor específico con la temperatura.

Las **propiedades matemáticas y químicas** son características inherentes a los objetos que nos permiten describir su comportamiento. Desde la continuidad de funciones hasta las relaciones de proporcionalidad, estas propiedades son cruciales para entender cómo cambian las funciones y cómo interactúan las variables en un sistema. Por ejemplo, se considera la relación entre el caudal, la velocidad y el área del ducto en el diseño de la planta.

Los **procedimientos matemáticos y químicos** son acciones específicas que se llevan a cabo para resolver problemas o analizar situaciones. Desde la interpretación de gráficos y la resolución de ecuaciones hasta el cálculo de áreas y volúmenes, estos procedimientos son esenciales para desarrollar soluciones concretas a problemas complejos. Por ejemplo, se utilizan ecuaciones y relaciones trigonométricas para calcular dimensiones y parámetros clave del ciclón en la planta.

Los **argumentos matemáticos y químicos** usados respaldan el uso de ciertos enfoques o modelos en el contexto analizado. Desde la importancia de los gráficos cartesianos en la visualización de datos hasta la validación de modelos matemáticos mediante pruebas experimentales en química, estos argumentos son esenciales para demostrar la eficacia y relevancia de los enfoques utilizados. Por ejemplo, se justifica la identificación de minerales en arcilla mediante picos específicos en el difractograma.

Respecto del **lenguaje matemático y químico**, desde la expresión de relaciones matemáticas mediante ecuaciones hasta la descripción verbal de fenómenos químicos, representan un papel crucial en la comunicación y comprensión de ideas. Por ejemplo, se emplea el lenguaje simbólico para expresar funciones de calor específico de los materiales y el lenguaje verbal para describir procesos de filtración y diseño de equipos.

Trabajo 3: “Separación de fases en la extracción de aceite de canola con etanol”

Situación problema

Actualmente, el proceso convencional de extracción de aceite de canola utiliza hexano como solvente, el cual plantea preocupaciones ambientales y de seguridad debido a

su toxicidad y volatilidad. Por ende, se busca una alternativa más ecológica y segura. El etanol se perfila como una opción prometedora debido a su disponibilidad, bajo costo y menor impacto ambiental. Sin embargo, su uso implica una etapa adicional de separación de fases, lo que plantea desafíos técnicos y requerimientos de equipos.

Propuesta para resolver la situación problema

Diseñar un proceso de extracción de aceite de canola utilizando etanol como solvente y seleccionar los equipos necesarios para la etapa de separación de fases. Se propone realizar un análisis exhaustivo de los costos de producción y evaluar los aspectos relacionados con la seguridad, la salud ocupacional y el medio ambiente. Además, se propone buscar equipos alternativos que puedan mejorar la eficiencia y la seguridad del proceso. El objetivo es encontrar una solución integral que combine eficacia, sustentabilidad y seguridad en el proceso de extracción de aceite de canola.

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: Diseño de un sistema industrial basado en datos experimentales extraídos de la bibliografía de referencia. Es fundamental preservar la semejanza geométrica, cinemática y dinámica, así como mantener condiciones de contorno análogas entre el prototipo a escala piloto y el equipo a escala industrial.

Sub-problema 2: Decidir qué bomba centrífuga es la más adecuada a partir de las curvas características del sistema y de la bomba.

Objetos matemáticos puestos en juego en la resolución

En la Tabla 6 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada.

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Ecuación	Expresión matemática que establece la igualdad entre dos términos o conjuntos de términos.	Se utilizan ecuaciones preestablecidas en bibliografía de referencia como por ejemplo la ecuación general de la energía.
Logaritmo	Relación matemática que establece la potencia a la que se debe elevar una base determinada para obtener un cierto resultado.	Se utiliza la expresión logaritmo en la ecuación de la temperatura media logarítmica (TML).
Curva	Conjunto de puntos que	La curva de operación de sistema de una bomba

	satisfacen una cierta relación o ecuación matemática.	(obtenida de manera experimental) y la curva de rendimiento de una bomba (dada por el fabricante) establecen una relación entre la presión o carga y el caudal dentro de un sistema de flujo específico.
Sistema de ecuaciones	Conjunto de dos o más ecuaciones que tienen una o más variables en común.	El punto de operación verdadero es donde las curvas del sistema y de rendimiento de las bombas se intersectan, lo que indica el rendimiento real de la bomba en el sistema químico.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Proporcionalidad	Relación matemática en la que dos magnitudes o cantidades varían de manera que mantienen una razón constante entre sí.	Relación sólido-solvente de 1:17 y relación de volumen etanol-aceite de 4:1.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Establecer proporciones	Calcular proporciones y determinar escalas apropiadas entre el modelo y el prototipo	Utilizar datos experimentales a pequeña escala para extrapolar y predecir el comportamiento del sistema a escala industrial.
Despejar ecuaciones	Despejar una variable de interés de las restantes.	Despejar de ecuaciones ya establecidas en la bibliografía (balances de materia, velocidad de transmisión de calor, área de transferencia de calor, entre otras) datos y/o variables de interés.
Argumentos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Proporcionalidad (Propiedad) – establecer proporciones (Procedimiento)	Determinar la escala apropiada para el modelo y el prototipo.	Para diseñar el prototipo se considera un 5% de lo que sería la producción a escala industrial, atendiendo a trabajos de investigación previos.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	- La proporcionalidad es una relación matemática entre ... - El volumen es una medida tridimensional que ... - El porcentaje es una medida utilizada para... - El “despeje” en ecuaciones implica ...	- “Se conoce que la relación óptima entre sólido: solvente (masa en volumen) es de 1:17” “Para conocer el volumen de cada tanque se tienen en cuenta....” “Se opta por trabajar con un 5% de lo que sería la producción a escala industrial” “Teniendo en cuenta los valores anteriores, se despeja N de la Ecuación 17”
Simbólico	● Razones de proporcionalidad: $\frac{a}{b} = k$ ● el símbolo Δ se utiliza para representar el	● Razones de proporcionalidad $1: 17 ; : 4: 1$ ● Porcentaje: $C = P \times 20\% \times 5\%$ ● Cálculo de la temperatura media logarítmica: $\Delta T_L = \frac{\Delta T_{ent} - \Delta T_{sal}}{\ln \frac{\Delta T_{ent}}{\Delta T_{sal}}}$

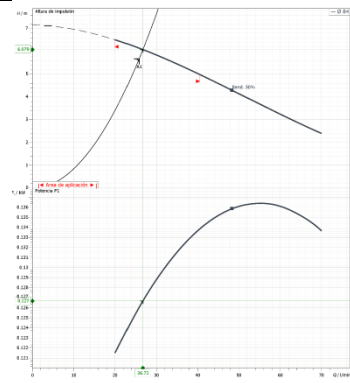
	cambio o la variación de una cantidad. Se conoce comúnmente como “delta” y se deriva de la letra griega correspondiente. •Logaritmo: $\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$ •Sumatoria: $\sum_{i=a}^b f(i)$	•ΔT_1 es la diferencia de temperatura entre los fluidos en el extremo caliente del intercambiador. • ΔT_2 es la diferencia de temperatura entre los fluidos en el extremo frío del intercambiador •Para el diseño y selección de las bombas se utilizarán las siguientes ecuaciones: $h_l = h_{l1} + h_{l2} = \left(f_{D1} \frac{L_1}{d1} \sum k_{i1} \right) \frac{v_1^2}{2g} + \left(f_{D2} \frac{L_2}{d2} + \sum k_{i2} \right) \frac{v_2^2}{2g}$ •$\sum k_i$: Sumatoria de la pérdida de carga de los accesorios antes y después de a bomba
Gráfico/tecnológico	Gráfico de funciones en sistemas de ejes cartesianos para representar teóricamente relación entre variables.	 Ilustración 8: Curvas características del sistema y de la bomba

Tabla 6. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 3

En el desarrollo del trabajo final, los **conceptos** matemáticos y químicos son fundamentales para entender y optimizar el proceso de extracción. Entre los conceptos matemáticos, se destacan la proporcionalidad para calcular relaciones constantes, la semejanza geométrica para garantizar la comparabilidad entre modelos y prototipos, el porcentaje para medir la pureza del producto, las ecuaciones lineales para modelar la conservación de masa, y los logaritmos y curvas para analizar variaciones y rendimiento.

Entre las **propiedades** matemáticas y químicas destacadas, la razón de proporcionalidad entre el sólido y el solvente, así como la capacidad volumétrica de los tanques, son fundamentales para el diseño del sistema.

Los **procedimientos** matemáticos incluyen cálculos precisos de proporciones, el despeje de ecuaciones para resolver balances de materia y el uso de sumatorias para calcular la pérdida de carga en las bombas. La determinación de la escala apropiada, basada en la semejanza geométrica y dinámica, asegura que los datos experimentales a pequeña escala se puedan extrapolar de manera confiable al diseño industrial.

Los **argumentos** presentados en el trabajo justifican la elección de trabajar con una escala piloto del 5% respecto a la producción industrial, basándose en modelos teóricos y

datos experimentales previos. Este enfoque asegura un diseño robusto y eficaz, capaz de manejar las condiciones más desfavorables del proceso.

El **lenguaje** técnico del trabajo combina expresiones verbales y simbólicas para comunicar conceptos y resultados con claridad. El uso de notaciones matemáticas y gráficos facilita la representación visual de relaciones entre variables, como el caudal y la presión, y apoya la comprensión de las curvas de rendimiento de las bombas.

Trabajo 4 “Optimización del recurso hídrico de una industria láctea”

Situación problema

La problemática identificada en la empresa láctea Luz Azul S.A. reside en el uso ineficiente del recurso hídrico, agravado por el aumento de la producción sin una revisión adecuada de la gestión del agua. Este escenario plantea desafíos en términos de sostenibilidad e impacto ambiental, especialmente considerando la cantidad significativa de agua necesaria para el procesamiento de la leche en la planta.

Propuesta para resolver la situación problema

La propuesta para resolver esta situación problema se centra en realizar un análisis hídrico de la empresa láctea Luz Azul S.A. ubicada en la ciudad de Azul, Buenos Aires, Argentina. Se plantea como objetivo general analizar el uso del recurso hídrico de la empresa para buscar alternativas que promuevan un uso más racional del mismo. Algunos objetivos específicos incluyen elaborar un diagnóstico de la situación actual en cuanto al uso del recurso hídrico, proponer y diseñar alternativas tecnológicas para minimizar el consumo de agua, y establecer buenas prácticas en la gestión del recurso.

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: diseño de una planta de tratamiento de efluente superadora, lo que deriva en el diseño de una bomba centrífuga:

- Construir la curva del sistema utilizando ecuaciones preestablecidas e interpolando datos bibliográficos.
- Definir qué bomba de las comerciales es la más adecuada en términos de la curva del sistema y las curvas de rendimiento.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la Tabla 7 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada:

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Curva	Conjunto de puntos que satisfacen una cierta relación o ecuación matemática.	La curva de operación de sistema de una bomba (obtenida de manera experimental) y la curva de rendimiento de una bomba (dada por el fabricante) establecen una relación entre la presión o carga y el caudal dentro de un sistema de flujo específico.
Sistema de ecuaciones	Conjunto de dos o más ecuaciones que tienen una o más variables en común.	El punto de operación verdadero es donde las curvas del sistema y de rendimiento de las bombas se intersectan, lo que indica el rendimiento real de la bomba en el sistema químico.
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	Modelo de rendimiento de una bomba.
Área	El área (A) de un círculo es una medida del espacio bidimensional contenido dentro de su circunferencia.	El área transversal de un ducto es circular.
Logaritmo	Relación matemática que establece la potencia a la que se debe elevar una base determinada para obtener un cierto resultado	Para calcular el valor de fricción se utiliza la ecuación de P.K. Swamme y A.K. Jain que contiene una expresión logarítmica.
Razón trigonométrica	Funciones matemáticas que relacionan los ángulos de un triángulo rectángulo con las longitudes de sus lados.	Para el diseño de las campanas de recolección se utiliza la razón trigonométrica tangente.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Curvas	Las curvas pueden tener distintas formas y tasas de crecimiento, lo que se refleja en sus derivadas y en la geometría de sus gráficos	Las curvas de rendimiento de las bombas y la curva del sistema tienen distintas formas y tasas de crecimiento
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Establecer proporciones	Establecer proporciones para la conversión de unidades.	Emplear proporciones para evaluar y cuantificar la diferencia en el consumo de agua entre el sistema de válvulas obsoleto y el sistema propuesto por las ingenieras.
Ajustar curvas	Realizar un diagrama de dispersión de puntos a partir de datos tabulados. (Matemático/tecnológico)	Ajustar con curvas los datos de las temperaturas promedio mensuales desde el año 1981 hasta el 2010, para obtener una temperatura promedio general anual.
Interpolar datos	Realizar un ajuste funcional	Realizar un ajuste funcional del diagrama de

	que permita interpolar dato de interés.	dispersión para interpolar los datos sobre la densidad de agua y la P _{vap} del fluido a 27° y obtener un dato en particular que no está en la bibliografía de referencia.
Resolver sistemas de ecuaciones	Graficar curvas e identificar los puntos en los cuales dos curvas se intersecan.	Graficar e identificar el punto de intersección entre la curva del sistema y cada una de las curvas de rendimiento que se corresponde con los puntos de operación.
	Despejar una variable en una ecuación y luego sustituir esa expresión en otra para reducir el sistema a una sola ecuación con una sola variable.	Para hallar la curva del sistema se utilizan diversas ecuaciones preestablecidas en la bibliografía de referencia, estableciendo relaciones entre ellas, las cuales se sustituyen para trabajar con parámetros conocidos.
Argumentos	Significados	
(objetos asociados)	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo) – Procedimiento (Resolver sistemas de ecuaciones)	A partir de la comparación entre modelos de rendimiento obtenidos de la bibliografía y modelos construidos a partir de datos específicos, se decide cuál bomba es la más adecuada.	Al comparar la curva del sistema con las curvas de rendimiento de distintas bombas, se identificó que la bomba CB 50 es la más adecuada para el sistema. La bomba CB 40 se descartó porque no cumple con el caudal requerido, mientras que la CB 60, aunque cumple con el caudal, representa un sobredimensionamiento innecesario. La CB 50 ofrece el equilibrio óptimo entre eficiencia y capacidad, cumpliendo con los requisitos sin exceder las especificaciones necesarias.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	- Despejar una variable en una ecuación y luego sustituir esa expresión... - Realizar un ajuste funcional que permita interpolar dato de interés.	“Para obtener la curva del sistema, se sustituye la Ecuación A 14 en la A 13...” “Despejando la v y elevándola al cuadrado como indica el término h_L, resulta: ...” “La P_{vap} del fluido a la T de operación (27 °C) es 3.357 Pa (0,0357 bar), se obtiene interpolando los datos obtenidos de la Tabla A 24.”
Simbólico	Simbólico $\frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}}; \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ l}}; \frac{365 \text{ días}}{1 \text{ año}}$ $f(x) = ax^2 + bx + c; a, b, c \text{ constantes y } a \neq 0$ $A = \pi r^2$ $r = 2D$ $\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$	Simbólico - Volumen de agua según sistema de válvula actual: $\frac{40 \text{ l}}{\text{min 1 válvula}} \cdot \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \cdot \frac{8 \text{ h}}{1 \text{ día}} \cdot \frac{313 \text{ días}}{1 \text{ año}} \cdot \frac{1 \text{ m}^3}{1000 \text{ l}} \cdot 12 \text{ válvulas} = 72115 \frac{\text{m}^3}{\text{año}}$ - Índice de Estrés Hídrico: $WSI (\%) = \frac{TFWW}{TRWR - EFR} \cdot 100\%$ - Velocidad media en el canal de aducción: $v = \frac{1}{n} R^{2/3} \cdot S^{1/2}$ - Curva de rendimiento:

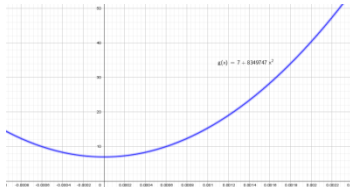
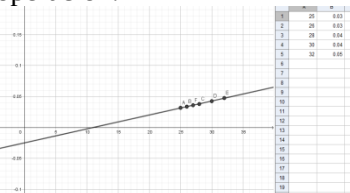
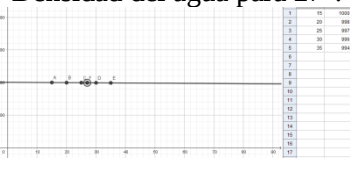
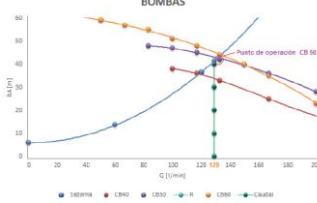
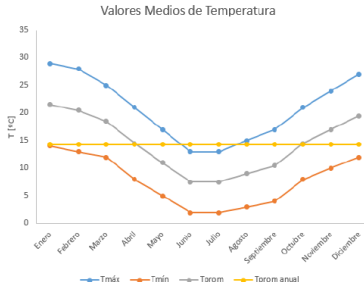
		$h_A \ 7 \ m + 8349747 \frac{S^2}{m^5} Q^2$ ●Ecuación de P.K. Swamme y A.K. Jain: $f = \frac{0.25}{\left[\log \left(\frac{1}{3.7 \left(\frac{D}{\epsilon} \right)} \right) + \frac{5.74}{E_e^{0.9}} \right]^2}$																																														
Gráfico/tecnológico	●Curva del sistema  ●Pvap del fluido a la T de operación:  ●Densidad del agua para 27°: 	●Curva el sistema y curvas de rendimiento:  ●Registros climatológicos desde 1981 hasta el 2010, según el servicio meteorológico nacional, donde se establece que la temperatura promedio anual es de 14 °C:  ●hvp= la Pvap del fluido a la T de operación (27 °C) es 3.357 Pa (0,0357 bar), se obtiene interpolando los datos obtenidos de la Tabla A 24. ● Tabla A 24: Propiedades del agua. Fuente: (Welly, 2015). <table><tr><th>T [°C]</th><th>P [bar]</th><th>v [m³/kg]</th><th>U [kJ/kg]</th></tr><tr><th></th><th></th><th>Water</th><th>Steam</th></tr><tr><td>25</td><td>0,0317</td><td>0,001003</td><td>43,4 104,8 2409,9</td></tr><tr><td>26</td><td>0,0336</td><td>0,001003</td><td>41 108,9 2411,2</td></tr><tr><td>28</td><td>0,0378</td><td>0,001004</td><td>36,7 117,3 2414</td></tr><tr><td>30</td><td>0,0424</td><td>0,001004</td><td>32,9 125,7 2416,7</td></tr><tr><td>32</td><td>0,0475</td><td>0,001005</td><td>29,6 134 2419,4</td></tr></table>$h_{vp} = \frac{P_{vp}}{\rho g} = \frac{3.354 \text{ Pa}}{996,6 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} = 0,34 \text{ m}$ ●La densidad del agua a 27°C se obtiene interpolando los datos de la Tabla A 23: Tabla A 23: Propiedades del agua. Fuente: (Mott, 2006). <table><tr><th>Temperatura [°C]</th><th>Peso específico y [N/mc]</th><th>Densidad ρ [kg/m³]</th></tr><tr><td>15</td><td>9,81</td><td>1000</td></tr><tr><td>20</td><td>9,79</td><td>998</td></tr><tr><td>25</td><td>9,78</td><td>997</td></tr><tr><td>30</td><td>9,77</td><td>996</td></tr><tr><td>35</td><td>9,75</td><td>994</td></tr></table>$h_{ap} = \frac{P_{ap}}{\rho g} = \frac{101.325 \text{ Pa}}{996,6 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,807 \text{ m/s}^2} = 10,37 \text{ m}$	T [°C]	P [bar]	v [m³/kg]	U [kJ/kg]			Water	Steam	25	0,0317	0,001003	43,4 104,8 2409,9	26	0,0336	0,001003	41 108,9 2411,2	28	0,0378	0,001004	36,7 117,3 2414	30	0,0424	0,001004	32,9 125,7 2416,7	32	0,0475	0,001005	29,6 134 2419,4	Temperatura [°C]	Peso específico y [N/mc]	Densidad ρ [kg/m³]	15	9,81	1000	20	9,79	998	25	9,78	997	30	9,77	996	35	9,75	994
	T [°C]	P [bar]	v [m³/kg]	U [kJ/kg]																																												
		Water	Steam																																													
25	0,0317	0,001003	43,4 104,8 2409,9																																													
26	0,0336	0,001003	41 108,9 2411,2																																													
28	0,0378	0,001004	36,7 117,3 2414																																													
30	0,0424	0,001004	32,9 125,7 2416,7																																													
32	0,0475	0,001005	29,6 134 2419,4																																													
Temperatura [°C]	Peso específico y [N/mc]	Densidad ρ [kg/m³]																																														
15	9,81	1000																																														
20	9,79	998																																														
25	9,78	997																																														
30	9,77	996																																														
35	9,75	994																																														

Tabla 7. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 4

En el desarrollo del trabajo final, los **conceptos** matemáticos y químicos juegan roles esenciales para la comprensión y optimización del proceso de tratamiento de efluentes y selección de bombas. Se destacan las curvas, los sistemas de ecuaciones, los

modelos matemáticos, el área, el logaritmo y las razones trigonométricas, cada uno aplicado a aspectos específicos del problema.

Las curvas son utilizadas para representar la relación entre la presión y el caudal en el sistema de flujo, y los sistemas de ecuaciones permiten determinar el punto de operación óptimo de las bombas. La proporcionalidad y las curvas son cruciales para establecer relaciones precisas entre las variables de presión y caudal, mientras que la semejanza geométrica asegura que el diseño de las campanas de recolección y los canales del sistema de tratamiento sean representativos y eficientes.

El porcentaje se aplica al analizar la eficiencia de las bombas y la cantidad de agua reutilizada. Las ecuaciones lineales y los sistemas de ecuaciones permiten modelar el rendimiento real de las bombas, determinando el punto de operación donde las curvas del sistema y de rendimiento se intersectan. El uso de logaritmos para calcular la fricción en las tuberías es esencial para el diseño de un sistema eficiente, y las razones trigonométricas son utilizadas en el diseño de componentes específicos como las campanas de recolección.

Las **propiedades** matemáticas incluyen la forma y el crecimiento de las curvas, reflejadas en sus derivadas y gráficos. Los **procedimientos** matemáticos abarcan el ajuste de curvas a datos experimentales, la interpolación de datos bibliográficos, y la resolución de sistemas de ecuaciones. La construcción de la curva del sistema ha requerido la interpolación de datos bibliográficos, destacando la importancia de la precisión en la recopilación y análisis de información.

Los **argumentos** presentados justifican la elección de la bomba CB 50 como la más adecuada para el sistema, basada en la comparación de las curvas del sistema con las curvas de rendimiento de distintas bombas, asegurando un equilibrio óptimo entre eficiencia y capacidad.

El **lenguaje** técnico del trabajo combina expresiones verbales y simbólicas para comunicar conceptos y resultados con claridad. El uso de notaciones matemáticas y gráficos facilita la representación visual de relaciones entre variables, como la curva del sistema y las curvas de rendimiento de las bombas.

Trabajo 5

Nombre del trabajo: “Diseño de planta desalinizadora de agua”

Situación problema

El proyecto aborda la problemática de desabastecimiento de agua potable en la ciudad de Awdal.

Propuesta para resolver la situación problema

Se propone el diseño de una planta de desalación de agua de mar para el abastecimiento de la población nómada de la ciudad de Awdal ubicada en Somalilandia (Somalia-África).

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: Estimar la población para el año 2025 como dato relevante para el caudal de operación necesario de abastecimiento de la población de Awdal.

Sub-problema 2: diseñar el inmisario, la cámara de captación y el pozo de captación, utilizando ecuaciones referidas a área y volumen y otras preestablecidas en la bibliografía de referencia.

Sub-problema 3: Obtener las curvas características y el punto de operación correspondientes al sistema de bombeo.

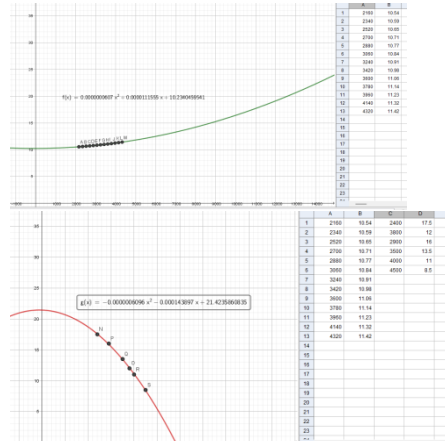
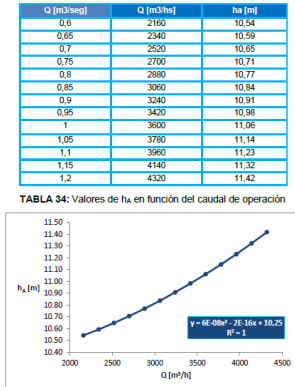
Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la Tabla 8 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada:

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Función afín	Representación matemática de una relación entre dos variables que se describe mediante una ecuación de la forma $y = mx + b$, donde y es la variable dependiente, x es la variable independiente, m es la pendiente de la recta, que indica cómo cambia y en relación con x , y b es la ordenada al origen, que representa el valor de y cuando $x = 0$.	El modelo demográfico considerado para estimar la población en el año 2025 se ajusta a un modelo lineal (función afín).
Derivada	Tasa de cambio instantánea de una función con respecto a una de sus variables.	Variación del caudal de agua respecto al tiempo.
Área	El área de superficie es la medida de la totalidad de la superficie de un objeto tridimensional.	El área de cada ventana de la cámara de captación se define como el cociente entre el caudal de ingreso de agua por cada ventana a la torre y la velocidad de agua que atraviesa las rejillas.

Logaritmo	Relación matemática que establece la potencia a la que se debe elevar una base determinada para obtener un cierto resultado.	La ecuación de Colebrook-White establece el valor de fricción en las tuberías.
Curva	Conjunto de puntos que satisfacen una cierta relación o ecuación matemática.	La curva de operación de sistema de una bomba (obtenida de manera experimental) y la curva de rendimiento de una bomba (dada por el fabricante) establecen una relación entre la presión o carga y el caudal dentro de un sistema de flujo específico.
Función cuadrática	Representación matemática de una relación entre dos variables donde al menos una de ellas está elevada al cuadrado. Se describe mediante una ecuación de la forma $y = ax^2 + bx + c$, donde y es la variable dependiente, x es la variable independiente.	Las curvas de operación de sistema y de operación de una bomba se modelan con una función cuadrática de la forma $A(C) = aC^2 + bC + c$ siendo A: Altura en metros y C: Caudal en m^3h .
Sistema de ecuaciones	Conjunto de dos o más ecuaciones que tienen una o más variables en común.	El punto de operación verdadero es donde las curvas del sistema y de rendimiento de las bombas se intersectan, lo que indica el rendimiento real de la bomba en el sistema químico.
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	Modelo demográfico y modelo de rendimiento de una bomba.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Relación de proporcionalidad	Relación matemática en la que dos magnitudes o cantidades varían de manera que mantienen una razón constante entre sí.	El caudal, el área y el volumen resultan proporcionales.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Modelar matemáticamente	Realizar un diagrama de dispersión de puntos en el plano a partir de datos tabulados y, posteriormente, ajustar a un modelo con un software (Matemático/ tecnológico).	Registrar, tabular, graficar y ajustar la tendencia de datos empíricos sobre la el caudal de operación de la bomba.
Sistema de ecuaciones	•Graficar curvas (desde el registro tabula al gráfico y desde el simbólico al gráfico) e identificar los puntos en los cuales dos curvas se intersectan.	•Graficar e identificar el punto de intersección entre la curva del sistema y cada una las curvas de rendimiento que se corresponde con los puntos de operación.
	•El método de sustitución es un método que implica despejar una variable en una de las ecuaciones y	•Para hallar la curva del sistema se utilizan diversas ecuaciones preestablecidas en la bibliografía de

	luego sustituir esa expresión en la otra ecuación para reducir el sistema a una sola ecuación con una sola variable.	referencia, estableciendo relaciones entre ellas, las cuáles se sustituyen para trabajar con parámetros conocidos.
Despejar ecuaciones	Despejar ecuaciones y realizar cálculos a partir de bibliografía de referencia	Se realizan despejes de ecuaciones para el diseño y análisis de un pozo, abordando aspectos como volumen, diámetro, velocidades, pérdida de carga, número de barros, áreas y energía debida a la fricción en la cañería.
Argumentos	Significados	
(objetos asociados)	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	A partir de datos discretos es factible analizarlos con el objetivo de encontrar una expresión matemática (modelo) que facilite la anticipación, explicación y predicción del comportamiento de ciertos fenómenos.	● Se recopilan datos discretos de bibliografía para crear un modelo matemático que describa el crecimiento demográfico de Awdal y predecir la población en 10 años. ● Se representan datos tabulares obtenidos de manera experimental para hallar un modelo funcional que represente el caudal de operación de la bomba.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	● Un modelo lineal es una representación matemática utilizada para describir ... ● El Caudal (Q) se define como el volumen de agua que fluye... ● El área es una medida de la extensión de una superficie...	● Así es como se tomó la población de 2014 (673.264 habitantes) y se la afectó por el porcentaje del crecimiento demográfico que es de 3,1% anual ● “Siendo las ventanas de sección circular se obtuvo la Ecuación 13 para obtener el diámetro de las mismas”
Simbólico	$P(t) = P_0 + \left(\frac{31}{100} \cdot P_0\right) \cdot t$ • Logaritmo: $\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$ • Sumatoria: $\sum_{i=a}^b f(i)$ • Área de un círculo: $A(r) = \pi r^2$ • Volumen de un cilindro: $V_{cilindro} = \pi r^2 h$ Relación directa:	• $Pobl. 2025 = Pobl. 2014 + (Pobl. 2024 \cdot \frac{\uparrow_{demográfico}}{año} \cdot 11 \text{ años})$ • Energía respecto a la fricción con las paredes de la cañería: $h_L = \left(\frac{f \cdot L}{D} + \sum K_i\right) \cdot \frac{v_2^2}{2 \cdot g}$ • Para el cálculo del factor de fricción se utilizó la ecuación de Colebrook-White expresada en la Ecuación 9.

	$y = kx$ Modelo cuadrático: $f(x) = ax^2 + bx + c$	$f =$ - Ecuación de P.K. Swamme y A.K. Jain: $f = \frac{0.25}{\left[\log\left(\frac{\epsilon}{3,71}\right) + \frac{G}{Re^T}\right]^2}$ - diámetro de las ventanas de la cámara de captación: $D = \sqrt{\frac{4A}{\pi}}$ $V_{pozo} = V_{cilinro} =$ $\frac{\pi \cdot D_{pozo}^2 \cdot H_{pozo}}{4} \text{ (Ecuación 18)}$ $V_R =$ $\frac{Q_c}{A_{fuj0}} \text{ (Ecuación 25), } v_R =$ $\frac{Q_c}{A_c} \text{ (Ecuación 26)}$ - Ecuación general de la energía: $\frac{P_2 - P_1}{p \cdot g} + z_2 - z_1 + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2 \cdot g} - h_L = h_A \text{ (ecuación 6)}$ - Ecuación correspondiente a la curva de operación: $h_A(Q) = 0,81 \cdot Q^2 + 10.25$																																										
Gráfico/tecnológico CO		<table><tr><th>Q [m³/seg]</th><th>Q [m³/h]</th><th>h_A [m]</th></tr><tr><td>0,6</td><td>2160</td><td>10,54</td></tr><tr><td>0,65</td><td>2340</td><td>10,59</td></tr><tr><td>0,7</td><td>2520</td><td>10,65</td></tr><tr><td>0,75</td><td>2700</td><td>10,71</td></tr><tr><td>0,8</td><td>2880</td><td>10,77</td></tr><tr><td>0,85</td><td>3060</td><td>10,84</td></tr><tr><td>0,9</td><td>3240</td><td>10,91</td></tr><tr><td>0,95</td><td>3420</td><td>10,98</td></tr><tr><td>1</td><td>3600</td><td>11,06</td></tr><tr><td>1,05</td><td>3780</td><td>11,14</td></tr><tr><td>1,1</td><td>3960</td><td>11,23</td></tr><tr><td>1,15</td><td>4140</td><td>11,32</td></tr><tr><td>1,2</td><td>4320</td><td>11,42</td></tr></table> TABLA 34: Valores de h_A en función del caudal de operación 	Q [m³/seg]	Q [m³/h]	h_A [m]	0,6	2160	10,54	0,65	2340	10,59	0,7	2520	10,65	0,75	2700	10,71	0,8	2880	10,77	0,85	3060	10,84	0,9	3240	10,91	0,95	3420	10,98	1	3600	11,06	1,05	3780	11,14	1,1	3960	11,23	1,15	4140	11,32	1,2	4320	11,42
Q [m³/seg]	Q [m³/h]	h_A [m]																																										
0,6	2160	10,54																																										
0,65	2340	10,59																																										
0,7	2520	10,65																																										
0,75	2700	10,71																																										
0,8	2880	10,77																																										
0,85	3060	10,84																																										
0,9	3240	10,91																																										
0,95	3420	10,98																																										
1	3600	11,06																																										
1,05	3780	11,14																																										
1,1	3960	11,23																																										
1,15	4140	11,32																																										
1,2	4320	11,42																																										

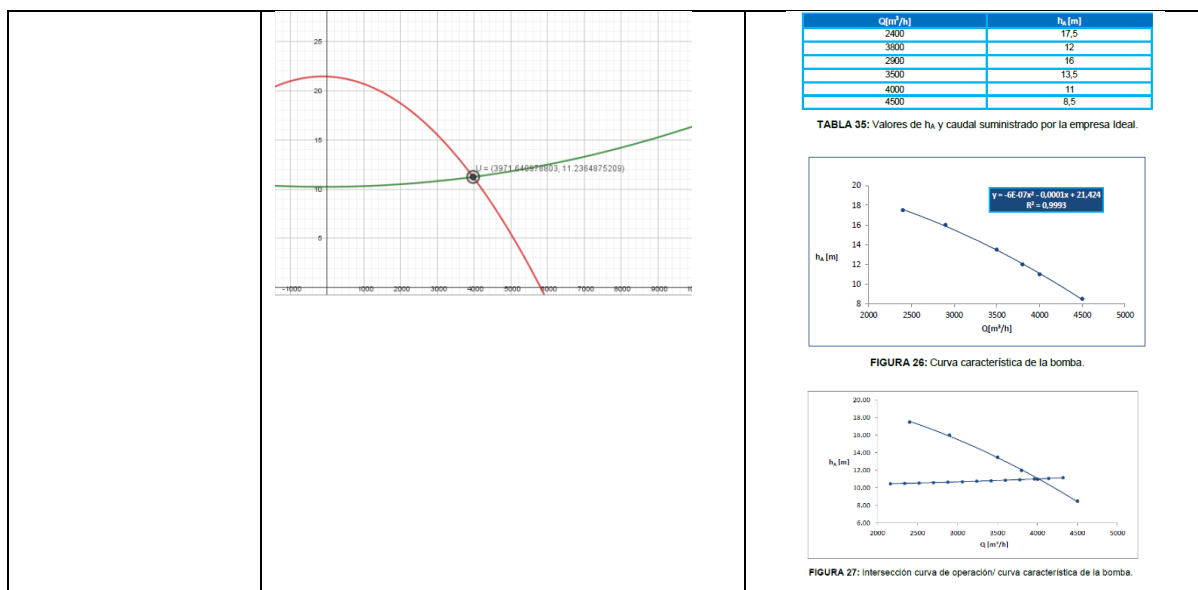


Tabla 8. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 5

En el diseño de la planta desalinizadora de agua para la ciudad de Awdal en Somalilandia, se evidencia la profunda integración de conceptos matemáticos y químicos en la Ingeniería Química.

Los **conceptos** matemáticos juegan un papel fundamental en este proceso. La función afín se emplea para modelar el crecimiento demográfico de la ciudad, utilizando la ecuación $y = mx + b$ para estimar la población futura y, por ende, ajustar las necesidades de agua de la planta. La derivada se utiliza para analizar la variación del caudal de agua respecto al tiempo, permitiendo un control preciso del flujo en el sistema de bombeo. Aplicación de las ventanas de captación se calcula mediante el cociente entre el caudal de ingreso y la velocidad de flujo, asegurando una correcta captación de agua. El logaritmo, aplicado en la ecuación de Colebrook-White, facilita el cálculo de la fricción en las tuberías, un aspecto crucial para el diseño de sistemas de distribución eficientes. Las curvas de operación y rendimiento de las bombas se modelan con funciones cuadráticas, lo que permite determinar los puntos óptimos de operación y ajustar el rendimiento del sistema de manera efectiva.

Entre las **propiedades** matemáticas que se destacan está la relación de proporcionalidad entre el caudal, el área y el volumen. Esta propiedad es esencial para garantizar que los componentes de la planta sean diseñados correctamente y funcionen de manera eficiente. La proporcionalidad asegura que las dimensiones y el flujo estén equilibrados, lo cual es crucial para la operación óptima del sistema.

Los **procedimientos** matemáticos utilizados incluyen la modelización de datos, el ajuste de curvas y la resolución de sistemas de ecuaciones. Estos procedimientos son fundamentales para construir modelos predictivos precisos y validar los diseños mediante comparaciones con datos experimentales. La proporcionalidad directa entre variables, como el caudal y el área, permite diseñar componentes que sean tanto teóricos como prácticos, ajustando el diseño a las condiciones operativas reales.

Los **argumentos** que surgen de esta integración destacan la importancia de utilizar modelos matemáticos precisos para anticipar y explicar el comportamiento de los sistemas. La colaboración entre matemáticas y química permite desarrollar modelos que no solo son teóricamente sólidos, sino también prácticos y efectivos. Por ejemplo, la capacidad para modelar y simular el comportamiento del sistema de bombeo permite prever problemas y ajustar el diseño para optimizar la eficiencia y la estabilidad del proceso.

El **lenguaje matemático**, tanto simbólico como verbal, facilita la comunicación de los conceptos y procedimientos de manera clara y precisa.

Trabajo 6: “Diseño de una nueva línea de producción de conservas, analizando distintos tipos de empaques”

Situación problema

Optimizar la producción de conservas de origen animal mediante una cuidadosa comparación de envases, el aprovechamiento de infraestructura existente, y un análisis exhaustivo de viabilidad técnica y económica.

Propuesta para resolver la situación problema

El trabajo se centra en la modernización de una línea de producción de conservas de origen animal, evaluando dos tipos de envases: latas de hojalata y bolsas multicapa tipo Doypack. Aunque las bolsas Doypack ofrecen ventajas en costos de almacenamiento y transporte, se concluyó que las latas de hojalata son más rentables y sostenibles debido a su mayor capacidad de producción, menor costo por unidad y reciclabilidad. Además, se propone aprovechar el edificio y la maquinaria existentes en la empresa para reducir costos iniciales. También se plantean medidas para mitigar el impacto ambiental, como la recuperación del agua de condensación y parte del agua de enfriamiento.

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: Calcular el caudal másico y volumétrico necesario para satisfacer los requisitos del proceso de esterilización y enfriamiento.

Sub-problema 2: Medir los diámetros actuales de las tuberías y compararlos con los diámetros recomendados para asegurar un flujo adecuado.

Sub-problema 3: Calcular la caída de presión en las tuberías para verificar si la red puede mantener la presión requerida en los puntos de consumo.

Sub-problema 4: Determinar los requisitos de la bomba necesaria para asegurar un suministro adecuado de agua de enfriamiento.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la Tabla 9 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada.

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Derivada	Tasa de cambio instantánea de una función con respecto a una de sus variables.	Se utilizan los términos velocidad de fluido y caudal.
Logaritmo	Relación matemática que establece la potencia a la que se debe elevar una base determinada para obtener un cierto resultado.	Para determinar las caídas de presión, se utiliza el factor de Darcy mediante la ecuación de White-Colebrook que contiene una expresión con logaritmo.
Área transversal	Área de la sección que corta perpendicularmente a través de un objeto.	Se determinan las dimensiones de las tuberías considerando el área de la sección transversal (círculo) en cada sector.
Sumatoria	La sumatoria, también conocida como suma o suma acumulada, es una operación matemática que consiste en sumar una serie de términos.	Para el cálculo de pérdidas de carga de la red se utiliza una ecuación en la que se realiza la sumatoria de los coeficientes de fricción (k_i).
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	El modelo de White-Colebrook describe las caídas de presión en la mecánica de fluidos.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Relación de proporcionalidad	Relación matemática en la que dos magnitudes o	Se establece una relación de proporcionalidad entre las variables. Por ejemplo, para un caudal

	cantidades varían de manera que mantienen una razón constante entre sí.	constante, si el diámetro de una tubería aumenta, la velocidad del flujo disminuye proporcionalmente, y viceversa. De igual manera, a mayor velocidad del flujo, mayor será la caída de presión debido a la fricción.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Despejar ecuaciones	Despejar ecuaciones y realizar cálculos a partir de bibliografía de referencia.	Realizar despejes de ecuaciones de referencia para determinar por ejemplo la caída de presión, el diámetro de la tubería y la determinación del factor de Darcy.
Sustituir variables	Despejar una variable en una ecuación y luego sustituir esa expresión en otra para reducir el sistema a una sola ecuación con una sola variable.	Sustituir variables por otras de interés, como por ejemplo, expresar el área transversal de la tubería en función de la velocidad del flujo y el caudal para calcular el diámetro de la misma.
Representar gráficamente funciones	Representar funciones en un sistema de ejes cartesianos.	Para determinar si el uso de una torre de enfriamiento es factible, se tomó la temperatura de bulbo húmedo de los 10 días más desfavorables de cada mes durante el periodo enero del 2022 a diciembre del 2023.
Argumentos	Significados	
(objetos asociados)	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo) – Procedimiento (despejar ecuaciones)	Se utilizan modelos y/o ecuaciones de la bibliografía de referencia.	Todos los aspectos clave de la propuesta, desde la elección de los envases hasta las recomendaciones de equipos y el análisis de la red de suministro de agua, se fundamentan en la aplicación de modelos matemáticos preestablecidos en la bibliografía de referencia.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	El método de sustitución es una técnica para resolver sistemas de ecuaciones... Una relación inversa entre dos variables x e y se describe cuando el producto de esas dos variables es constante ...	Para calcular el diámetro de las tuberías se establece una relación y posterior sustitución entre ... Para un caudal constante, a mayor diámetro, menor velocidad del flujo.
Simbólico	- Caudal: $Q = \frac{dv}{dt}$ - Relación inversa: $x \cdot y = k$ - Área de un círculo: $A(r) = \pi r^2$	- Caída de presión del sistema: $\Delta p = 450 \cdot \frac{q_c^{1,85} \cdot l}{d^5 p}$ - Cálculo de presión mínima: $V = \frac{q_c \cdot t}{p_{max} - p_{min}} \rightarrow p_{min} = p_{max} - \frac{q_c t}{V}$ - Cálculo del diámetro de tuberías:

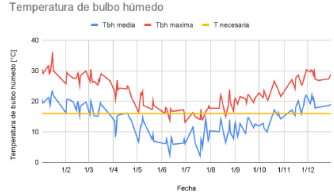
	- Relación entre radio y diámetro: $D = 2r$ - Sumatoria: $\sum_{i=a}^b f(i)$	$D = \frac{4Q}{\pi V}$ - Cálculo de la caída de presión: $h_f = f \cdot \frac{L}{D} \cdot \frac{V^2}{2g}$ - Determinación del factor de Darcy: $\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \cdot \log_{10} \left(\frac{\varepsilon/D}{3,7} + \frac{2,51}{Re\sqrt{f}} \right)$ - Relación inversa entre diámetro y velocidad: $V = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} = \frac{4Q}{\pi D^2}$ - Caída de presión de la red: $h_f = f \cdot \frac{l}{D} \cdot \frac{V^2}{2 \cdot g} + \frac{V^2}{2 \cdot g} \cdot \sum k_i$
Gráfico/tecnológico	Gráfico en sistema de ejes cartesianos a partir de puntos discretos	

Tabla 9. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 6

Los **conceptos** matemáticos fundamentales en el análisis incluyen la derivada, que permite calcular la tasa de cambio instantánea del caudal de agua en los procesos de esterilización y enfriamiento. El logaritmo se utiliza en la ecuación de White-Colebrook para determinar las caídas de presión en las tuberías, un factor crítico para asegurar la correcta operación del sistema. Aplicación transversal de las tuberías, calculada mediante la fórmula del área de un círculo, es esencial para dimensionar adecuadamente los componentes del sistema. La sumatoria se aplica en el cálculo de pérdidas de carga, sumando los coeficientes de fricción a lo largo de la red de distribución. Finalmente, el modelo matemático de White-Colebrook proporciona una descripción precisa de las caídas de presión en la red, facilitando el diseño de una red de tuberías eficiente.

Entre las **propiedades** matemáticas destacadas, la relación de proporcionalidad es clave para entender cómo el diámetro de las tuberías afecta la velocidad del flujo y, a su vez, la caída de presión. Este principio asegura que, para un caudal constante, un aumento

en el diámetro de la tubería disminuirá la velocidad del flujo y viceversa, impactando directamente en la eficiencia del sistema.

Los **procedimientos** matemáticos empleados incluyen el despeje de ecuaciones para determinar el diámetro de las tuberías y la caída de presión, basándose en la bibliografía de referencia. Se utiliza la sustitución de variables para expresar aplicación transversal en función del caudal y la velocidad del flujo, facilitando los cálculos necesarios. Además, la representación gráfica de funciones permite evaluar la viabilidad de usar una torre de enfriamiento, analizando las temperaturas de bulbo húmedo durante los períodos más desfavorables.

Argumentos clave en el trabajo destacan cómo la aplicación de modelos matemáticos y ecuaciones preestablecidas fundamenta todas las decisiones tomadas, desde la selección de envases hasta la recomendación de equipos. La utilización de conceptos matemáticos precisos asegura que cada aspecto del diseño sea técnicamente sólido y económicamente viable, garantizando así la optimización de la producción y el cumplimiento de los requisitos del proceso.

El **lenguaje matemático** es esencial para comunicar de manera efectiva los conceptos y procedimientos utilizados.

Trabajo 7: “Diseño de una planta para la obtención de furfural a partir de residuos agrícolas”

Situación problema

La problemática que motiva este proyecto es la necesidad de encontrar alternativas sustentables y eco amigables para la producción de compuestos químicos de uso industrial, como el furfural.

Propuesta para resolver la situación problema:

Diseñar una planta de producción de furfural, a partir de residuos agrícolas y analizar la viabilidad técnica, económica y ambiental.

Problemas derivados de la problemática original

Análisis y diseño de los distintos equipos para el procesamiento y obtención del furfural (Tanques de almacenamiento; Reactor de Autohidrólisis; Reactor de Hidrólisis Ácida; Neutralizador -Sistema de control de pH-; Torres de destilación azeotrópica).

Sub-problema 1: diseño y optimización de un sistema de neutralización de pH que mantenga condiciones estables y eficientes en el proceso de producción de furfural.

Sub-problema 2: control eficiente de destilación azeotrópica para maximizar la pureza y el rendimiento del furfural.

Sub-problema 3: modelar el balance de masa en el reactor de hidrólisis para asegurar una conversión eficiente de los residuos agrícolas en furfural.

Sub-problema 4: determinar el punto de equilibrio económico para asegurar la viabilidad financiera de la planta de producción de furfural.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la Tabla 10 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada.

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Función afín	Representación matemática de una relación entre dos variables que se describe mediante una ecuación de la forma $y = mx + b$.	Las curvas costo total y ventas, el volumen de una solución de hidróxido de sodio ($NaOH$) agregada respecto a la concentración de iones de hidrógeno (H_3O^+); la Línea de Operación en la Zona de Enriquecimiento; la línea de Operación en la Zona de Agotamiento se corresponden con una función afín.
Sistema de ecuaciones	Conjunto de dos o más ecuaciones que tienen una o más variables en común.	El punto de equilibrio es donde la curva de ventas y de costos totales se intersectan, lo que indica un valor nulo de rentabilidad.
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	Se utilizan modelos descriptos en bibliografía de referencia como por ejemplo para: el diseño de un reactor batch (con integrales); la cinética de la reacción de hidrólisis ácida (modelo de primer orden irreversible desarrollado por Saeman); el balance de masa en el neutralizador (ecuación diferencial); el cálculo del calor específico utilizando las correlaciones polinómicas de grado 3 (Reklaitis, 1983); el número de etapas ideales de destilación con la correlación exponencial de Gilliland.
Ecuación Diferencial	Ecuación que vincula a una función desconocida con una o más de sus derivadas.	Se plantea un balance de masa en el neutralizador representado por una ecuación diferencial parcial que describe cómo varía la concentración de protones con respecto al tiempo dentro del neutralizador.
Integral	Una integral es una operación fundamental que se utiliza para encontrar la acumulación de una	Se utilizan integrales para calcular el calor transferido (a partir del calor específico) en procesos donde la temperatura varía (en un

	cantidad continua a lo largo de un intervalo dado.	tiempo determinado) y para calcular el tamaño de reactor flujo en pistón.
Curva	Conjunto de puntos que satisfacen una cierta relación o ecuación matemática.	La curva de equilibrio muestra la relación entre las concentraciones de furfural en la fase líquida y la fase vapor en condiciones de equilibrio.
Logaritmo	Relación matemática que establece la potencia a la que se debe elevar una base determinada para obtener un cierto resultado.	Para estimar el número de etapas mínimas de destilación y determinar el valor de PH al que se ha neutralizado un protón del ácido sulfúrico se ecuaciones logarítmicas.
Sistema de ecuaciones	Conjunto de dos o más ecuaciones que tienen una o más variables en común.	El punto de equilibrio representa la producción de furfural necesaria para que los costos de producción sean iguales a los ingresos (valor nulo de rentabilidad).
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Linealidad	La relación entre las variables independientes y la variable dependiente es una combinación lineal.	La relación entre el volumen de una solución de hidróxido de sodio (NaOH) agregada y la concentración de iones de hidrógeno (H_3O^+) es lineal.
No linealidad	Los cambios en una variable no producen cambios proporcionales en la otra variable.	La relación entre el pH y la concentración de protones es logarítmica, no lineal, lo que significa que pequeños cambios de concentración pueden causar grandes cambios en el pH.
Regla de Barrow	La integral definida de una función continua $f(x)$ en un intervalo cerrado $[a, b]$ es igual a la diferencia entre los valores que toma una función primitiva $F(x)$ de $f(x)$, en los extremos de dicho intervalo.	Al resolver las integrales definidas se aplica Barrow para determinar el tiempo y el volumen necesario para alcanzar una conversión específica de los reactivos en productos.
Extremo de una función	Punto en el dominio de la función donde la función alcanza un valor máximo o mínimo local	Análisis gráfico de extremos para identificar concentraciones máximas.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Modelar matemáticamente	Realizar un diagrama de dispersión de puntos en el plano a partir de datos tabulados y, posteriormente, ajustar a un modelo con un software (Matemático/ tecnológico).	Registrar, tabular, graficar y ajustar la tendencia de datos empíricos correspondientes a: costos totales y ventas respecto al precio, volumen de una solución de hidróxido de sodio (NaOH) agregada respecto a la concentración de iones de hidrógeno (H_3O^+).
Resolver sistemas de ecuaciones	Graficar curvas e identificar los puntos en los cuales dos curvas se intersecan.	Graficar e identificar el punto de intersección entre: la curva ventas y de costo total que se corresponde con el punto de equilibrio; y la línea q con la curva de equilibrio.
Resolver	Resolver integrales definidas.	Resolver integrales para calcular el tamaño

integrales.		de un reactor batch, basado en las reacciones químicas involucradas y las tasas de reacción, y para calcular el calor transferido a una sustancia.
Graficar funciones	Graficar curvas a partir de modelos y datos de referencia	Graficar por ejemplo la concentración de xilano, xilosa y furfural en función del tiempo, la curva de equilibrio, las líneas de operación y la líneas Q .
Despejar Ecuaciones	Despejar ecuaciones y realizar cálculos a partir de bibliografía de referencia.	Realizar despejes de ecuaciones de referencia para determinar por ejemplo el valor de concentración de protones, el PH al que se ha neutralizado un protón del ácido sulfúrico o el cálculo de volumen del tanque de reacción
Simplificar expresiones	La Transformada de Laplace es una herramienta matemática utilizada para convertir una función en el dominio del tiempo en una función del dominio de la frecuencia.	En el trabajo, se aplica la transformada de Laplace al modelo matemático del balance de masa en el neutralizador para obtener una función de transferencia que describe la relación entre la entrada (los reactivos que ingresan al sistema) y la salida (el pH del sistema).
	El principio de la Magnitud Significativa se basa en la idea de que si una magnitud es muy pequeña en comparación con otra, su contribución al valor total de una expresión puede ser despreciada sin introducir un error significativo.	Como en el denominador, la concentración de ácido sulfúrico inicial es mucho mayor que el valor de x , podemos despreciar este segundo término: $\frac{K_w}{K_a} = \frac{x^2}{[H_0SO_4]_{inicial} - x}$
Argumentos	Significados	
(Objetos asociados)	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	A partir de datos discretos es factible analizarlos con el objetivo de encontrar una expresión matemática (modelo) que facilite la anticipación, explicación y predicción del comportamiento de ciertos fenómenos.	Mediante la recopilación de datos experimentales se representan gráficamente datos discretos y se ajusta a un modelo funcional que por ejemplo describa el volumen de NaOH vs la concentración de protones, los costos totales y las ventas de furfural.
Procedimiento (modelar) – función afín (concepto)	El R2 es un factor que puede ayudar a decidir sobre el grado de ajuste entre los modelos y la distribución de los datos.	El R2 muestra que los datos presentan un buen ajuste respecto de un modelo lineal.
Concepto (Ecuación diferencial)- Procedimiento (simplificar expresiones)	Al tener una ecuación diferencial de difícil resolución se aplican procedimientos para simplificarla.	Se aplica Transformadas de Laplace y el Principio de la Magnitud significativa
Concepto (Ecuaciones diferenciales) – Procedimiento	Al aplicar Transformada de Laplace se simplifica la resolución de ecuaciones diferenciales.	Utilizar la Transformada de Laplace facilita el análisis y diseño del sistema de control.

(Transformada de Laplace)		
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	• Un modelo polinómico es una clase de modelo matemático que usa una función polinómica... • Una relación no lineal se refiere a una relación entre variables en la que los cambios en una variable no producen cambios proporcionales en la otra variable... • La velocidad se define como el cambio de posición (desplazamiento) de un objeto por unidad de tiempo ...	• “Como en el denominador, la concentración de ácido sulfúrico inicial es mucho mayor que el valor de x, podemos despreciar este segundo término...” • “El control de esta variable es en general difícil de realizar debido a la dependencia no lineal entre los reactivos que ingresan al sistema y el pH que se establece.” • “El primer paso para la implementación de un sistema de control consiste en la formulación matemática de las ecuaciones que regirán dicho sistema.” • “De la gráfica se conoce que la función se ajusta a una recta” • “Luego, se calcula la función de transferencia aplicando la transformada de Laplace al modelo matemático en variables de desviación.” • “El cálculo del calor específico, C_p, se realiza utilizando las correlaciones de (Reklaitis, 1983), a partir de los datos de la Tabla 5.5.”
Simbólico	• Transformada de Laplace: $F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt$ • Velocidad $V = \frac{ds}{dt}$ • Caudal: $Q = A \cdot V$ • Área en términos de la sección transversal de un flujo: $A = \pi \cdot \left(\frac{d}{2}\right)^2$ • Volumen de un cilindro: $V = \pi \frac{D^2}{4} h$ • Logaritmo: $\log_a b = c \leftrightarrow a^c = b$ • Sumatoria: $\sum_{i=a}^b f(i)$ • Función polinómica: $P(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	• Cálculo del valor de concentración de protones: $\frac{K_w}{K_a} = \frac{x^2}{[H_2SO_4]_{inicial} - x}$ • Relación no lineal entre pH y reactivos: $pH = -\log(H^+)$ • Concentración de un reactivo a lo largo del tiempo en un proceso de neutralización: $\frac{dC}{dt} = -kc$ • Variación de la concentración de protones con respecto al tiempo dentro del neutralizador: $\frac{\partial (C_H + V)}{\partial t} = C_{sust.ácida} F_i + C_{sust.básica} F_{ii}$ – concentración en función de pH • Función de transferencia aplicando la transformada de Laplace: $\frac{C_{H+}(s)}{F_{ii}(s)} = \frac{C_{sust.básica,ii} / (F_{iii} - 0,0003)}{(V / (F_{iii} - 0,0003))^{s+1}}$

Gráfico/tecnológico

- Cálculo de la línea de operación en la zona de enriquecimiento, LOE:

$$y = 0,8298x + 0,0153$$

- Cálculo de la línea de operación en la zona de agotamiento, LOA:

$$y = 5,361x - 0,0016$$

- Cálculo del calor específico, C_p :

$$C_p = a + bT + cT^2 + dT^3$$

- Al unir el punto x_w sobre la línea de 45° con el punto M (intersección de la línea q con la curva de equilibrio), se obtiene la recta que determina el reflujo mínimo.

- Ecuación de Fenske:

$$N_{min} = \frac{\ln\left[\left(\frac{x_{D,LK}}{x_{D,HK}}\right)\left(\frac{x_{B,HK}}{x_{B,LK}}\right)\right]}{\ln(\alpha_{LK,HK})}$$

- Ecuaciones de Underwood:

$$\frac{\alpha_{LK}(Z_1)}{\alpha_{LK}-\theta} + \frac{\alpha_{HK}(Z_2)}{\alpha_{HK}-\theta} = 1 - q$$

- Correlación de Gilliland:

$$X = \frac{R - R_{min}}{R + 1}$$

$$Y = \frac{N - N_{min}}{N + 1} = 1 - \exp\left[\left(\frac{1 + 54,4X}{11 + 117,2X}\right)\left(\frac{X - 1}{X^{0,5}}\right)\right]$$

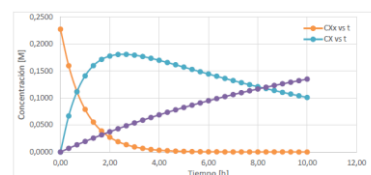
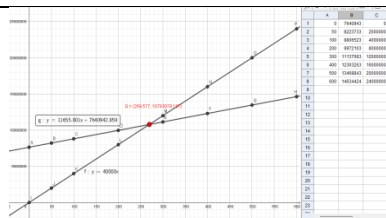


Figura 2.1. Concentración de xilano, aliso y furfural en función del tiempo

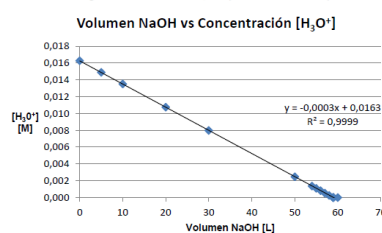
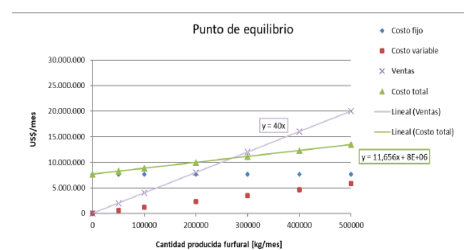
Figura 4.1 Concentración $[H_3O^+]$ vs Volumen NaOH

Figura 13. Punto de equilibrio

--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--	--

Tabla 10. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 7

En el diseño y análisis de la planta de producción de furfural, la matemática juega un rol fundamental. **Los conceptos matemáticos**, como las ecuaciones y los modelos diferenciales, permiten describir y predecir el comportamiento de los sistemas químicos. Por ejemplo, las ecuaciones diferenciales utilizadas para modelar la variación de la concentración de protones en el neutralizador proporcionan una base para entender cómo los cambios en la entrada afectan la salida del sistema de control de pH. Esta aplicación permite diseñar sistemas de control más precisos y eficientes, fundamentales para mantener las condiciones óptimas en los procesos de neutralización y destilación.

Las **propiedades matemáticas** como la relación entre variables y el modelado de sistemas complejos, como el equilibrio de especies ácido-base y la destilación azeotrópica, facilitan la comprensión de fenómenos no lineales y su impacto en el control de procesos. Estos modelos permiten anticipar y corregir desviaciones en tiempo real, mejorando la estabilidad y eficiencia del proceso.

Los **procedimientos matemáticos**, incluyendo la integración numérica, el trazado de curvas, y el uso de transformadas de Laplace, son cruciales para la resolución de problemas específicos y la optimización de procesos. La capacidad para modelar y simular sistemas complejos, como el balance de masa en el neutralizador y la configuración de las torres de destilación, permite a los ingenieros prever el comportamiento del sistema bajo diversas condiciones operativas, facilitando la toma de decisiones informadas y la implementación de soluciones efectivas.

Los **argumentos matemáticos** y el uso de herramientas analíticas, como el criterio de Nyquist y los diagramas de Bode, proporcionan un marco robusto para analizar la estabilidad y eficiencia de los sistemas de control. Estas técnicas permiten evaluar y mejorar la respuesta del sistema a perturbaciones, asegurando la estabilidad operativa y la calidad del producto final.

El **lenguaje matemático**, tanto simbólico como verbal, facilita la comunicación precisa de los conceptos y procedimientos utilizados en el diseño y operación de la planta. La representación clara de las relaciones y modelos matemáticos permite a los ingenieros y

operadores comprender y aplicar estos conceptos de manera efectiva, mejorando la colaboración y la implementación de soluciones prácticas.

Trabajo 8: “Diseño de planta de malteo en la ciudad de Olavarría”

Situación problema

Demanda insatisfecha de malta cervecera en la región debido a la ausencia de malterías locales.

Propuesta para resolver la situación problema

Crear una planta de malteado de cebada que pueda satisfacer esta demanda utilizando tecnología avanzada y manteniendo la calidad artesanal.

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: Determinar las dimensiones precisas del tanque de remojo

Sub-problema 2: Diseñar el tambor de germinación-secado

Sub-problema 3: Calcular la caída de presión que el aire experimenta al atravesar el intercambiador de calor, garantizando un diseño que permite un flujo de aire eficiente en la etapa de secado.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la Tabla 11 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada.

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Volumen	El volumen es una medida de la cantidad de espacio tridimensional que ocupa un objeto.	El volumen del tanque de remojo es considerado con el propósito de que pueda contener la mezcla de agua y cebada necesaria en el proceso de malteo.
Teorema fundamental de cálculo	Si $f(x)$ es una función no negativa en el intervalo $[a, b]$, entonces $\int_a^b f(x)dx$ es el área bajo la curva de $f(x)$ desde $x = a$ hasta $x = b$.	Determinación de áreas libres sobre y debajo del lecho de grano.
Razón trigonométrica	Funciones matemáticas que relacionan los ángulos de un triángulo rectángulo con las longitudes de sus lados.	Para el diseño del tanque de remojo se utiliza la razón trigonométrica tangente.
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente	Se utiliza un modelo de referencia para estimar la caída de presión sufrida por el aire

	un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	al atravesar los tubos del intercambiador de calor.
Función cuadrática	Representación matemática de una relación entre dos variables donde al menos una de ellas está elevada al cuadrado. Se describe mediante una ecuación de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde x es la variable independiente.	La caída de presión sufrida por el aire al atravesar los tubos del intercambiador de calor se ajusta con una función cuadrática.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Propiedades aditiva de volúmenes	La propiedad de que los volúmenes de distintas formas geométricas pueden sumarse permite obtener el volumen total del tanque combinando los volúmenes del cilindro y del cono.	El volumen total del tanque de remojo (cilíndrico con base cónica) se determina sumando los volúmenes de un cilindro y un cono.
Razones trigonométricas	En un triángulo rectángulo, la tangente de un ángulo agudo se define como la razón entre la longitud del cateto opuesto al ángulo y la longitud del cateto adyacente al ángulo.	El radio del tanque se relaciona con la altura del cono mediante el ángulo de apertura de 30° .
Regla de Barrow	La integral definida de una función continua $f(x)$ en un intervalo cerrado $[a, b]$ es igual a la diferencia entre los valores que toma una función primitiva $F(x)$ de $f(x)$, en los extremos de dicho intervalo.	Al resolver las integrales definidas se aplica Barrow para definir el valor numérico que representa el área libre sobre y debajo del lecho de grano.
Relación de proporcionalidad	Relación matemática en la que dos magnitudes o cantidades varían de manera que mantienen una razón constante entre sí.	•Relación de proporcionalidad entre la longitud y el diámetro del tambor.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Despejar ecuaciones	Utilizar ecuaciones e inecuaciones preestablecidas en bibliografía de referencia para calcular alguna variable o rango de	Realizar despejes de ecuaciones de referencia para determinar por ejemplo el volumen del tanque de remojo, el flujo de aire necesario para la oxigenación del grano, la verificación del cumplimiento del criterio de flexibilidad rigurosa de cañerías establecido en la norma

	interés.	ANSI B31.1 y la cantidad de agua a eliminar en la etapa de secado.
Sustituir variables	Despejar una variable en una ecuación y luego sustituir esa expresión en otra para reducir el sistema a una sola ecuación con una sola variable.	Sustituir variables por otras de interés como por ejemplo escribir el volumen del tanque sólo en función de la altura y las fronteras del tambor sólo en función del radio.
Calcular integrales	Calcular integrales definidas.	Calcular áreas libres sobre y debajo del lecho de grano.
Representar gráficamente funciones	Graficar funciones a partir de datos experimentales extraídos de bibliografía de referencia.	Representar gráficamente el comportamiento de la emisión de CO_2 durante la etapa de germinación.
Argumentos	Significados	
(Objetos Asociados)	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	Dada la similitud entre las características fundamentales de dos fenómenos, es plausible aplicar el modelo desarrollado para uno al otro.	En el contexto específico del diseño de un intercambiador de calor, la utilización de un modelo previamente validado en el secado de orégano se justifica por las similitudes estructurales y operativas entre ambos sistemas.
Regla de Barrow (Propiedad) – Calcular integrales (procedimiento)	La regla de Barrow establece que si $f(x)$ es una función continua en un intervalo $[a, b]$, entonces la integral definida de $f(x)$ en ese intervalo, puede interpretarse como el área bajo la curva de $f(x)$ entre $x = a$ y $x = b$.	Se calcula el área inferior y superior del lecho de grano.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	• Realizar un ajuste funcional a partir de datos experimentales. • La propiedad de que los volúmenes de distintas formas geométricas pueden sumarse permite obtener el volumen total del tanque combinando los volúmenes del cilindro y del cono...	• Esto se realizó tomando como base la Ecuación 6.6-17, la cual surge de un ajuste polinómico... • “Para llevar a cabo la etapa de remojo se optó por la utilización de un tanque de fondo cónico...”
Simbólico	• Volumen de un cilindro: $V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h$ • Volumen de un cono: $V_{cono} = \frac{\pi \cdot r^2 \cdot h}{3}$ • Tangente del ángulo en un triángulo rectángulo:	• Volumen del tanque de remojo: $V_{total} = V_{cilindro} + V_{cono}$ • Relación entre el radio del tanque y la altura del cono: $r = \frac{h_{cono}}{\tan(30^\circ)}$ • Flujo de aire:

	$\tan \theta = \frac{y}{x}$ • Integrales definidas:$\int_a^b f(x)dx$ • Regla de Barrow:$\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$ • Función polinómica:$f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$	$Q = \varphi \cdot m$ • Criterio de flexibilidad rigurosa de cañerías:$\frac{D_n \cdot Y}{U^2 (R-1)^2} \leq 0,03$ • Área transversal libre sobre el lecho de grano:$A_{sup} = \int_{-P_1}^{P_1} \left(f(x) - \frac{4}{3} \cdot r \right) dx$ • Modelo polinómico que representa la caída de presión sufrida por el aire al atravesar los tubos del intercambiador de calor:$h_{int} = 64,8 \cdot (Q_3)^2 - 10,2 \cdot Q_3 + 2,01$																
Gráfico/tecnológico	Unión de segmentos de recta a partir de datos experimentales.	10.13 Emisión de CO₂ durante la etapa de germinación <table><caption>Datos estimados del gráfico 10.13</caption><thead><tr><th>Tiempo de germinación [días]</th><th>Emisión de CO₂ [g/kg de estado seco]</th></tr></thead><tbody><tr><td>1</td><td>150</td></tr><tr><td>2</td><td>250</td></tr><tr><td>3</td><td>350</td></tr><tr><td>4</td><td>420</td></tr><tr><td>5</td><td>480</td></tr><tr><td>6</td><td>450</td></tr><tr><td>7</td><td>420</td></tr></tbody></table>	Tiempo de germinación [días]	Emisión de CO ₂ [g/kg de estado seco]	1	150	2	250	3	350	4	420	5	480	6	450	7	420
Tiempo de germinación [días]	Emisión de CO ₂ [g/kg de estado seco]																	
1	150																	
2	250																	
3	350																	
4	420																	
5	480																	
6	450																	
7	420																	

Tabla 11. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 8

Entre los **conceptos** matemáticos empleados se encuentran el volumen, el teorema fundamental de cálculo, las razones trigonométricas, y la función cuadrática. Estos conceptos son esenciales para resolver los problemas derivados de la situación inicial. Por ejemplo, el concepto de volumen se utiliza para determinar las dimensiones del tanque de remojo, asegurando que sea capaz de contener la mezcla de agua y cebada necesaria. El teorema fundamental de cálculo se aplica para determinar las áreas libres sobre y debajo del lecho de grano durante la germinación. Las razones trigonométricas, como la tangente de un ángulo, son cruciales para el diseño geométrico del tanque de remojo, mientras que la función cuadrática se utiliza para ajustar la caída de presión en el intercambiador de calor.

Las **propiedades** matemáticas involucradas incluyen la propiedad aditiva de volúmenes, que permite combinar los volúmenes de un cilindro y un cono para obtener el volumen total del tanque de remojo, y las razones trigonométricas, que relacionan el radio y la altura del cono. La regla de Barrow, utilizada para calcular integrales definidas, ayuda a determinar las áreas debajo del lecho de grano. La relación de proporcionalidad se aplica para ajustar el diámetro del tambor con su longitud.

Los **procedimientos** matemáticos adoptados incluyen despejar ecuaciones para calcular variables como el volumen del tanque y la caída de presión, sustituir variables para simplificar las ecuaciones, y calcular integrales para determinar áreas específicas. Estos procedimientos permiten un diseño eficiente del tanque de remojo y del tambor de germinación-secado, garantizando un flujo de aire adecuado y una correcta eliminación de agua durante el proceso de secado.

Los argumentos matemáticos y químicos se basan en la aplicación de modelos y procedimientos preestablecidos. Por ejemplo, la aplicación de la regla de Barrow para calcular áreas se utiliza para definir con precisión el volumen y la capacidad del tanque de remojo. La adaptación de modelos matemáticos del secado de orégano al intercambiador de calor muestra cómo se pueden aplicar técnicas similares en diferentes contextos. El uso de gráficos para representar datos experimentales y ajustar funciones polinómicas asegura que los diseños sean efectivos y reflejen fielmente las condiciones operativas.

El **lenguaje** matemático en este proyecto incluye fórmulas como el volumen de cilindros y conos, el ajuste de funciones cuadráticas y la aplicación de integrales.

Trabajo 9: “Estudio del pretratamiento de aceite crudo de soja para producción de biodiesel”

Situación problema:

El proyecto aborda la problemática del proceso de desgomado ácido utilizado actualmente en una planta de biodiesel, el cual presenta limitaciones técnicas y ambientales significativas. Este método convencional depende del uso de reactivos químicos que, además de incrementar costos, conllevan riesgos de contaminación del suelo y del aire.

Propuesta para resolver la situación problema

Como alternativa, se propone el desgomado enzimático, el cual promete una eficiencia superior y una menor carga ambiental. El estudio incluye el desarrollo de un modelo cinético para optimizar este nuevo proceso y la evaluación de diferentes configuraciones de reactores para determinar la opción más rentable.

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: determinación de la cinética de reacción enzimática.

Sub-problema 2: diseño de reactores en serie para la reacción enzimática y optimización del proceso productivo.

Sub-problema 3: desarrollo de un modelo cinético de la variación temporal de la concentración de fósforo para el diseño del reactor.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la tabla 12 se identifican y ejemplifican los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada.

Conceptos	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Derivada	Tasa de cambio instantánea de una función con respecto a una de sus variables.	Velocidad de reacción química (transformación de fosfátidos durante el desgomado enzimático.)
Ecuación Diferencial	Ecuación que vincula a una función desconocida con una o más de sus derivadas.	La concentración de fosfátidos (variable dependiente del tiempo) se vincula con la velocidad de reacción (derivada de la variable independiente) $\frac{dC}{dt} + k C p n = 0$, donde Cp es la concentración de fosfátidos, n el orden de reacción y k la constante de velocidad.
Función objetivo	Función matemática que se busca optimizar.	Volumen de reactor que se busca minimizar para optimizar el diseño.
Función afín	Representación matemática de una relación entre dos variables que se describe mediante una ecuación de la forma $y = mx + b$, donde y es la variable dependiente, x es la variable independiente, m es la pendiente de la recta y b es la ordenada al origen.	La velocidad de la reacción, en escala logarítmica, se corresponde con una función afn. La pendiente de esta recta representa al orden de la reacción (n), y la intersección con el eje vertical el logaritmo de la constante de velocidad (k).
Función cuadrática	Representación matemática de una relación entre dos variables donde al menos una de ellas está elevada al cuadrado. Se describe mediante una ecuación de la forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, donde x es la variable independiente.	La concentración de fosfátidos en función del tiempo t se ajusta con una función cuadrática.
Función exponencial	Representación matemática de una relación entre dos variables donde al menos una de ellas está como exponente. Se describe mediante una ecuación de la forma $f(x) = ka^x$, donde x es la variable independiente y bajo las restricciones: $(a > 0 \wedge a \neq 1)$ y $k \neq 0$	La concentración de fósforo en función del tiempo de reacción para el desgomado enzimático se modela con una función exponencial.
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real	El modelo de Michaelis-Menten (ecuación) describe la cinética del desgomado enzimático.

	utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	
Propiedades	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Propiedades logarítmicas	•El logaritmo de un producto es la suma de los logaritmos de los factores. •El logaritmo de una potencia es igual al exponente multiplicado por el logaritmo de la base.	Las propiedades del logaritmo (de producto y potencia) permiten simplificar la expresión de la variación de los fosfátidos en el tiempo para caracterizar la reacción y conocer los parámetros asociados.
Propiedades aditiva de volúmenes	El volumen total de un sistema compuesto por varios objetos o regiones es igual a la suma de los volúmenes individuales de cada uno de esos objetos o regiones.	En una configuración de 2 RTACs (reactores de tanque agitado continuo) en serie, el volumen total es la suma de los volúmenes de ambos reactores.
Relación de proporcionalidad	Relación matemática en la que dos magnitudes o cantidades varían de manera que mantienen una razón constante entre sí.	Se establece una relación de proporcionalidad entre las variables. Por ejemplo, para un caudal constante, si el diámetro de una tubería aumenta, la velocidad del flujo disminuye proporcionalmente, y viceversa.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Linealizar	Transformar ecuaciones no lineales a lineales	Linealizar la función que representa la velocidad de reacción para facilitar la determinación de parámetros de interés (como k y n utilizando escala logarítmica).
Despejar Ecuaciones	Despejar ecuaciones y realizar cálculos a partir de bibliografía de referencia.	Realizar despejes de ecuaciones de referencia para determinar por ejemplo la constante de velocidad, la energía de activación, la concentración final de fosfátidos, el volumen de un reactor y la conversión óptima que minimiza el volumen total.
Representar gráficamente funciones	Representar la gráfica de funciones desde el registro tabular al gráfico y del simbólico al gráfico.	Graficar para determinar visualmente parámetros y variables (por ejemplo las constantes y las velocidades de reacción)
Derivar funciones	Derivar funciones	Derivar funciones (como la del volumen o la variación temporal de CP) para encontrar el valor de las variables que minimiza la función (p.e. optimizar la función del volumen) y para calcular velocidades (p.e. velocidad de desaparición de fósforo)
Modelar	Realizar un diagrama de dispersión de puntos en el plano a partir de datos	Registrar, tabular, graficar y ajustar la tendencia de datos empíricos

matemáticamente	tabulados y, posteriormente, ajustar a un modelo con un software (Matemático/ tecnológico).	sobre la concentración de fósforo.
Argumentos	Significados	
(objetos asociados)	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	A partir de datos discretos es factible analizarlos con el objetivo de encontrar una expresión matemática (modelo) que facilite la anticipación, explicación y predicción del comportamiento de ciertos fenómenos.	La velocidad de reacción química se describe con modelos matemáticos (elaborados a partir de datos empíricos) que permiten anticipar, explicar y predecir el comportamiento de la velocidad de reacción en diversas condiciones y escenarios.
Propiedades (logaritmos) – procedimiento (linealización)	La escala logarítmica es útil cuando se trabaja con datos que abarcan varios órdenes de magnitud, ya que permite visualizar y analizar relaciones y variaciones que de otra manera podrían no ser evidentes en una escala lineal.	La función que representa la variación de la CP en el tiempo se linealiza usando escala logarítmica.
Lenguaje	Significados	
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Verbal	•La velocidad se define como la tasa de cambio instantánea de una función con respecto al tiempo. •Un modelo lineal es una representación matemática de una relación entre dos variables que se describe mediante una función de la forma $y = mx + b...$ •Un modelo exponencial es una representación matemática de una relación entre dos variables que se describe mediante una función de la forma $f(x) = ka^x$	•“La velocidad de reacción de los fosfátidos en el proceso enzimático fue definida como irreversible de orden n dependiente de la concentración de fosfátidos ...” Los valores de velocidad de desaparición de fósforo ($-r'_p$) a cada temperatura se obtuvieron a través de la derivada (negativa) de las funciones $C_p(t)$ •“Linealizando la expresión anterior, se obtiene la ecuación 5.” “Para obtener la constante k puede construirse la gráfica de la variación temporal de la concentración de fosfátidos $\left(-\frac{dC_p}{dt}\right)$ en función de la concentración de fosfátidos (C_p), resultando una recta cuya ordenada al origen es $\ln k$) y su pendiente representa el orden de reacción n.” •“Las gráficas de CP vs. T se ajustaron por modelos de regresión no lineal CP(t) (tipo exponencial).”
Simbólico	•Una función f es derivable si	-Velocidad de reacción:

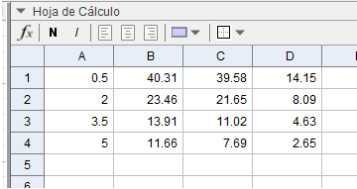
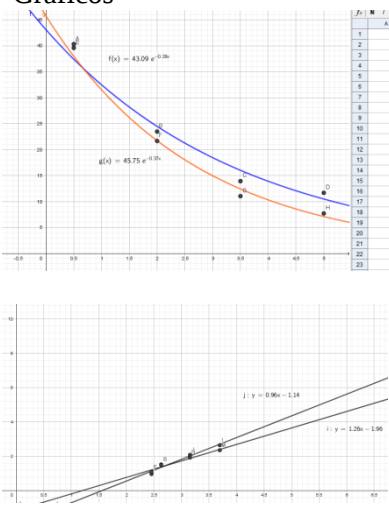
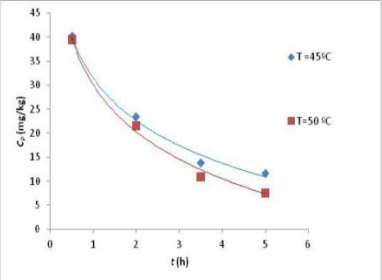
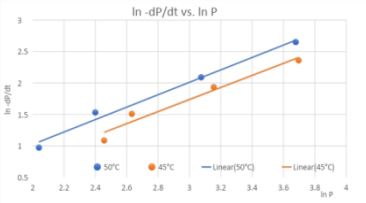
	$f'(x) = \frac{f(x+h) - f(x)}{h}$ •Ecuación diferencial: $\frac{dy}{dx} = f(x)$ •Modelo lineal: $f(x) = mx + b$ •Modelo exponencial: $y = k \cdot a^x$	$-\frac{dC_p}{dt} = k \cdot C_p^n$ -Ecuación de velocidad de reacción linealizada: $\ln \ln \left(-\frac{dC_p}{dt} \right) = \ln \ln (k) + n \cdot \ln \ln (C_p)$ -Ecuación de Arrhenius: $k = A \cdot e^{-\frac{E_a}{R \cdot T}}$ -Función de la concentración de fósforo en función del tiempo: $C_p(t) = 48,08e^{-0,29t}$																	
Gráfico/tecnológico	-Tablas  -Gráficos 	-Tablas Tabla 8. Variación temporal de la concentración de fósforo durante el desgomado de aceite en el rango 45-50 °C <table border="1"> <thead> <tr> <th rowspan="2">Tiempo de reacción t (h)</th> <th colspan="2">Temperatura</th> </tr> <tr> <th>45 °C</th> <th>50 °C</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>0.5</td> <td>-2</td> <td>40,31</td> </tr> <tr> <td>2</td> <td>-1</td> <td>23,46</td> </tr> <tr> <td>3.5</td> <td>0</td> <td>13,91</td> </tr> <tr> <td>5</td> <td>1</td> <td>11,66</td> </tr> </tbody> </table> (Fuente: Elaboración propia) •Gráficos  Figura 13. Variación temporal de C_p en el desgomado enzimático a 45 y 50 °C (Fuente: Elaboración propia)  Figura 14. Linealización de la ecuación de velocidad de reacción para cada temperatura (Fuente: Elaboración propia)	Tiempo de reacción t (h)	Temperatura		45 °C	50 °C	0.5	-2	40,31	2	-1	23,46	3.5	0	13,91	5	1	11,66
Tiempo de reacción t (h)	Temperatura																		
	45 °C	50 °C																	
0.5	-2	40,31																	
2	-1	23,46																	
3.5	0	13,91																	
5	1	11,66																	

Tabla 12. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 9

La determinación de la cinética de reacción enzimática es fundamental para entender la velocidad a la que los fosfátidos se transforman durante el desgomado. En este contexto, se emplean **conceptos** matemáticos como la derivada, que representa la tasa de cambio instantánea en el tiempo de la concentración de fosfátidos, y las ecuaciones diferenciales, que modelan cómo esta velocidad depende de la concentración (C_p) y está elevada a una potencia que representa el orden de reacción (n). Además, al aplicar la

ecuación de Arrhenius se determina la constante de velocidad ((k)) y la energía de activación, proporcionando una base precisa para predecir el comportamiento de las reacciones enzimáticas.

Los **procedimientos** matemáticos incluyen la linealización de ecuaciones mediante logaritmos para simplificar la determinación de los parámetros claves (k) y (n). La representación gráfica de la velocidad de reacción frente a la concentración de fosfátidos en una escala logarítmica facilita la interpretación visual de estos parámetros, transformando la relación no lineal en una recta cuya pendiente y ordenada al origen representan el orden de reacción y el logaritmo de la constante de velocidad, respectivamente.

Para optimizar el proceso productivo, se aborda el diseño de reactores en serie. Utilizando el concepto de derivación, se determinan analíticamente los volúmenes de los reactores y las conversiones óptimas que minimizan el volumen total del sistema. La ecuación de diseño del reactor se emplea para calcular el volumen de un reactor de tanque agitado continuo (RTAC), asegurando que el diseño sea tanto eficiente como económico. La configuración de dos RTACs en serie muestra una reducción significativa en el volumen total requerido, lo cual se traduce en menores costos operativos.

Las **propiedades** matemáticas involucradas, como la proporcionalidad entre la velocidad de reacción y la concentración de reactivos, y las propiedades del logaritmo, son esenciales para simplificar y resolver las ecuaciones de velocidad de reacción. La continuidad en el cálculo asegura que la estabilidad de la reacción se mantenga constante a lo largo del proceso.

Los **argumentos matemáticos y químicos** justifican la elección del desgomado enzimático mediante un análisis cuantitativo riguroso. La recolección y ajuste de datos experimentales permiten desarrollar modelos matemáticos precisos que describen la velocidad de reacción bajo diversas condiciones, anticipando y explicando las variaciones en el proceso. La validación experimental de estos modelos garantiza que las recomendaciones no solo sean teóricamente sólidas, sino también aplicables en un entorno real.

El **lenguaje matemático y químico** utilizado en el estudio es preciso, tanto en la descripción verbal de los conceptos como en las representaciones simbólicas de las ecuaciones.

Trabajo 10: “Diseño de una planta de producción de agua alcalina para consumo humano”

Situación problema

La problemática central radica en la limitada producción de agua alcalina embotellada en Argentina, donde solo existe una empresa productora, a pesar de que el mercado del agua embotellada está en crecimiento y presenta alta demanda de agua alcalina debido a sus beneficios para la salud. Además, el agua potable de la ciudad de Olavarría, seleccionada como fuente, presenta variaciones en calidad que deben ser abordadas para cumplir con los estándares del Código Alimentario Argentino.

Propuesta para resolver la situación problema

Diseñar y evaluar una planta de producción de agua alcalina ionizada utilizando el proceso de electrólisis a partir de agua potable, localizada en el Parque Industrial de Olavarría, provincia de Buenos Aires.

Problemas derivados de la problemática original

Sub-problema 1: Diseño de filtro y de tanque agitado en el proceso de pretratamiento de agua potable.

Sub-problema 2: selección de bombas centrífugas para la impulsión de fluidos.

Objetos matemáticos puestos en juego en la propuesta

En la tabla 13 se ejemplifican algunos de los objetos primarios asociados a la resolución de la problemática planteada:

Conceptos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Derivada	Tasa de cambio instantánea de una función con respecto a una de sus variables.	Variación del caudal, la tasa de filtración y la velocidad del fluido para un Sistema de Tratamiento de Fluido.
Área	Medida del espacio bidimensional contenido dentro de su circunferencia.	El área de filtración (A_f) representa la superficie a través de la cual el fluido es filtrado.
Curva	Conjunto de puntos que satisfacen una cierta relación o ecuación matemática.	La curva de operación de sistema de una bomba (obtenida de manera experimental) y la curva de rendimiento de una bomba (dada por el fabricante) establecen una relación entre la presión o carga y el caudal dentro de un sistema de flujo específico.
Función cuadrática	Representación matemática de una relación entre dos variables donde al menos	Las curvas operación y de rendimiento de la bomba se ajusten a modelos cuadráticos $A(C) = 12,55C^2 + 2,5521$ y $A(C) =$

	una de ellas está elevada al cuadrado. Se describe mediante una ecuación de la forma $y=ax^2+bx+c$, donde y es la variable dependiente, x es la variable independiente.	$-0,0179C^2 - 0,4393C + 19,479$ respectivamente, siendo A : <i>Altura en metros</i> y C : <i>Caudal en $\frac{m^3}{h}$</i>
Sistema de ecuaciones	Conjunto de dos o más ecuaciones que tienen una o más variables en común.	El punto de operación verdadero es donde las curvas del sistema y de rendimiento de las bombas se intersectan, lo que indica el rendimiento real de la bomba en el sistema químico.
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.	Modelo de rendimiento de una bomba.
Propiedades	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Relación de proporcionalidad	Relación matemática en la que dos magnitudes o cantidades varían de manera que mantienen una razón constante entre sí.	En sistemas de filtración, se establecen relaciones de proporcionalidad entre diferentes parámetros como el caudal de operación y la tasa de filtración, así como entre el caudal, la velocidad lineal y el área de filtración, fundamentales para el diseño y la optimización eficiente de estos sistemas.
Procedimientos	Significados	
	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)
Despejar Ecuaciones	Despejar ecuaciones y realizar cálculos a partir de bibliografía de referencia	Calcular parámetros y variables (área de filtración, diámetro de filtro, caudal de retrolavado, dosis diaria de ácido, diámetro del tanque de agitación, altura de la bomba, velocidad lineal y pérdida de presión) a partir de ecuación de referencia (como por ejemplo la ecuación general de la energía).
Establecer proporciones	Calcular proporciones	Determinar proporciones para el diseño del filtro (Profundidad del lecho y % de expansión) y en la estructura del tanque de agitación.
Modelar matemáticamente	Realizar un diagrama de dispersión de puntos en el plano a partir de datos tabulados y, posteriormente, ajustar a un modelo con un software (Matemático/tecnológico).	Registrar, tabular, graficar y ajustar la tendencia de datos empíricos sobre la el caudal de operación de la bomba.
Resolver sistemas de ecuaciones	Graficar curvas (desde el registro tabular al gráfico y desde el simbólico al gráfico) e identificar los puntos en los cuales dos curvas se intersectan.	Graficar e identificar el punto de intersección entre la curva del sistema y cada una las curvas de rendimiento que se corresponde con los puntos de operación.

	Despejar una variable en una ecuación y luego sustituir esa expresión en otra para reducir el sistema a una sola ecuación con una sola variable.	Para hallar la curva del sistema se utilizan diversas ecuaciones preestablecidas en la bibliografía de referencia, estableciendo relaciones entre ellas, las cuáles se sustituyen para trabajar con parámetros conocidos.						
Argumentos		Significados						
(Objetos asociados)	Matemáticos	Práctica Profesional (Ingeniería Química)						
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	A partir de datos discretos es factible analizarlos con el objetivo de encontrar una expresión matemática (modelo) que facilite la anticipación, explicación y predicción del comportamiento de ciertos fenómenos.	Se representan datos tabulares obtenidos de manera experimental para hallar un modelo funcional que represente el caudal de operación de la bomba.						
Concepto (factor de correlación) – Procedimiento (modelar)	El R^2 es un factor que puede ayudar a decidir sobre el grado de ajuste entre los modelos y la distribución de los datos.	Para definir qué curva se ajusta mejor (curva de operación) a los valores descriptos se utiliza el factor de correlación.						
		Lenguaje						
	Matemático	Práctica Profesional (Ingeniería Química)						
Verbal	- El área de un círculo se define como el producto entre π y el cuadrado de su radio. - Una proporcionalidad es una relación matemática entre dos cantidades o variables que indica cómo cambia una en relación con la otra.	“Con el área de filtración se determinó el diámetro del filtro (ϕ) para una forma cilíndrica...” “A partir del diámetro del tanque (DT) y las restantes proporciones geométricas típicas mostradas en la Tabla 14, se calcularon el resto de las dimensiones del tanque...”						
Simbólico	Caudal: $Q = \frac{dV}{dt}$ Área de un círculo: $A(r) = \pi \cdot r^2$ - Relación entre radio y diámetro de un círculo: $r = \frac{d}{2}$ - Velocidad lineal: $\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt}$ - Función cuadrática: $f(x) = ax^2 + bx + c$	- Área de filtración: $Af = \frac{Q}{v_f}$ - Diámetro del filtro: $\phi = \sqrt{\frac{4 \cdot Af}{\pi}}$ - Proporciones geométricas <table border="1"> <tr> <td>$s_1 = \frac{D_A}{D_T} = \frac{1}{3}$</td> <td>$s_2 = \frac{H}{D_T} = 1$</td> <td>$s_3 = \frac{f}{D_T} = \frac{1}{12}$</td> </tr> <tr> <td>$s_4 = \frac{E}{D_A} = 1$</td> <td>$s_5 = \frac{W}{D_A} = \frac{1}{5}$</td> <td>$s_6 = \frac{L}{D_A} = \frac{1}{4}$</td> </tr> </table> - Despeje de ecuaciones: $V = \frac{\pi \cdot D_T^2}{4} \cdot H \rightarrow V = \frac{\pi \cdot D_T^3}{4}$ $D_T = \sqrt[3]{\frac{4 \cdot V}{\pi}}$ - Ecuación general de la energía:	$s_1 = \frac{D_A}{D_T} = \frac{1}{3}$	$s_2 = \frac{H}{D_T} = 1$	$s_3 = \frac{f}{D_T} = \frac{1}{12}$	$s_4 = \frac{E}{D_A} = 1$	$s_5 = \frac{W}{D_A} = \frac{1}{5}$	$s_6 = \frac{L}{D_A} = \frac{1}{4}$
$s_1 = \frac{D_A}{D_T} = \frac{1}{3}$	$s_2 = \frac{H}{D_T} = 1$	$s_3 = \frac{f}{D_T} = \frac{1}{12}$						
$s_4 = \frac{E}{D_A} = 1$	$s_5 = \frac{W}{D_A} = \frac{1}{5}$	$s_6 = \frac{L}{D_A} = \frac{1}{4}$						

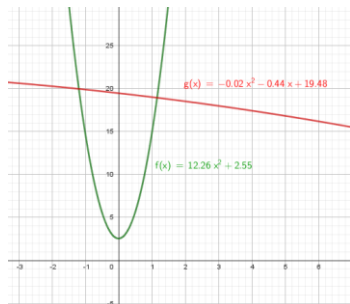
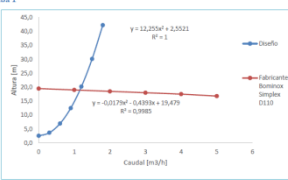
		$h_A = \frac{P_2 - P_1}{pg} + (h_2 - h_1) + \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} + h_f$ $+ \Delta_f + \Delta h_{\text{Equipos}} + \frac{\Delta P_{\text{Medidores}}}{pg}$ • $h_f = h_{fs} + h_{fd} = \frac{v_s^2}{2g} \left[\frac{f_s L_s}{D_{is}} + \sum k_{is} \right] + \frac{v_d^2}{2g} \left[\frac{f_d L_d}{D_{id}} + \sum k_{id} \right]$ • Velocidad lineal: $V_{\text{Lineal}} = \frac{Q}{A}$ • Curvas características de la bomba: $y = -0,0179x^2 - 0,4393x + 19,479$
Gráfico/tecnológico		 Figura 27: Comparación económica de las ofertas de electrolizadores con sus respectivos caudales de operación Anexo XVII: Curva característica y de operación de las bombas Bomba 1 

Tabla 13. Configuración epistémica de objetos primarios. Trabajo 10

En el análisis del trabajo presentado, se observa una integración efectiva de conceptos matemáticos y químicos aplicados al diseño de una planta de producción de agua alcalina. Entre los **conceptos** destacados se encuentran la derivada, el área, la función cuadrática, y el sistema de ecuaciones, que se emplean para modelar y optimizar el sistema de filtración y electrólisis.

La derivada se utiliza para evaluar la tasa de cambio en la variación del caudal y la velocidad del fluido. El área, calculada a partir de fórmulas geométricas, es crucial para dimensionar el filtro y el tanque de agitación. Las funciones cuadráticas ajustan las curvas de operación y rendimiento de las bombas, mientras que el sistema de ecuaciones ayuda a determinar el punto de operación verdadero, fundamental para evaluar el rendimiento real de la bomba.

Las **propiedades** como las relaciones de proporcionalidad establecen conexiones esenciales entre caudal, tasa de filtración, y velocidad lineal, optimizando el diseño de los sistemas de filtración.

Los **procedimientos** de despeje de ecuaciones y modelado matemático son rigurosos y detallados, permitiendo el cálculo preciso de parámetros como el área de filtración y el diámetro del filtro. La resolución de sistemas de ecuaciones y el ajuste de modelos con datos experimentales son esenciales para garantizar la precisión y eficacia del diseño.

Los **argumentos** presentados justifican el uso de modelos matemáticos y parámetros estandarizados, basados en un análisis cuantitativo exhaustivo. La aplicación del factor de correlación ayuda a validar el ajuste entre los modelos teóricos y los datos experimentales, asegurando la relevancia y exactitud de los resultados.

El uso del **lenguaje** matemático y químico es claro y preciso, facilitando la comprensión y comunicación de los conceptos. Las representaciones simbólicas y gráficas proporcionan una visualización efectiva del rendimiento del sistema, mejorando la interpretación de los datos y la toma de decisiones.

7.2.5. Análisis de los resultados

Reflexiones Finales sobre las Prácticas Matemáticas en los Trabajos Finales de Ingeniería Química

El análisis de los trabajos finales de carrera de Ingeniería Química ha permitido identificar una diversidad de problemáticas ingenieriles y la forma en que los estudiantes movilizan conocimientos matemáticos para su resolución. En estos trabajos, la matematización de las situaciones problemáticas ha sido un aspecto clave, evidenciando la relevancia de los conceptos matemáticos adquiridos a lo largo de la formación de grado y su aplicación en contextos de ingeniería.

Problemáticas Recurrentes

Las problemáticas abordadas en los trabajos finales analizados pueden agruparse en tres grandes categorías:

Optimización de procesos industriales: Ejemplificada en trabajos que buscan mejorar el uso de recursos, como agua y energía, o maximizar la eficiencia en la producción. Por ejemplo, en la extracción de aceite de canola, se trabajó con semejanza geométrica para extrapolar datos de experimentos en escala piloto a escala industrial. En otro caso, el diseño de una planta de producción de biodiésel incluyó el ajuste de

parámetros cinéticos para optimizar la conversión química y minimizar la generación de residuos.

Diseño y dimensionamiento de equipos: Relacionado con la selección de bombas, diseño de reactores o configuración de sistemas de flujo en plantas industriales. Por ejemplo, en el diseño de una planta desalinizadora, se calcularon curvas de operación de bombas y su intersección con la curva del sistema. Además, en el dimensionamiento de intercambiadores de calor para procesos industriales, se utilizaron ecuaciones diferenciales para modelar la transferencia térmica y optimizar el diseño del equipo.

Modelado matemático de fenómenos químicos y físicos: Incluye la representación de reacciones químicas, balances de materia y energía, y el análisis de la cinética de reacciones en sistemas químicos. En la producción de furfural, se emplearon ecuaciones diferenciales para modelar la variación de la concentración de protones en un sistema de neutralización de pH. En otro caso, en la optimización del consumo hídrico en una industria láctea, se construyeron modelos matemáticos para simular el flujo de agua y determinar estrategias de reducción de consumo sin afectar la calidad del proceso.

Estos problemas han requerido de una fuerte articulación entre conceptos matemáticos y su interpretación en el contexto ingenieril. En muchos casos, la matematización ha servido para modelizar sistemas complejos, permitiendo la toma de decisiones fundamentadas en cálculos rigurosos y validaciones experimentales.

Prácticas Matemáticas Movilizadas

El análisis ha permitido identificar un conjunto de prácticas matemáticas recurrentes en la resolución de las problemáticas planteadas:

Uso de ecuaciones diferenciales: Se han empleado para modelar fenómenos de transferencia de calor y masa, cinética de reacciones y sistemas de control. Por ejemplo, en el diseño del reactor de hidrólisis para la producción de furfural y en la predicción del comportamiento de un sistema de neutralización de pH en una planta de tratamiento de efluentes.

Optimización y ajuste de curvas: Aplicado en el diseño de procesos y selección de equipos, especialmente en la determinación de puntos de operación óptimos. Se observa en la selección de bombas centrífugas mediante la intersección de curvas de rendimiento y en el ajuste de ecuaciones para modelar la eficiencia de un sistema de destilación azeotrópica. En particular, la selección de una bomba adecuada para un sistema específico

ha requerido el análisis detallado de las curvas características de la bomba y del sistema, determinando su punto de operación óptimo mediante la intersección de ambas curvas. Este procedimiento ha permitido validar la eficiencia y viabilidad del diseño de diversos sistemas de bombeo en plantas industriales.

Análisis de proporcionalidad y semejanza geométrica: Crucial en la extrapolación de resultados de experimentación a escala industrial. Un ejemplo es la estimación de la demanda futura de agua en la planta desalinizadora mediante funciones afines. También, en la simulación de flujos de aire en secadores industriales, donde se garantizó la semejanza cinemática y dinámica entre modelos a escala piloto e industrial.

Resolución de sistemas de ecuaciones: Utilizada para balances de materia y energía, y en el diseño de circuitos hidráulicos. Se aplicó en la determinación de la cantidad de solvente requerido en la extracción de aceite de canola y en el cálculo del balance de energía en la optimización de intercambiadores de calor.

Uso del lenguaje matemático para la representación simbólica y gráfica: Incluyendo diagramas, ecuaciones y representaciones geométricas que permiten visualizar la relación entre variables. Por ejemplo, en el análisis de rendimiento de equipos de filtración, se representaron gráficamente las caídas de presión en función del caudal de operación.

Cada una de estas prácticas ha contribuido a la formulación y validación de los modelos empleados, reflejando un proceso de matematización en el que los estudiantes han integrado herramientas matemáticas con sus conocimientos químicos y de ingeniería.

Objetos Matemáticos Identificados

En la resolución de las problemáticas abordadas, emergen distintos objetos matemáticos primarios, clasificados según el EOS de la instrucción matemática:

Conceptos matemáticos: Entre los conceptos matemáticos más utilizados se encuentran la proporcionalidad en balances de materia, ecuaciones diferenciales en modelado de reacciones, funciones cuadráticas en curvas de operación de bombas y logaritmos en el cálculo de pérdidas de carga en tuberías. En particular, en el diseño de reactores en serie para el desgomado enzimático, se analizaron ecuaciones diferenciales para modelar la cinética de reacción y optimizar la eficiencia del proceso.

Propiedades matemáticas: Se identificaron propiedades clave como la linealidad en ecuaciones de transporte de masa y energía, la proporcionalidad en el escalado de procesos, la continuidad de funciones en modelado de flujos y la semejanza geométrica en la extrapolación de datos experimentales. Por ejemplo, en la evaluación de la eficiencia de un sistema de separación de fases en la extracción de aceite, se analizó la proporcionalidad entre volumen de solvente y rendimiento de extracción.

Procedimientos matemáticos: Se aplicaron procedimientos como la resolución de sistemas de ecuaciones en balances de masa y energía, el ajuste de curvas mediante interpolación en análisis de rendimiento de equipos, y la aplicación de integrales para el cálculo de acumulaciones de calor y energía en procesos químicos. En el diseño de una planta de producción de agua alcalina, se emplearon ecuaciones integrales para calcular el requerimiento energético del sistema de electrólisis.

Lenguaje matemático: Se utilizó una combinación de notación simbólica en ecuaciones diferenciales y balances, representaciones gráficas para analizar curvas de operación de sistemas y expresiones verbales para interpretar resultados matemáticos en contextos químicos e ingenieriles. En el diseño de sistemas de ventilación industrial, se empleó la ecuación de Bernoulli para describir la relación entre presión, velocidad y altura de flujo.

Argumentos matemáticos: Se evidenció el uso de argumentos que justifican la pertinencia de los modelos matemáticos utilizados, respaldados por datos experimentales y marcos teóricos en química e ingeniería. Por ejemplo, en la selección de reactores en la producción de biodiésel, se argumentó la elección de reactores en serie basándose en modelos cinéticos de reacción y en la optimización del rendimiento del sistema.

7.3. Construcción de los significados referenciales del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química

El análisis realizado en esta fase ha permitido construir un significado referencial del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros químicos, integrando múltiples fuentes de información: los trabajos finales de grado, las entrevistas a profesionales en ejercicio, los documentos oficiales que regulan la enseñanza de la ingeniería y las investigaciones académicas en educación matemática.

A partir de los trabajos finales de Ingeniería Química, se ha evidenciado que el cálculo diferencial e integral es una herramienta central en la resolución de problemas

ingenieriles complejos, especialmente en el diseño de procesos, la optimización de sistemas y la modelización de fenómenos físico-químicos. En estos trabajos, los estudiantes aplican ecuaciones diferenciales, ajustes de curvas y análisis de proporcionalidad para tomar decisiones fundamentadas en problemas reales, mostrando una fuerte integración entre matemática y contexto industrial.

Sin embargo, el contraste con las entrevistas a ingenieros químicos en ejercicio revela una situación diferente: la mayoría de los profesionales menciona el uso de matemáticas básicas, como proporcionalidad, reglas de tres, ecuaciones algebraicas simples y herramientas de estadística descriptiva. Esto sugiere un desfase entre la formación académica y la realidad laboral de los primeros años de ejercicio profesional, lo que puede responder a diversas razones.

Una posible interpretación de los resultados obtenidos en las entrevistas es que la formación matemática avanzada que reciben los ingenieros químicos durante su carrera universitaria no siempre se traduce en un uso inmediato en su ejercicio profesional. Esto podría deberse a que los ingenieros entrevistados, por ser nóveles, acceden a roles más cercanos a tareas operativas o técnicas

A pesar de estas tensiones entre la formación matemática universitaria y su aplicación inmediata en la industria, los documentos oficiales y las investigaciones académicas coinciden en la necesidad de que los ingenieros químicos desarrollen un perfil altamente capacitado en modelización matemática, resolución de problemas complejos y toma de decisiones basadas en cálculos rigurosos.

7.3.1. Problemáticas centrales que requieren el uso del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química

A partir del análisis de los documentos oficiales (CONFEDI, CONEAU, ASIBEI y WFEO), la literatura científica y los trabajos finales de grado, se identifican cuatro grandes ejes problemáticos en los que el cálculo diferencial e integral es fundamental para la formación y ejercicio del ingeniero químico:

1. Diseño y dimensionamiento de equipos y sistemas industriales:

- Selección y dimensionamiento de bombas, reactores, intercambiadores de calor y sistemas de filtración.
- Análisis de curvas de rendimiento y determinación de condiciones óptimas de operación.

- Evaluación de pérdidas de carga en sistemas de transporte de fluidos mediante ecuaciones diferenciales y cálculo integral.

2. Optimización de procesos industriales:

- Minimización del consumo energético y maximización de la eficiencia de producción.
- Aplicación de balances de materia y energía para optimizar rendimientos y reducir costos operativos.
- Determinación de puntos óptimos de operación en procesos térmicos y químicos mediante métodos diferenciales.

3. Modelado matemático de fenómenos físico-químicos:

- Simulación de la transferencia de calor y masa en reactores y procesos de separación.
- Modelado de la cinética de reacciones químicas para el diseño y control de procesos industriales.
- Uso de métodos numéricos para resolver ecuaciones diferenciales en sistemas de reacción y flujo.

4. Control y simulación de sistemas dinámicos:

- Diseño de estrategias de control de reactores y plantas químicas.
- Predicción del comportamiento de sistemas dinámicos mediante ecuaciones diferenciales y herramientas computacionales.
- Implementación de modelos matemáticos predictivos para monitoreo y control de calidad en procesos productivos.

7.3.2. Prácticas matemáticas necesarias en la resolución de estas problemáticas

Para abordar estas problemáticas, el significado referencial del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química debe incluir las siguientes prácticas matemáticas:

1. Uso de ecuaciones diferenciales

- Modelización de la transferencia de calor en intercambiadores.
- Análisis del crecimiento de microorganismos en procesos biotecnológicos.
- Resolución de ecuaciones diferenciales en modelado de reacciones químicas.

2. Optimización y ajuste de curvas

- Selección de bombas mediante el análisis de curvas de rendimiento.
- Ajuste de ecuaciones para representar eficiencias en destilación y extracción.
- Interpolación de datos experimentales mediante modelos matemáticos.

3. Análisis de proporcionalidad y semejanza geométrica

- Escalado de procesos químicos desde planta piloto a planta industrial.
- Diseño de reactores y sistemas de extracción garantizando la semejanza cinemática y dinámica.

4. Resolución de sistemas de ecuaciones

- Aplicación de balances de materia y energía en reactores y columnas de destilación.
- Cálculo de mezclas de gases y líquidos para optimizar formulaciones industriales.

5. Cálculo integral aplicado a balances de energía

- Integración de ecuaciones diferenciales en balances dinámicos de reactores.
- Cálculo del calor acumulado en procesos de tratamiento térmico.

7.3.3. Objetos matemáticos primarios

A partir de las prácticas descriptas se movilizarían los siguientes objetos primarios:

Conceptos matemáticos: Derivada, integral, ecuaciones diferenciales, funciones exponenciales y logarítmicas, semejanza geométrica.

Propiedades matemáticas: Continuidad, diferenciabilidad, estabilidad de sistemas dinámicos, conservación de la energía.

Procedimientos matemáticos: Resolución de ecuaciones diferenciales, interpolación de datos experimentales, ajuste de modelos matemáticos.

Lenguaje matemático: Expresión simbólica de relaciones físico-químicas, representación gráfica de fenómenos, justificación numérica de decisiones técnicas.

Argumentos matemáticos: Fundamentación del uso de modelos teóricos en el diseño y optimización de procesos industriales, respaldando su aplicabilidad mediante principios matemáticos y criterios de validez. Además, incluyen la validación experimental de predicciones matemáticas, comparando resultados teóricos con datos empíricos para verificar la coherencia y precisión de los modelos empleados.

7.3.4. Categorías: Significados referenciales de cálculo en Ingeniería Química

La construcción del significado referencial del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros químicos ha revelado la necesidad de estructurar su enseñanza en torno a ejes fundamentales que reflejen su aplicabilidad en la disciplina. A partir del análisis de los trabajos finales, entrevistas a profesionales, documentos oficiales y literatura

académica, se identifican cuatro categorías de significados que sintetizan las formas en que el cálculo debería propiciarse en la enseñanza de la Ingeniería Química y se presentan en la Figura 6.

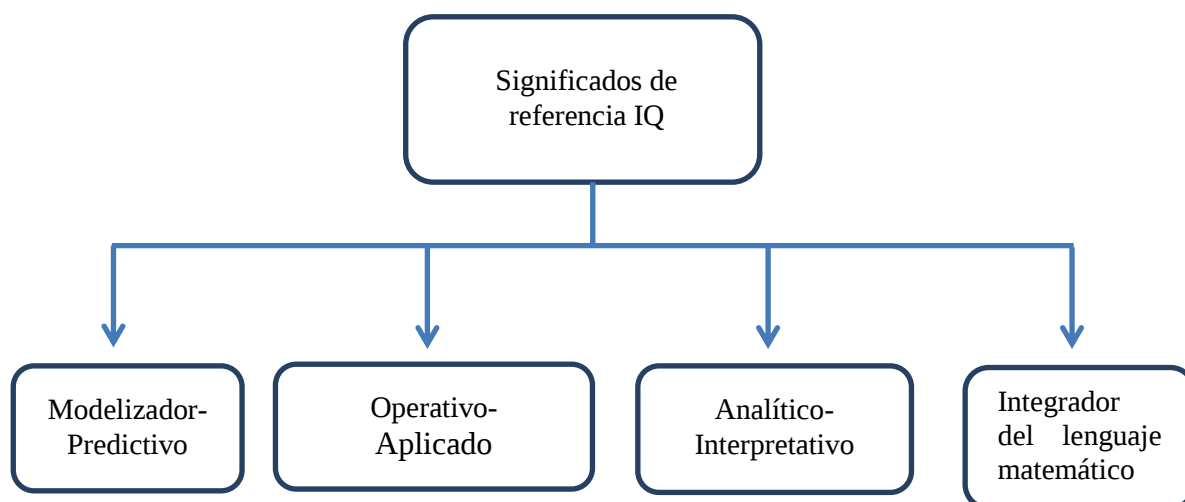


Figura 6. Categorización de significados de referencia para IQ

- Significado Modelizador-Predictivo: El cálculo como herramienta de modelización matemática para describir, predecir y analizar fenómenos físico-químicos e industriales.
- Significado Operativo-Aplicado: Uso del cálculo en la resolución de problemas ingenieriles, con interpretación técnica y toma de decisiones fundamentadas.
- Significado Analítico-Interpretativo: Comprensión conceptual del cálculo, fundamentación teórica de procedimientos y validación empírica de modelos.
- Significado Integrador del Lenguaje Matemático: Uso articulado de registros simbólicos, gráficos y verbales para construir significados matemáticos estructurados y coherentes.

Esta propuesta de construcción de significados institucionales de referencia constituye un aporte metodológico transferible a otras carreras. Permite a docentes e investigadores redefinir el currículo desde la práctica profesional concreta, estableciendo qué objetos matemáticos son pertinentes y por qué. Esta mirada pragmática y contextualizada ofrece una vía alternativa a enfoques tradicionales, al situar la enseñanza matemática en función de su valor epistémico y profesional, y no solo en función de su desarrollo lógico interno.

8. Significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados

A partir del marco de referencia elaborado en el Capítulo 7, que establece los significados institucionales del cálculo en el ámbito profesional, este capítulo desarrolla el análisis de los significados pretendidos, implementados y evaluados en la formación en Ingeniería Química en la FIO. Cada una de las siguientes secciones presenta el análisis correspondiente a una fase empírica, organizada según las dimensiones analíticas del EOS, con el propósito de identificar coherencias, tensiones o conflictos en la enseñanza del cálculo respecto al significado referencial construido.

El presente capítulo desarrolla esta etapa del estudio empírico. A tal fin, se estructura en tres secciones analíticas: en primer lugar, se aborda el significado pretendido a partir del análisis de las planificaciones y entrevistas docentes; en segundo lugar, se estudian los significados implementados en las actividades efectivamente propuestas en los trabajos prácticos; y, en tercer lugar, se analizan las prácticas de evaluación como expresión de los significados institucionales evaluados. Esta organización responde a la lógica metodológica del estudio de caso adoptado, y permite identificar las configuraciones epistémicas y tensiones semióticas emergentes en la institución universitaria. Cada sección se centrará en una fuente específica de datos y en las unidades de análisis correspondientes, manteniendo coherencia con el enfoque ontosemiótico que sustenta la investigación.

8.1 Segunda Fase: Significados pretendidos por docentes de Cálculo en la FIO

Una vez construido el significado institucional de referencia del cálculo diferencial e integral a partir de las demandas del campo profesional, el siguiente paso consiste en analizar cómo se expresa dicho saber matemático en los niveles institucionales de la formación universitaria. En esta sección se aborda el primer nivel: los significados pretendidos, entendidos como aquellos que la institución declara promover mediante sus documentos oficiales y el discurso docente.

Esta sección presenta el análisis de los significados institucionales pretendidos del cálculo diferencial e integral, a partir del estudio de las planificaciones docentes (programas) de las asignaturas Matemática I y II, así como de las entrevistas a sus docentes responsables. El foco está puesto en los objetos matemáticos y prácticas que se espera que

los estudiantes desarrollen según lo planificado, y en las configuraciones epistémicas que estas prácticas suponen.

8.1.1, Objetivos

Inquirir las prácticas y objetos matemáticos asociados que las docentes responsables de las asignaturas de Matemática I y Matemática II consideran o pretenden como objetos de enseñanza en las carreras de Ingeniería.

8.1.2. Metodología del estudio

Para caracterizar los significados pretendidos del cálculo diferencial e integral en la formación de ingenieros químicos, se analizaron las planificaciones docentes de Matemática I y II y se realizaron entrevistas semiestructuradas con las docentes responsables de estas asignaturas. Siguiendo lo establecido en el capítulo 6, el análisis cualitativo permitió identificar los objetos primarios y prácticas matemáticas mencionadas explícita o implícitamente en los documentos y entrevistas, organizándolos en términos de situaciones-problema, conceptos, propiedades, procedimientos, argumentos y lenguaje matemático. En este capítulo se presentan los resultados obtenidos y su análisis.

8.1.3. Resultados

Profesora de Matemática 1 – Cálculo Diferencial

En el análisis de la planificación de Matemática I, se encontró información relevante en apartados como: contenidos mínimos, objetivos, aporte de la asignatura a la formación básica y/o profesional, metodología de enseñanza (actividades y estrategias didácticas utilizadas para el desarrollo de las capacidades y competencias), programa analítico y bibliografía.

En relación con los contenidos mínimos vinculados al cálculo diferencial se incluyen: derivada, estudio de funciones, derivadas parciales y direccionales, diferenciabilidad y optimización de funciones en una y varias variables. Estos contenidos se desglosan en el programa analítico, que está organizado en cinco unidades temáticas: “Derivadas”, “Aplicaciones de derivadas”, “Funciones vectoriales”, “Diferenciación de funciones escalares de varias variables” y “Optimización”.

Durante la entrevista y al preguntarse sobre la selección y profundización de los contenidos, expresa que *“tiene en cuenta que es una matemática para carreras de ingeniería”* reconociendo que los estudiantes que cursen esta asignatura deben *“tener el*

fundamento necesario pero siempre pensando en que lo puedan aplicar”, por ejemplo para, “interpretar el comportamiento de una función, realizar el análisis de una gráfica, interpretar la ecuación de una asíntota, resolver problemas relacionadas con la optimización” [...] “sin perder rigurosidad, cientificismo y cierto formalismo”. Considera que no es necesario realizar cálculos muy complejos, derivadas kilométricas, ciertas gráficas con lápiz y papel o la deducción de un teorema, acciones que, según ella, provienen de la “vieja escuela” centrada en constructos propios de la matemática.

En todo momento de la charla enfatiza que la asignatura de Matemática 1 *“reconocida como herramienta”* para la ingeniería debe estar orientada hacia aplicaciones prácticas y la resolución de problemas, especialmente en el ámbito de la optimización.

En este sentido, al examinar los demás apartados de la planificación, se puede apreciar la intención de promover actividades enfocadas en la resolución de problemas, la modelización y el uso de tecnología.

Así por ejemplo al plantear los objetivos propone que los/as estudiantes logren:

modelar y resolver diferentes problemas de aplicación interpretando adecuadamente los resultados obtenidos.

Desarrollar un razonamiento lógico y formal en la resolución de problemas.

Desarrollar habilidades tecnológicas mediante el uso de softwares de cálculo simbólico o de representación gráfica, para explorar conceptos, realizar cálculos complejos de manera eficiente y visualizar resultados de manera más intuitiva.

Al identificar los aportes de la asignatura a la formación básica y/o profesional, por ejemplo, reconoce que: *el cálculo diferencial, [...], desempeña un papel fundamental en la formación de los profesionales de la ingeniería, ya que proporciona las herramientas necesarias para el análisis, modelado y resolución de problemas complejos [...] tomar decisiones fundamentadas, diseñar soluciones innovadoras y aplicar métodos cuantitativos rigurosos en su práctica profesional.*

En relación con ello, entre las propuestas didácticas, plantea la inclusión de problemas prácticos relacionados con cada bloque temático contextualizados en situaciones del mundo real, con el objetivo de *“ofrecer a los estudiantes propuestas concretas para que puedan repasar los conceptos estudiados y consolidar sus conocimientos”*.

Durante la entrevista reconoce el ideal de enseñar una matemática que permita resolver problemas abiertos de interés para la ingeniería (ante los cuáles los estudiantes deben interpretar e involucrarse en el contexto, reconocer y acotar variables, tomar decisiones fundamentadas, interpretar y usar distintos lenguajes representacionales, elegir el marco teórico que les permita resolver el problema y dar posibles soluciones desde una mirada crítica y óptima). Pero al mismo tiempo reconoce obstáculos y/o limitaciones para implementar una metodología de enseñanza acorde, por la formación previa de los estudiantes, la cantidad de contenidos a abordar y el tiempo.

Cabe destacar que aunque la docente reconoce la necesidad de una matemática contextualizada, las planificaciones y entrevistas no revelan los significados y usos concretos de estos objetos en situaciones de interés para la Ingeniería Química. En la Tabla 14 se identifican los objetos matemáticos atendiendo sólo a los significados intramatemáticos, que pretende construir con los estudiantes de Ingeniería.

Conceptos	Significado Matemático
Derivada	Desde un punto de vista geométrico, la derivada de una función en un punto específico se interpreta como la pendiente de la tangente a la curva de la función en ese punto. Desde una perspectiva física, la derivada puede entenderse como una medida de cómo una cantidad cambia en relación con otra.
Derivada direccional	Derivada en una dirección específica, utilizada para medir la tasa de cambio de una función en una dirección particular.
Vector gradiente	Vector que indica la dirección de máximo crecimiento de una función y cuya magnitud representa la tasa de cambio máxima.
Curvas y superficies de nivel	Representaciones gráficas de funciones en dos o más variables, que muestran los conjuntos de puntos donde la función tiene un valor constante.
Modelo matemático	Un modelo matemático describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones matemáticas.
Propiedades	Matemáticos
Continuidad	Una función es continua en un punto si no presenta saltos o discontinuidades; es decir, el límite de la función en ese punto es igual al valor de la función en el punto.
Diferenciabilidad	Indica que una función es diferenciable en un punto si la función tiene una derivada en ese punto. Esto implica que la función es continua en ese punto y que la pendiente de la tangente en ese punto existe y es finita.
Álgebra de derivadas	Reglas que describen cómo se combinan y manipulan derivadas, tales como derivadas de sumas, productos, cocientes, y funciones compuestas.
Concavidad y puntos de inflexión	Propiedades geométricas de las gráficas de funciones que indican la curvatura y los puntos donde cambia la concavidad.
Extremos de funciones	Puntos donde una función alcanza su valor máximo o mínimo en un intervalo.

Procedimientos	Matemáticos
Derivar funciones	Calcular derivadas de funciones, incluyendo reglas específicas como la derivación implícita y logarítmica.
Aplicar álgebra de derivadas	Aplicar reglas y operaciones algebraicas que permiten calcular derivadas de funciones.
Aplicar regla de la cadena	Hallar la derivada de una función compuesta.
Aplicar regla de L'Hopital	Calcular límites indeterminados.
Linealizar	Usar aproximaciones lineales para simplificar problemas y hallar diferenciales.
Usar método de los multiplicadores de Lagrange	Utilizar técnicas para resolver problemas de optimización con restricciones.
Hallar recta tangente	Encontrar la recta que toca una curva en un solo punto y tiene la misma pendiente que la curva en ese punto. Para determinarla, se utiliza la derivada de la función en ese punto específico.
Hallar recta normal	Encontrar la recta que es perpendicular a la recta tangente en un punto dado de la curva. La pendiente de la recta normal es la inversa negativa de la pendiente de la recta tangente.
Modelar matemáticamente	Hallar funciones que modelicen y/o expliquen el comportamiento de una situación en particular
Argumentos(objetos asociados)	Matemáticos
Concepto (derivada) – Procedimiento (recta tangente)	Teorema del Valor Medio: Establece la existencia de al menos un punto en un intervalo donde la derivada de una función es igual a la pendiente de la recta secante.
Propiedad (diferenciabilidad) – Propiedad (continuidad)	Una función que es diferenciable en un punto debe ser continua en ese punto
Concepto (derivada, límite) – Procedimiento (Aplicar álgebra de derivadas)	Argumentación lógica para el uso de reglas y teoremas en la resolución de problemas (e.g. por qué usar la regla de L'Hopital en un límite indeterminado).
Concepto (Derivada) – procedimiento (hallar recta tangente)	Argumentación que conecta los conceptos matemáticos con sus representaciones gráficas (pendiente de la recta tangente) y su aplicación en situaciones físicas o ingenieriles (velocidad instantánea).
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	A partir de datos discretos es factible analizarlos con el objetivo de encontrar una expresión matemática (modelo) que facilite la anticipación, explicación y predicción del comportamiento de ciertos fenómenos.
Lenguaje	Matemático
Verbal/simbólico/gráfico	Sistema de comunicación formal que se utiliza para expresar conceptos, ideas, y relaciones de manera precisa y sin ambigüedades. Se compone de símbolos, nociones, y estructuras que permiten describir de forma clara y exacta las ideas matemáticas y las operaciones sobre los objetos matemáticos.

Tabla 14. Configuración Epistémica según pretendido por docente de Matemática 1

En el marco del análisis de la planificación docente de Matemática I, centradas en el cálculo diferencial, se revela una complejidad que va más allá de la mera aplicación de técnicas matemáticas. La derivada, como concepto fundamental, no solo se define como la tasa de cambio instantánea de una función respecto a una variable independiente, sino que también implica una comprensión profunda de su significado geométrico y físico. Esta

perspectiva integral permitiría que los estudiantes no solo calculen derivadas, sino que también interpreten su impacto en diversas aplicaciones prácticas, desde la modelización de fenómenos físicos hasta la optimización de funciones.

Las propiedades de continuidad y diferenciabilidad son fundamentales en este contexto. Continuidad asegura la ausencia de saltos en la función, mientras que diferenciabilidad implica una estructura de suavidad que permite definir la pendiente de la tangente. Estos conceptos se entrelazan con procedimientos específicos, como la aplicación de álgebra de derivadas y la derivación de funciones compuestas, que son esenciales para abordar problemas matemáticos y físicos.

El estudio de gráficos de funciones, la identificación de extremos, y el análisis de concavidad y puntos de inflexión se convierten en herramientas clave para interpretar y resolver problemas. Estos procedimientos matemáticos no solo son ejercicios técnicos, sino que también facilitarían una comprensión más profunda de la función y su comportamiento.

A través del uso de modelos matemáticos y la aplicación de técnicas como el método de los multiplicadores de Lagrange, los estudiantes desarrollarían habilidades para enfrentar problemas complejos de optimización con restricciones.

En cuanto a los argumentos, la conexión entre los conceptos matemáticos y los procedimientos utilizados es crucial. Por ejemplo, el Teorema del Valor Medio y la Regla de L'Hopital proporcionan fundamentos teóricos para la aplicación de derivadas y la resolución de problemas de límites. La relación entre la derivada y la pendiente de la recta tangente demuestra cómo los conceptos teóricos se aplican en situaciones reales, como en la determinación de la velocidad instantánea en fenómenos físicos. Además, la modelización matemática a partir de datos experimentales y el ajuste de funciones destacan la importancia de construir argumentos sólidos que conecten teoría y práctica.

El lenguaje utilizado en este contexto es esencial para la comunicación precisa de ideas matemáticas. La notación matemática y el lenguaje simbólico permiten expresar derivadas, límites y optimización de manera clara y concisa. A su vez, el lenguaje gráfico facilita la interpretación de funciones a través de representaciones visuales, lo que ayudaría a los estudiantes a comprender y analizar el comportamiento de las funciones y sus derivadas.

En concordancia con esto, en la propuesta de evaluación (que se rige por un sistema de cursada de suma de puntos con posibilidades de promoción) se utilizan como instrumentos exámenes con un enfoque teórico – práctico en el que además de resolver ejercicios deben justificar sus decisiones y procedimientos, con el marco teórico pertinente. Además, a modo autoevaluación y con el fin de obtener información evaluativa procesual se incorporan las APO (actividades de promoción obligatoria) que consiste en actividades domiciliarias de múltiples opciones con un enfoque intramatemático.

Finalmente, respecto de la bibliografía básica propuesta se observa que la misma está conformada por 7 libros de cálculo escritos por matemáticos. No obstante, durante la entrevista explica que selecciona aquellos donde se visualiza un abordaje donde se evidencia el pragmatismo que, ella entiende, tiene el contenido matemático en carreras de ingeniería.

El relevamiento realizado no solo refleja la estructura de la planificación docente, sino que también subraya la importancia de conectar conceptos teóricos con aplicaciones prácticas, fortaleciendo la comprensión de los estudiantes y su capacidad para aplicar el cálculo diferencial en contextos variados. La integración de argumentos teóricos y el uso adecuado del lenguaje matemático y gráfico son clave para una enseñanza efectiva y una comprensión profunda de los temas tratados.

Profesora de Matemática 2 – Cálculo Integral

Al analizar la planificación se halló información relevante para este trabajo en los apartados: contenidos mínimos, objetivos, aporte de la asignatura a la formación básica y/o profesional, metodología de enseñanza (actividades y estrategias didácticas utilizadas para el desarrollo de las capacidades y competencias), estrategia de evaluación de los alumnos, programa analítico y bibliografía.

Entre los contenidos mínimos seleccionados con relación al cálculo integral, se encuentran: integrales de una función de variable real, integrales múltiples, integrales curvilíneas, integrales de superficie y ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Asociados a ellos, en el programa analítico se desagregan los contenidos que aparecen en el Anexo 3 organizado en seis unidades temáticas.

Cuando en la entrevista se la preguntó sobre el grado de profundización de los contenidos seleccionados, enfatiza la importancia de adaptarlos a las necesidades específicas de los estudiantes de ingeniería. En este contexto, destaca que el grado de

profundización se orienta hacia la aplicación de herramientas matemáticas en el ciclo superior, más que a profundizar en aspectos teóricos, como las demostraciones de teoremas, pero siempre buscando una *“comprensión profunda de los fundamentos detrás de los cálculos”*. Así expresa que *“el grado de profundización lo damos en el marco de una facultad de ingeniería donde lo que nos importa es la aplicación de estas herramientas matemáticas después en el ciclo superior”*

En tal sentido, durante la entrevista, pone especial énfasis en términos como “trabajo” “circulación,” “flujo”; “centro de masa”, reconociéndolos como conceptos cruciales para el aprendizaje de la Física (asignatura de cursada paralela) como así también de asignaturas específicas del ciclo superior de las distintas carreras de ingeniería.

Al analizar el resto de los apartados de la planificación, se observa la intención de favorecer el desarrollo de habilidades vinculadas con la resolución de problemas intra y extramatemáticos cómo interpretar consignas; seleccionar marcos teóricos adecuados; modelar, inducir y deducir, analizar y sintetizar, generalizar y abstraer, intuir, crear, razonar de manera lógica y abstracta, trabajo en equipo y la comunicación escrita.

Así por ejemplo, al plantear los objetivos propone, que el estudiante:

Desarrolle la capacidad de analizar, razonar y comunicar eficazmente la resolución de problemas matemáticos en una variedad de dominios propios del plano y el espacio, en situaciones intra y extra matemáticas para favorecer el aprendizaje.

Comience a desarrollar la capacidad de trabajo autónomo y de comunicación oral para afianzar e integrar los conocimientos matemáticos como aporte a la capacidad de abstracción y razonamiento adecuado para el futuro ingeniero.

Al participar de la entrevista, refuerza la intención y posibilidad de comenzar a favorecer en la asignatura el desarrollo de competencias blandas, asociadas al trabajo autónomo y a la comunicación efectiva, como así también el desarrollo de habilidades propias a la resolución de problemas intramatemáticos. Resalta la importancia de, en el tiempo asignado a la asignatura, asegurar el abordaje de los contenidos mínimos seleccionados, considerándolos la base necesaria para cursar las siguientes asignaturas del ciclo básico y poder aplicarlos para resolver problemas que se presenten en el ciclo superior.

Al reconocer las contribuciones que aporta la asignatura a la formación básica y/o profesional, en la planificación expresa que *“la Matemática ayuda a pensar, a inducir y*

deducir, a analizar y sintetizar, a generalizar y abstraer, y a realizar otras operaciones mentales que contribuyen al desarrollo de la inteligencia; al mismo tiempo, promueve la intuición, es imaginativa y encierra una gran potencialidad creadora.”

Durante la entrevista reconoce también que, si bien en ciclo básico sería muy dificultoso proponer la resolución de problemas de interés a la ingeniería en general y a cada especialidad que se dicta en la FIO en particular, sí se puede intentar que los estudiantes desarrollen *“una manera de pensar, de deducir, de encarar un problemas porque a través de la resolución de problemas puede empezar a pensar cómo resolver uno que se le presentaría a un ingeniero”*, Reconoce este aspecto como una contribución más de la asignatura al futuro perfil profesional.

Al igual que en el caso anterior, se observa aquí que la docente reconoce la necesidad de una matemática contextualizada pero las planificaciones y entrevistas no revelan los significados y usos concretos de estos objetos en situaciones de interés para la Ingeniería Química. Por ello, en la Tabla 15 se identifican los objetos matemáticos atendiendo sólo a los significados intramatemáticos, que pretende construir con los estudiantes de Ingeniería.

Conceptos	Significado Matemático
Integral definida	La integral definida de una función entre dos puntos a y b representa el área bajo la curva de la función $f(x)$ entre estos dos puntos. Se define formalmente como el límite de la suma de Riemann cuando el número de subintervalos tiende al infinito.
Integral indefinida	La integral indefinida de una función $f(x)$ es la antiderivada de $f(x)$, representando la familia de todas las funciones cuya derivada es $f(x)$.
Teorema Fundamental del Cálculo Integral	Establece que la integral definida de una función se puede calcular utilizando su antiderivada. El primer teorema afirma que si una función es continua en $[a,b]$, entonces su integral definida puede ser evaluada mediante una antiderivada. El segundo teorema establece que la derivada de la integral de una función es la función misma.
Integral curvilínea	Es una integral que se evalúa a lo largo de una curva en el espacio. Puede ser una integral de una función escalar (que da el “trabajo” realizado a lo largo de la curva) o de un campo vectorial (que mide el flujo a lo largo de la curva).
Integral de superficie	Se refiere a la integración de una función sobre una superficie en el espacio tridimensional. Mide el acumulado de una cantidad a través de una superficie dada.
Ecuación diferencial ordinaria	Son ecuaciones que relacionan una función y sus derivadas.
Modelo matemático	Describe matemáticamente un sistema, fenómeno o proceso del mundo real utilizando ecuaciones, funciones u otras expresiones

	matemáticas.
Propiedades	Matemáticos
Propiedades de la Integral	Incluyen la linealidad (la integral de una suma es la suma de las integrales) y la aditividad sobre intervalos (la integral sobre un intervalo puede descomponerse en integrales sobre subintervalos)
Propiedades de las integrales múltiples	Incluyen la capacidad de cambiar el orden de integración (para integrales dobles) y la relación con coordenadas específicas para simplificar el cálculo.
Teorema del Valor Medio para Integrales	Existe al menos un punto en un intervalo donde la integral de una función es igual al valor promedio de la función sobre ese intervalo.
Teoremas de Stokes y Gauss	Relacionan integrales sobre superficies o volúmenes con integrales de línea o de superficie en el espacio tridimensional.
Procedimientos	Matemáticos
Calcular Integrales Definidas e Indefinidas	Utilizar métodos de resolución como sustitución, partes, fracciones simples y utilización de tablas.
Calcular Integrales Múltiples	Utilizar coordenadas especiales (cilíndricas y esféricas) y el cambio de variables para resolver integrales en dimensiones superiores y simplificar el cálculo.
Calcular la Longitud de un Arco de una curva	Utilizar fórmulas que contienen integrales y derivadas.
Aplicar Integrales de Línea	Evaluar integrales de funciones escalares o vectoriales a lo largo de una curva en el espacio para calcular cantidades como trabajo o flujo.
Resolver Ecuaciones Diferenciales	Aplicar métodos para encontrar funciones que satisfacen relaciones dadas entre derivadas. Incluye técnicas para resolver ecuaciones de primer orden y problemas de valor inicial.
Modelar matemáticamente	Resolver problemas intra y extra matemáticos que requieran modelizar.
Argumentos (objetos asociados)	Matemáticos
Concepto (Integral Definida) – Procedimiento (Calcular Área)	La integral definida proporciona una manera precisa de calcular áreas bajo curvas, mediante la acumulación de infinitesimales de área. Esto se justifica mediante la interpretación de la integral como el límite de la suma de áreas de rectángulos.
Concepto (Teorema Fundamental del Cálculo) – Procedimiento (Aplicar Definición)	El teorema fundamental vincula la operación de derivación y la de integración, justificando la evaluación de integrales definidas mediante antiderivadas.
Concepto (Integral Múltiple) – Procedimiento (Cálculo en Diferentes Coordenadas)	La integral múltiple permite generalizar el cálculo de áreas y volúmenes en dimensiones superiores. Usar coordenadas específicas facilita la resolución de integrales en regiones complejas.
Concepto (Teorema de Stokes y Gauss) – Procedimiento (Aplicar Teoremas en Superficies)	Estos teoremas proporcionan una relación entre integrales sobre diferentes dominios, simplificando cálculos complejos y permitiendo una interpretación más profunda de campos y superficies en el espacio tridimensional.

Concepto (Ecuaciones Diferenciales) – Procedimiento (Resolver Problemas de Valor Inicial)	Las ecuaciones diferenciales modelan fenómenos dinámicos y la resolución de problemas de valor inicial permite encontrar soluciones específicas que describen el comportamiento de sistemas en función del tiempo o de otras variables.
Concepto (modelo) – procedimiento (modelar)	La modelización matemática utiliza integrales y ecuaciones diferenciales para describir y predecir el comportamiento de fenómenos físicos
Lenguaje	Matemático
Verbal/simbólico/gráfico	Sistema de comunicación formal que se utiliza para expresar conceptos, ideas, y relaciones de manera precisa y sin ambigüedades. Se compone de símbolos, nociones, y estructuras que permiten describir de forma clara y exacta las ideas matemáticas y las operaciones sobre los objetos matemáticos.

Tabla 15. Configuración Epistémica según pretendido por docente de Matemática 2

El análisis de los objetos primarios matemáticos en la planificación de Matemática II revela la complejidad y riqueza de los significados involucrados en la enseñanza del Cálculo Integral en varias variables. Cada concepto, desde la integral definida hasta las ecuaciones diferenciales, se vincula estrechamente con los procedimientos que los estudiantes deberían dominar para resolver problemas ingenieriles, donde las integrales permiten modelar y analizar fenómenos físicos y técnicos de manera precisa.

Las propiedades matemáticas, como la linealidad de las integrales y los teoremas fundamentales, facilitarían la comprensión de estos conceptos y proporcionarían herramientas esenciales para simplificar y abordar problemas más complejos. Los procedimientos, por su parte, no solo se enfocan en la resolución técnica de las integrales, sino que también promoverían el desarrollo de habilidades de razonamiento lógico y analítico, necesarias para la formulación y solución de problemas reales.

El lenguaje matemático, simbólico y gráfico, se destaca como un medio fundamental para comunicar ideas, estructurar el pensamiento y representar situaciones del mundo real. Este lenguaje se complementa con los argumentos que justifican y contextualizan el uso de cada concepto y procedimiento, lo que reforzaría la conexión entre teoría y práctica.

En conjunto, estos objetos primarios configuran un marco de referencia que no solo facilitaría el aprendizaje del cálculo en varias variables, sino que también permitiría a los estudiantes de ingeniería aplicar estos conocimientos en contextos técnicos y profesionales. Este enfoque integral favorecería que los significados atribuidos al Cálculo Integral no

queden reducidos a meros procedimientos mecánicos, sino que se entiendan como herramientas poderosas para la modelización y resolución de problemas en la ingeniería.

En concordancia con ello, la docente plantea como eje central de la evaluación de aprendizaje la resolución de problemas y como criterios, además de los específicos relacionados con aprendizajes conceptuales, otros relacionados con que el estudiante logre:

- *Desarrollar las competencias adecuadas para la resolución de problemas y para la selección de estrategias adecuadas a ese fin, como así también para validar las soluciones obtenidas.*
- *Utilizar lenguaje oral y escrito, pertinente para comunicar.*
- *Interpretar consignas.*

Finalmente, respecto de la bibliografía, en su planificación propone 24 libros de cálculo escritos por matemáticos. En la entrevista aclara que los elige pensando en que sea fácil lectura para los estudiantes.

8.1.4. Análisis de resultados

El análisis de las planificaciones y entrevistas de las docentes de Matemática I y Matemática II revela tanto diferencias como similitudes en la manera en que se abordan el cálculo diferencial y el cálculo integral en las carreras de ingeniería. Ambas docentes presentan un enfoque estructurado y riguroso, con un énfasis claro en la comprensión y aplicación de conceptos fundamentales y su aplicación en la resolución de problemas.

En Matemática I, la planificación se centra en la introducción de conceptos básicos del cálculo diferencial, con un enfoque en el desarrollo de habilidades técnicas y resolución de problemas reales, abiertos y de interés para la ingeniería. No obstante, reconoce la dificultad de una aplicación contextualizada debido a limitaciones de tiempo y la necesidad de cubrir un amplio rango de contenidos. En contraste, Matemática II muestra una planificación con un enfoque más teórico, poniendo énfasis en la integralidad de los conocimientos. La docente busca fomentar una comprensión más profunda de los conceptos integrales a través de problemas que requieren un análisis detallado y la aplicación de múltiples procedimientos matemáticos. Como dificultad reconoce la adaptación de los contenidos a las diversas capacidades de los estudiantes.

Finalmente, se desea destacar que, ambas docentes, y más allá de las dificultades mencionadas, reconocen la necesidad, además de enseñar contenidos conceptuales, de realizar un aporte al desarrollo de competencias profesionales relacionadas con la resolución de problemas, desde las ciencias básicas. No obstante, se observa una disociación significativa entre el discurso docente, centrado en la importancia de contextualizar los contenidos y abordar problemáticas reales de la ingeniería, y la planificación escrita, que en ambos casos muestra una organización más centrada en la lógica interna del contenido matemático. Esta tensión puede interpretarse como un conflicto entre el discurso institucional esperado y las condiciones reales de implementación, que muchas veces limitan la posibilidad de incorporar situaciones contextualizadas y prácticas profesionales auténticas.

8.2. Tercera Fase: Significados implementados por docentes de Cálculo en la FIO

Aquí se aborda el análisis de los significados implementados, es decir, aquellos que se ponen efectivamente en juego en el aula durante el desarrollo de las asignaturas. Se consideran como fuentes las tareas propuestas en trabajos prácticos, así como las orientaciones docentes recogidas en entrevistas. El objetivo es reconocer qué saberes se promueven en la práctica, cómo se articulan con los planificados y qué configuraciones epistémicas se hacen operativas en la enseñanza.

8.2.1. Objetivos

Inferir las prácticas y los objetos matemáticos asociados que se implementan en las asignaturas de Matemática I y Matemática II, enfocadas en el cálculo diferencial e integral, en la carrera de Ingeniería Química de la Facultad de Ingeniería de Olavarría.

8.2.2. Cuestiones metodológicas

Para inferir los significados implementados en la enseñanza del cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química, se tomaron como fuente principal los Trabajos Prácticos (TP) de Matemática I y II del segundo cuatrimestre de 2023. Estos documentos fueron seleccionados por las docentes responsables de las asignaturas, en tanto los consideran representativos de su concepción sobre la enseñanza de la matemática en ingeniería. Como se detalló en el capítulo 6, el análisis se realizó a partir de una lectura minuciosa de cada

consigna, identificando las prácticas matemáticas movilizadas y clasificando los objetos primarios según el EOS. En este capítulo se presentan los resultados obtenidos y su análisis

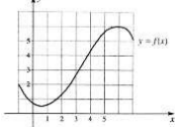
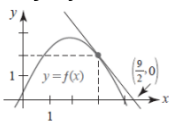
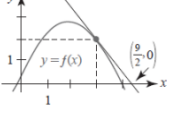
8.2.3. Resultados

TP1: Calculo diferencial (Anexo 4)

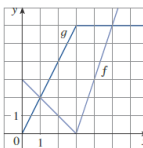
La docente responsable de la asignatura en la cual se aborda el Cálculo diferencial, seleccionó el TP correspondiente a “Derivada de una función en una variable”. El mismo consta de 26 consignas que involucran situaciones en contextos intra matemáticas (20) y extra matemáticas (6). Estas implican interpretar la derivada de una función a partir de la gráfica de su primitiva (consigna 1,2,7 y 8); calcular derivadas por definición (consigna 3); calcular derivadas a través de propiedades y reglas de derivación involucrando lenguajes simbólico y gráfico (consignas 4 a 7 y 11 a 14); calcular la rapidez media e instantánea conociendo la función posición respecto al tiempo en su lenguaje simbólico (consigna 9, 10 y de la 22 a la 26); hallar la derivada de una función inversa (consignas 12 y 13); interpretar y determinar ecuaciones normales y tangentes a una curva (consignas 15 a 21). Las últimas cinco consignas abordan problemas de razón de cambio en contextos aplicados fuera del ámbito puramente matemático. Estos problemas incluyen situaciones como el movimiento de una partícula a lo largo de una curva, la velocidad a la que aumenta el radio de un plato dentro de un horno, la tasa de incremento del volumen de granos en un silo, la velocidad a la que se llena un tanque, y la rapidez con la que desciende el nivel de agua en un depósito.

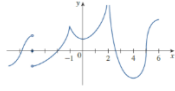
En Tabla 16 se muestran los objetos primarios involucrados en el TP.

E n u n c i a d o	Situación problema	Conceptos	Proposiciones/propiedades	Procedimientos	Lenguaje	Argumentos

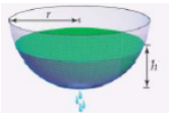
1	Dada la gráfica de la función $y = f(x)$, indicar el signo de: $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(5)$, $f'(6)$	Derivada: Interpretada como la pendiente de la tangente a la curva en un punto.	Pendiente de la tangente: La derivada de una función en un punto específico proporciona la pendiente de la recta tangente a la curva de la función en ese punto. Crecimiento y decrecimiento: La función crece si la derivada es positiva y decrece si la derivada es negativa.	Interpretar la gráfica visualmente: Identificar visualmente el comportamiento de la función en los puntos dados. Determinar el signo de la derivada: Analizar si la función está creciendo o decreciendo en esos puntos para determinar el signo de la derivada.	Simbólico: $f'(0), f'(2), f'(5), f'(6)$ Verbal: “La derivada es positiva/negativa/cero en el punto x”. Gráfico: 	Conceptos (derivada) y Proposición (pendiente de la tangente): La interpretación gráfica se basa en el concepto de la derivada como la pendiente de la recta tangente. Procedimientos (Determinar el signo de la derivada) y Lenguaje (Gráfica): la lectura gráfica permite identificar y justificar el signo de la derivada en puntos específicos.
2	Encontrar una ecuación de la recta tangente mostrada en la figura. ¿Cuál es el valor de $f'(3)$? ¿Cuál es el punto de intersección de la recta tangente con el eje y? 	Derivada: Interpretada como la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto. Recta tangente: Recta que toca la curva en un solo punto y tiene la misma pendiente que la curva en ese punto. Intersección con el eje y: El punto donde la recta tangente corta	Pendiente de la tangente: La derivada en $x=3$ es igual a la pendiente de la recta tangente en ese punto. Ecuación de la recta: Se puede escribir de la forma $y - y_1 = m(x - x_1)$, donde $m = f'(3)$ es la pendiente de la tangente, y $(x_1, y_1) = (3, f(3))$ es el punto de tangencia.	Determinar la pendiente $f'(3)$: Usar la gráfica para identificar la pendiente de la recta tangente en el punto dado. Encontrar la ecuación de la recta tangente: Utilizar la fórmula punto-pendiente con el punto de tangencia y la pendiente calculada. Calcular el intercepto	Simbólico: $f'(3)$, ecuación de la recta $y = mx + b$. Verbal: “Pendiente”, “recta tangente”, “intersección con el eje y”. Gráfico: 	Conceptos (derivada, recta tangente) y Procedimientos (Encontrar la ecuación de la recta tangente): La derivada es utilizada para encontrar la pendiente de la tangente, y la ecuación de la recta tangente se formula usando esta pendiente.

		el eje de ordenadas, que corresponde al valor de y cuando $x=0$.		con el eje y: Sustituir $x=0$ en la ecuación de la recta tangente para encontrar el valor de y.		
3	Para cada afirmación, indicar cuál de la/s expresión/es resulta más conveniente utilizar para realizar el cálculo correspondiente.	Derivada por definición: Definición fundamental de la derivada que utiliza el límite de la razón de los incrementos. Límite: Concepto central utilizado para definir la derivada y analizar el comportamiento de funciones a medida que las variables se acercan a un cierto valor.	Continuidad: Necesaria para aplicar la definición de la derivada en un punto y para asegurar que los límites utilizados en las definiciones existen. Diferenciabilidad: Relación entre la existencia del límite que define la derivada y la diferenciabilidad de la función en el punto considerado. Propiedades algebraicas y de límites como por ejemplo la propiedad distributiva, conmutativa, de suma de límites y del producto de una constante por el límite.	Calcular el límite del cociente diferencial: Determinar los límites dados para encontrar la derivada en puntos específicos mediante la definición. Simplificación de expresiones algebraicas: Manipular expresiones algebraicas para facilitar el cálculo del límite.	Simbólico: $f'(x), \lim_{h \rightarrow 0}, \lim_{x \rightarrow c}$ Verbal: “Derivada por definición”, “límite”, “cociente incremental”.	Conceptos (derivada) y Procedimientos (calcular el límite del cociente diferencial): La definición de derivada se relaciona directamente con el cálculo de límites, y la manipulación algebraica ayuda a simplificar la expresión para encontrar la derivada.
4, 5, 6	Hallar derivadas de funciones dadas de manera	Derivada de una función: tasa de cambio de la función en un	Linealidad de la derivada: La derivada de una suma es	Aplicar reglas de derivación: Utilizar reglas de derivación	Simbólico: - Notación de derivadas:	Conceptos (derivada) y Procedimientos (aplicar reglas de

, 7 , 1 1 , 1 2 , 1 3 , 1 4	simbólica y gráfica utilizando reglas de derivación.	punto específico. Derivada: Interpretada como la pendiente de la recta tangente a la curva en un punto. Reglas de derivación: Conjunto de reglas para calcular la derivada de funciones estándar (suma, producto, cociente, función compuesta, exponencial, logarítmica, trigonométrica, etc.).	la suma de las derivadas. Regla del producto: La derivada de un producto de dos funciones se calcula usando $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ Regla del cociente: La derivada de un cociente de funciones se encuentra con $(f(x)/g(x))' = (f'(x)g(x) - f(x)g'(x))/(g(x))^2$ Regla de la cadena: Fundamental para derivar funciones compuestas, dado por $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$ Regla para la función inversa: Si $y=f(x)$ es una función diferenciable y su inversa es $x = f^{-1}(y)$, entonces la derivada de la inversa se obtiene mediante la fórmula: $\frac{d(f^{-1}(y))}{dy} = \frac{1}{f'(x)}$	estándar para funciones polinómicas, exponenciales, logarítmicas, hiperbólicas y trigonométricas. Diferenciar término a término: Descomponer la función en términos individuales y aplicar las reglas de derivación correspondientes. Interpretar la gráfica visualmente: Identificar visualmente el comportamiento de la función en los puntos dados.	$(f'(x), \frac{d}{dx})$ -Notación de funciones $(x^n, \cosh(x), \ln(x), \operatorname{cosec}(x),$ -Reglas de derivación: $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ $(f(x)/g(x))' = (f'(x)g(x) - f(x)g'(x))/(g(x))^2$ Verbal: “Usar las reglas de derivación”, “calcular la derivada de una función”. Gráfico: 	derivación): La derivada se utiliza para encontrar la tasa de cambio en un punto específico. Se deben aplicar las reglas de derivación para obtener estas tasas de cambio. Concepto (reglas de derivación) y Propiedades (linealidad, producto, cociente, cadena): Las reglas de derivación se basan en propiedades matemáticas que permiten descomponer y calcular derivadas de funciones complejas. Cada regla tiene una base teórica que justifica su aplicación. Conceptos (reglas de derivación) y Procedimientos (aplicar reglas de derivación): Las reglas de derivación permiten calcular las derivadas de funciones, como polinómicas, exponenciales
--	---	--	---	---	--	---

						, logarítmicas, etc. Esto se basa en propiedades matemáticas específicas de cada tipo de función.
8	A partir de la gráfica de f dada, indique los números en los que f no es derivable. Justifique en cada caso. 	Derivabilidad de una función: Se refiere a la existencia de la derivada en un punto, lo cual depende de la continuidad y el comportamiento local de la función en ese punto. Puntos de no derivabilidad: Puntos donde la función no tiene una derivada definida. Esto puede ocurrir debido a discontinuidades, esquinas (puntos angulosos), cúspides, o tangentes verticales.	Continuidad y derivabilidad: Una función debe ser continua en un punto para que sea derivable allí, pero la continuidad no garantiza la derivabilidad (por ejemplo, esquinas o cúspides).	Identificar puntos de no derivabilidad: Examinar la gráfica de la función f para identificar discontinuidades, esquinas, cúspides, o tangentes verticales. Justificar la no derivabilidad: Proporcionar una explicación basada en las propiedades de la derivabilidad en cada punto identificado.	Simbólico: Uso de $f(x)$ para referirse a la función Verbal: "no derivable en $x=a$" Gráfico: 	Conceptos (derivabilidad de una función) y Propiedades (continuidad y derivabilidad): La identificación de puntos de no derivabilidad se basa en el concepto de continuidad y el comportamiento de la función en esos puntos. Lenguaje Gráfico y Verbal: La gráfica ayuda a visualizar los problemas, y el lenguaje verbal proporciona justificaciones basadas en las propiedades de la derivabilidad.
9 , 1 0	Dada la función posición determinar la velocidad media e instantánea.	Derivada como razón de cambio: representa el cambio instantáneo de una función con respecto a	Derivada de la Función de Posición: Representa la velocidad instantánea.	Calcular la Velocidad Media: hallar el cociente incremental de la distancia respecto al tiempo.	Simbólico: Uso de $x'(t)$ o dx/dt para representar la velocidad instantánea. Verbal: Términos	Conceptos (derivada), proposición (derivada de la función posición) y procedimientos (calcular

		una de sus variables.		Calcular la Velocidad Instantánea: Encontrar la derivada de la función $x(t)$ con respecto a t y evaluarla en un valor de t específico.	como “velocidad media” y “velocidad instantánea” para describir diferentes tipos de tasas de cambio.	la velocidad instantánea): La derivada de la función de posición proporciona la velocidad instantánea.
1 5 , 1 6 , 1 7 , 1 8 , 1 9 , 2 0 , 2 1	Hallar rectas tangentes y normales a una curva	Recta Tangente: Es la recta que toca la curva en un punto y tiene la misma pendiente que la curva en ese punto. Pendiente de la Tangente: Derivada de la función en el punto dado. Recta Normal: Es la recta perpendicular a la recta tangente en el mismo punto de contacto. Rectas Perpendiculares: Las pendientes de las rectas deben ser recíprocos negativos.	Condición de Tangencia: La función debe intersectar la recta tangente en el punto específico, y la pendiente de la función en ese punto debe ser cero. Condición de Perpendicularidad: El producto de las pendientes debe ser -1.	Hallar la Ecuación de la Tangente: Determinar la derivada de $f(x)$, evaluarla en $x=x_0$, y usar la fórmula de la ecuación de la recta. Hallar la Ecuación de la Normal: Utilizar la pendiente de la tangente para encontrar la pendiente de la normal y luego la ecuación de la normal. Calcular parámetros: Resolver el sistema de ecuaciones que resulta de igualar la función dada a la recta tangente y asegurarse de que la derivada de la función sea cero en ese punto.	Simbólico: Uso de $f'(x)$ para representar la pendiente de la tangente. Verbal: Uso de términos como “ecuación de la recta tangente”, “ecuación de la recta normal”, “pendiente”, “perpendicularidad”	Concepto (recta tangente, pendiente de la recta tangente) y Procedimiento (hallar la ecuación de la tangente): La recta tangente es la que toca la curva en un punto específico y tiene la misma pendiente que la curva en ese punto, la cual se obtiene derivando la función. Conceptos (recta normal), Propiedades (Condición de perpendicularidad), procedimiento (Hallar la Ecuación de la Normal): Para que dos rectas sean perpendiculares, el producto de sus

						pendientes debe ser -1. Esto se usa para determinar la pendiente de la normal a partir de la pendiente de la tangente.
2 2 , 2 3 , 2 4 , 2 5 , 2 6	Problemas extramatemáticos de razones de cambio	Derivada como razón de cambio: representa el cambio instantáneo de una función con respecto a una de sus variables. Modelo matemático: formulación en términos de ecuaciones, funciones, matrices, algoritmos, u otras estructuras matemáticas, que representa una situación real o hipotética.	Relaciones Implícitas: La relación entre las variables se expresa en ecuaciones que implican derivación implícita o explícita.	Calcular razones de cambio: Derivar las ecuaciones relacionadas con el volumen, área, o altura respecto al tiempo, utilizando las tasas de cambio conocidas (por ejemplo, la tasa de entrada de agua o la tasa de cambio del radio). Sustituir datos: Sustituir las tasas de cambio dadas y las condiciones específicas (como el radio o la altura en un instante dado) para obtener las tasas de cambio deseadas. Interpretar resultados: Analizar los resultados para interpretar si	Simbólico: Uso de dx/dt y dy/dt, dV/dt, dA/dt, dh/dt, dr/dt para representar las tasas de cambio. Verbal: Uso de términos como “tasa de cambio” y “velocidad de cambio”. Gráfico: 	Conceptos (derivada, modelo) y Procedimiento (calcular razones de cambio): Las derivadas se aplican para calcular tasas de cambio en problemas aplicados.

				la variable está aumentando o disminuyendo y con qué rapidez.		
--	--	--	--	--	--	--

Tabla 16. Configuración epistémica. Significados implementados – Calculo Diferencial

Prácticas Matemáticas Puestas en Juego

El análisis realizado deja en evidencia que la propuesta de enseñanza involucra una variedad de prácticas matemáticas, como las que se describen a continuación.

Interpretación gráfica:

- Interpretar la gráfica de la función $y=f(x)$ para inferir el comportamiento local de la función en puntos específicos.
- Analizar gráficas para identificar características que indican puntos de no derivabilidad.
- Interpretar la gráfica para determinar la pendiente de la recta tangente (derivada) en puntos específicos.

Análisis de la derivada:

- Utilizar el concepto de derivada para determinar el signo de $f'(x)$ en puntos específicos.
- Aplicar la definición formal de la derivada para calcular derivadas en puntos específicos.
- Emplear reglas básicas y avanzadas de derivación para calcular derivadas de diferentes tipos de funciones.
- Uso de derivadas para calcular tasas de cambio en problemas que involucran situaciones extramatemáticas.

Generalización de patrones:

- Establecer reglas generales sobre el comportamiento de la función en relación con el signo de la derivada en diferentes intervalos.
- Asociar características gráficas con las propiedades matemáticas que determinan la derivabilidad.

Formulación de ecuaciones:

- Utilizar el punto de tangencia y la pendiente para formular la ecuación de la recta tangente.
- Uso de conceptos de geometría analítica para determinar la ecuación de la recta normal.
- Uso de razones de cambio para describir situaciones extra matemáticas.

Cálculo de intersecciones:

- Determinar el punto de intersección con el eje y al resolver la ecuación de la recta tangente.

Identificación de expresiones correctas para límites:

- Analizar diferentes formas de la definición de la derivada y seleccionar la más adecuada para un cálculo específico.

Manipulación algebraica y simbólica:

- Usar técnicas algebraicas para simplificar expresiones de límites y facilitar el cálculo de derivadas.
- Desarrollar habilidades en la manipulación de expresiones algebraicas para facilitar el cálculo de derivadas utilizando las reglas estándar.

Justificación basada en propiedades de la derivada:

- Proveer explicaciones utilizando el concepto de derivada y su relación con la continuidad y el comportamiento de la función en puntos específicos.

Aplicación de condiciones de tangencia:

- Uso de derivadas para encontrar la pendiente de la recta tangente.
- Aplicación de condiciones de tangencia para encontrar valores específicos.

Cálculo y sustitución:

- Evaluación de funciones y derivadas en puntos específicos para obtener resultados numéricos y su interpretación.

Resolución de sistemas de ecuaciones:

- Determinar parámetros de funciones mediante la resolución de sistemas de ecuaciones.

Las prácticas identificadas reflejan un enfoque integral, donde el cálculo diferencial se aborda no sólo como un conjunto de técnicas algebraicas, sino también como una herramienta para interpretar y resolver problemas contextuales. De dichas prácticas se definen los objetos matemáticos que se detallan a continuación.

Objetos Matemáticos Identificados

Conceptos: Los conceptos claves, como la derivada y la recta tangente, son centrales en los enunciados analizados. Estos conceptos se presentan en diversas formas, desde la interpretación gráfica hasta el cálculo simbólico, y son fundamentales para la comprensión de las tasas de cambio y el comportamiento local de las funciones. Además se evidencia la necesidad de usar modelos teóricos para la resolución de las actividades planteadas.

Propiedades: Las propiedades matemáticas relacionadas con la derivada, como la linealidad, las reglas del producto y del cociente, así como la diferenciabilidad, son esenciales para resolver los problemas planteados. Estas propiedades permiten aplicar reglas estandarizadas para calcular derivadas y justificar resultados.

Procedimientos: Los procedimientos implican la aplicación de reglas de derivación, la identificación de puntos de no derivabilidad y la formulación de ecuaciones de rectas tangentes y normales y de modelos que involucran razones de cambio.

Lenguaje: El lenguaje matemático desempeña un papel crucial en la comunicación y comprensión de los conceptos. Este lenguaje se manifiesta en tres formas:

Lenguaje Simbólico: se utilizan notaciones precisas, como $f'(x)$ para la derivada, dy/dx para las tasas de cambio, y fórmulas específicas para reglas de derivación.

Lenguaje Gráfico: Involucra la interpretación de gráficos para visualizar el comportamiento de las funciones y sus derivadas, como el crecimiento, el decrecimiento y los puntos críticos de una función.

Lenguaje Verbal: El lenguaje verbal es fundamental para explicar y contextualizar los conceptos matemáticos. A través de expresiones como “la derivada de una función en

un punto específico”, “la pendiente de la recta tangente”, y “la velocidad instantánea”, los enunciados comunican los procedimientos y resultados de manera accesible.

Argumentos: Los argumentos están basados en la relación entre la derivada y la geometría de la función, así como en el análisis gráfico y algebraico de los problemas.

TP2: Calculo integral (Anexo 4)

La docente responsable del desarrollo del Cálculo integral, seleccionó el TP correspondiente a “Ecuaciones Diferenciales de Primer Orden”. El mismo se estructura en dos secciones: una serie de consignas con un enfoque intramatemático y otra con un enfoque extramatemático.

La sección 1 consta de nueve consignas. La primera de ellas presenta una lista de situaciones extra matemáticas expresada en lenguaje coloquial, con la finalidad de que los estudiantes las interpreten y lo traduzcan al lenguaje simbólico. Desde la segunda consigna hasta la sexta, así como la novena, se centran en aspectos estrictamente matemáticos. Implican la clasificación e interpretación de ecuaciones diferenciales y su definición desde una perspectiva algebraica. La consigna séptima y octava tienen como objetivo la resolución de ecuaciones diferenciales mediante técnicas y métodos específicos.

La segunda sección comprende 12 consignas formuladas en formato de problemas extramatemáticos, cuya resolución implica la interpretación en lenguaje coloquial y la traducción a lenguaje algebraico, identificando la ecuación diferencial que representa la situación planteada. Con el fin de realizar un análisis más sistemático, las consignas de esta sección fueron agrupadas según la naturaleza del fenómeno modelizado y el tipo de comportamiento funcional involucrado. Este criterio no responde a una clasificación teórica previa, sino al reconocimiento de regularidades en las situaciones-problema, lo que permite analizar en conjunto aquellas tareas que comparten estructuras matemáticas y prácticas asociadas.

En función de ello, las consignas se organizaron en tres grupos:

- **Problemas de desintegración radiactiva y concentración de medicamentos** (Consignas 1, 3, 4, 7, 9 y 12), que movilizan modelos exponenciales de decaimiento o ecuaciones diferenciales de primer orden asociadas a procesos de eliminación o transformación de sustancias.

- **Problemas de crecimiento poblacional** (Consignas 2, 10 y 11), que requieren analizar modelos de crecimiento exponencial o logístico, tasas de variación y comportamientos asintóticos.
- **Problemas de enfriamiento de objetos (ley de enfriamiento de Newton)** (Consignas 5, 6 y 8), que involucran funciones exponenciales decrecientes vinculadas a la evolución temporal de la temperatura de un cuerpo.

Esta organización permitió desarrollar un análisis más claro y consistente de las prácticas matemáticas y objetos primarios movilizados en cada tipo de problema, manteniendo la coherencia interna del conjunto de consignas.

En Tabla 17 se presentan los objetos primarios involucrados en el TP.

E n u n c i a d o	Situación problema	Conceptos	Proposiciones/propiedades	Procedimientos	Lenguaje	Argumentos
1	Transcribir las siguientes situaciones en un lenguaje simbólico apropiado: ...	Proporcionalidad: relación entre dos cantidades donde una es un múltiplo constante de la otra. Razón de cambio: relación de la variación entre variables. Ecuación diferencial: relaciones matemáticas que involucran tasas de cambio de cantidades dependientes de una o más variables	Derivada: La derivada de una función en un punto mide la tasa de cambio instantánea de la función en ese punto. Constante de proporcionalidad: Factor multiplicativo que establece una relación directa o inversa entre dos variables.	Transcribir a lenguaje simbólico: -Identificar las variables involucradas (por ejemplo, velocidad, número de bacterias, personas en una población, flujo magnético). -Reconocer la relación entre variables. -Escribir ecuaciones que reflejen relaciones proporcionales, por ejemplo, $a(t)=k(250-$	Lenguaje Verbal: Descripciones textuales de relaciones matemáticas, como “la aceleración de un auto deportivo es proporcional a la diferencia de velocidad entre 250 km/h y la velocidad del auto” o “la rapidez de reproducción es proporcional al número de bacterias”. Lenguaje Simbólico: Notación de	Conceptos (Proporcionalidad) y Procedimientos (Transcribir a lenguaje simbólico): Se utiliza la proporcionalidad para identificar relaciones constantes entre variables y transcribirlas a ecuaciones matemáticas. Conceptos (Razón de Cambio) y Procedimientos (Escribir ecuaciones diferenciales)

		independientes. Modelo matemático: formulación en términos de ecuaciones, funciones, matrices, algoritmos, u otras estructuras matemáticas, que representa una situación real o hipotética.		$v(t)$	derivadas: dN/dt para la razón de cambio de N con respecto al tiempo, $d\Phi/dt$ para la tasa de cambio del flujo magnético.	: La razón de cambio se usa para formular ecuaciones diferenciales que modelan cómo una variable cambia respecto a otra. Concepto (Modelo Matemático) y Lenguaje Simbólico: El modelo matemático se construye al traducir una situación real a un lenguaje simbólico utilizando ecuaciones, funciones, o derivadas para representar y resolver problemas.
2	Clasifica las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) según orden y linealidad. Justificar.	Ecuación diferencial: Relaciones matemáticas que involucran tasas de cambio de cantidades dependientes de una o más variables independientes. Orden de una Ecuación Diferencial: Es la mayor derivada que aparece en la ecuación.	Diferenciabilidad de las funciones: La EDO se establece sobre la suposición de que la función y sus derivadas existen y son continuas. Estructura lineal de las ecuaciones: Para ser considerada lineal, las derivadas y la función desconocida deben	Identificar el orden de la EDO: Examinar la ecuación para identificar la derivada de mayor orden. Clasificar según linealidad: Analizar la forma en que aparecen las funciones y sus derivadas para determinar si son lineales o no.	Lenguaje verbal: Uso de términos como “orden”, “linealidad”, “ecuación diferencial ordinaria”. Lenguaje simbólico: Notación estándar de las derivadas, como y' , y'' , $y(n)$ y la representación de las ecuaciones diferenciales	Concepto (Orden de una Ecuación Diferencial) y Procedimiento (Identificar el orden de la EDO): El concepto de orden se aplica al procedimiento de examinar una ecuación para identificar la derivada de mayor orden presente. Conceptos

		Linealidad de una Ecuación Diferencial: Una EDO es lineal si la función desconocida y todas sus derivadas aparecen linealmente.	aparecer en forma de suma o resta con coeficientes que pueden ser funciones de la variable independiente pero no de la función misma o sus derivadas.		en términos matemáticos.	(Linealidad de una Ecuación Diferencial) y Procedimientos (Clasificar según linealidad): El concepto de linealidad se utiliza para analizar cómo aparecen las funciones y sus derivadas en la ecuación, determinando si cumplen con la condición de ser lineales.
3 , 4 , 5 , 6 , 9	Enunciados que se centran en la relación entre la ecuación diferencial y la función solución	Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO): Una EDO es una ecuación que relaciona una función desconocida y sus derivadas. Función Solución: Una función es una solución de una EDO si, al sustituirla junto con sus derivadas en la ecuación, la igualdad se cumple en el intervalo dado. Condición Inicial: Una condición	Existencia de Solución: Si una EDO está en la forma $\frac{dy}{dt} = f(t, y)$ y f es continua en una vecindad del punto (t_0, y_0) , entonces existe una solución local a la EDO que pasa por (t_0, y_0) . Unicidad de Solución: Si además de la continuidad, f cumple con la condición de Lipschitz con respecto a y en una vecindad de (t_0, y_0) ,	Verificar Soluciones: -Calcular las derivadas de la función propuesta. -Sustituir la función y sus derivadas en la ecuación diferencial. -Comprobar si la igualdad se cumple en el intervalo dado. Resolver una EDO con condición inicial: -Resolver la EDO para encontrar la solución general. -Aplicar la condición inicial para determinar la constante de	Verbal: “Verificar si una función es una solución de una EDO” “Determinar una función que satisfaga la EDO y la condición inicial” “Determinar si el Teorema de Existencia y Unicidad se aplica” se refiere a analizar las condiciones bajo las cuales se garantiza que la EDO tiene una solución única” Simbólico: Notación de derivadas, como	Conceptos (Condición Inicial, Función Solución) y Procedimiento (Resolver una EDO con condición inicial): La condición inicial determina una solución particular de la EDO a partir de la solución general, restringiendo la función solución a un caso específico en el intervalo dado. Conceptos (Teorema de Existencia y Unicidad,

		inicial es un valor específico de la función y/o sus derivadas en un punto particular, que se usa para determinar una solución particular entre la familia de soluciones generales. Intervalo de Definición: El intervalo en el cual la función y sus derivadas están definidas y continuas. Es crucial para asegurar que la solución sea válida en el contexto del problema. Teorema de Existencia y Unicidad: Teorema que garantiza la existencia y unicidad de soluciones para una EDO dada una condición inicial, bajo ciertas condiciones de continuidad y condiciones Lipschitz.	entonces la solución local es única.	integración y obtener la solución particular. Aplicar el Teorema de Existencia y Unicidad: Verificar que la función $f(t, y)$ y su derivada parcial son continuas en el intervalo de interés.	$y', y'', \frac{dy}{dx}$, utilizada para describir tasas de cambio y validar soluciones. Ecuaciones diferenciales representadas simbólicamente, por ejemplo, $y'' + p(x)y' + q(x)y = 0$	Condición Inicial) y Procedimientos (Aplicar el Teorema de Existencia y Unicidad): El teorema de existencia y unicidad, junto con la condición inicial, aseguran que existe una solución única a la EDO bajo ciertas condiciones de continuidad y condiciones de Lipschitz en el intervalo considerado. Conceptos (Intervalo de Definición) y Propiedades (Continuidad, Existencia de Solución): El intervalo de definición garantiza que las funciones y sus derivadas sean continuas, lo cual es una condición necesaria para asegurar la existencia de soluciones a la EDO.
--	--	---	---	---	--	--

7 y 8	Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales	Ecuación Diferencial Ordinaria (EDO): Ecuación que involucra una función desconocida y sus derivadas.	-Variables Separables: Una EDO es separable si puede escribirse en la forma $dy/dx=g(x)h(y)$, donde se pueden separar las variables x e y en lados opuestos de la ecuación. -Exactas: Una EDO de la forma $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$ es exacta si cumple con la condición $\partial M/\partial y = \partial N/\partial x$ -Reducibles a Exactas: Una EDO que no es exacta puede hacerse exacta mediante la multiplicación por un factor integrante $\mu(x,y)$, transformando la ecuación a una forma exacta. - Lineales de Primer Orden: Una EDO lineal de primer orden puede ser resuelta usando un factor integrante de la forma $\mu(x)=e^{\int P(x)dx}$, que	Resolver por Variables Separables: -Separar las variables x e y en lados opuestos de la ecuación. -Integrar ambos lados con respecto a sus respectivas variables. Resolver EDO Exactas: -Verificar si la ecuación es exacta calculando $\partial M/\partial y$ y $\partial N/\partial x$. -Si es exacta, encontrar una función potencial $\Phi(x,y)$ tal que $\partial \Phi/\partial x=M$ y $\partial y/\partial \Phi=N$. Resolver con reducción a EDO Exactas: -Identificar un factor integrante que transforma la ecuación no exacta en exacta. -Multiplicar la ecuación original por el factor integrante y luego resolver usando el método de exactas. Resolver EDO Lineales de Primer	Verbal: Descripción de métodos como “separar las variables”, “verificar exactitud”, y “encontrar un factor integrante”. Simbólico: Notación de EDOs y operaciones: dy/dx, $M(x,y)dx + N(x,y)dy = 0$, $\mu(x) = e^{\int P(x)dx}$	Lenguaje (Verbal y Simbólico) y Procedimientos (Resolver EDO por métodos específicos): La representación verbal y simbólica indican la forma de resolver (técnica) una EDO.
-------------	--	---	--	---	--	---

			transforma la ecuación en una forma integrable.	Orden: -Encontrar el factor integrante $\mu(x)=e^{\int P(x)dx}$. -Multiplicar la EDO por el factor integrante para convertirla en una forma exacta. -Resolver la ecuación resultante.		
1, 3, 4, 7, 9, 12	Problemas de Desintegración Radiactiva y Concentración de Medicamentos	Modelo matemático: formulación en términos de ecuaciones, funciones, matrices, algoritmos, u otras estructuras matemáticas, que representa una situación real o hipotética. Desintegración Radiactiva: Fenómeno donde la cantidad de un isótopo se reduce a la mitad en intervalos regulares de tiempo. Se modela con una ecuación diferencial exponencial. Vida Media:	Exponencialidad: Las funciones que modelan la desintegración radiactiva y la eliminación de medicamentos son exponenciales. Decaimiento Exponencial: La tasa de disminución de una sustancia es proporcional a su cantidad actual.	Resolver Ecuaciones Diferenciales Exponenciales: Aplicación de la fórmula general para problemas de desintegración y eliminación. Cálculo de Parámetros: Determinación de la constante de decaimiento o eliminación.	Lenguaje Verbal: Descripciones como “vida media,” “desintegración,” “eliminación exponencial.” Lenguaje Simbólico: Notación matemática para la función exponencial, como $N(t)=N_0e^{-kt}$ para desintegración y eliminación.	Conceptos (Modelo) y proposición (exponencialidad y decaimiento radiactiva): El comportamiento de la desintegración radiactiva y la concentración de medicamentos se ajustan a modelos exponenciales.

		Tiempo en el que la cantidad de una sustancia se reduce a la mitad, un concepto clave en el modelo exponencial de desintegración. Eliminación Exponencial: Proceso donde la concentración de un medicamento disminuye de manera exponencial con el tiempo.				
2, 10, 11	Problemas de Crecimiento Poblacional	Modelo matemático: formulación en términos de ecuaciones, funciones, matrices, algoritmos, u otras estructuras matemáticas, que representa una situación real o hipotética. Crecimiento Exponencial: Modelo donde la tasa de cambio de la cantidad es proporcional a la cantidad actual.	Exponencial de Crecimiento: La cantidad crece proporcionalmente a su tamaño actual. Tasa Proporcional: La tasa de cambio es proporcional a la cantidad presente.	Resolución de Ecuaciones Diferenciales de Crecimiento: Aplicación de técnicas para resolver ecuaciones diferenciales exponenciales. Determinación de Parámetros: Identificación de tasas de crecimiento utilizando datos iniciales y finales.	Verbal: Términos como “crecimiento exponencial,” “decrecimiento o inverso,” “tasa de cambio.” Simbólico: Notación para ecuaciones diferenciales del tipo $dN/dt=kN$	Conceptos (Modelo) y proposición (exponencialidad): El comportamiento del crecimiento poblacional se ajusta a modelos exponenciales.

		Ecuación Diferencial del Crecimiento: $dN/dt=kN$, donde k es la tasa de crecimiento.				
5 , 6 , 8	Problemas de Enfriamiento de Objetos (ley de enfriamiento de Newton)	Modelo matemático: formulación en términos de ecuaciones, funciones, matrices, algoritmos, u otras estructuras matemáticas, que representa una situación real o hipotética Ley de Enfriamiento de Newton: Describe cómo la temperatura de un objeto cambia en función de la diferencia con la temperatura ambiente. Ecuación Diferencial del Enfriamiento: $dT/dt=-k(T-T_{amb})$, donde T es la temperatura del objeto y T_{amb} es la temperatura ambiente.	Propiedad de Enfriamiento Exponencial: La tasa de enfriamiento es proporcional a la diferencia entre la temperatura del objeto y la temperatura ambiente. Existencia y Unicidad: La solución está garantizada bajo condiciones iniciales bien definidas.	Resolución de Ecuaciones de Enfriamiento: Aplicación de la ley de enfriamiento para encontrar el tiempo necesario para alcanzar temperaturas específicas. Determinación de Parámetros: Cálculo de la constante de enfriamiento a partir de datos iniciales y finales	Lenguaje Verbal: Términos como “ley de enfriamiento,” “diferencia de temperatura,” “constante de enfriamiento.” Lenguaje Simbólico: Notación para la ecuación diferencial de enfriamiento: $dT/dt=-k(T-T_{amb})$	Conceptos (Modelo) y proposición (exponencialidad): El comportamiento del enfriamiento de objetos se ajusta a modelos exponenciales, expresados a través de la Ley de Newton.

Tabla 17. Configuración epistémica. Significados implementados – Calculo Integral**Prácticas Matemáticas en Cálculo Integral**

El análisis de las actividades vinculadas a Cálculo Integral revela una serie de prácticas matemáticas que permitirían a los estudiantes enfrentar problemas de modelización, cálculo y verificación de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) en contextos aplicados. A continuación, se detallan las prácticas más relevantes identificadas.

Uso del lenguaje matemático formal:

- Utilizar lenguaje simbólico adecuado en la formulación y resolución de ecuaciones diferenciales.
- Emplear notación estándar para describir fenómenos físicos y biológicos de manera precisa y concisa.

Identificación y clasificación de ecuaciones diferenciales:

- Identificar derivadas y otras características de la ecuación diferencial.
- Aplicar la definición de orden y linealidad para clasificar correctamente las ecuaciones diferenciales.

Uso de derivadas:

- Calcular derivadas en el contexto de la ecuación diferencial dada.
- Sustituir las derivadas calculadas en la ecuación diferencial original para continuar con la resolución del problema.

Resolución de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs):

- Encontrar soluciones generales y particulares de EDOs.
- Aplicar métodos específicos de resolución según el tipo de ecuación diferencial.

Verificación y comprobación de soluciones:

- Comprobar que las soluciones obtenidas satisfacen la ecuación diferencial original.
- Verificar que las soluciones cumplen con las condiciones iniciales del problema.

Aplicación del Teorema de Existencia y Unicidad:

- Verificar las condiciones necesarias para garantizar la existencia y unicidad de la solución en un intervalo específico.

Transformación de ecuaciones diferenciales:

- Reducir ecuaciones diferenciales complejas a formas más simples y manejables.
- Aplicar técnicas matemáticas como cambios de variable o simplificación de términos.

Modelización de situaciones extramatemáticas (ley de enfriamiento, crecimiento poblacional, decaimiento radiactivo):

- Traducir situaciones del contexto extramatemático a expresiones matemáticas utilizando ecuaciones diferenciales.
- Aplicar relaciones de proporcionalidad y otros modelos matemáticos para representar el comportamiento de sistemas físicos o biológicos.
- Determinar parámetros específicos para ajustar el modelo matemático a los datos observados.

Resolución de problemas en contextos extramatemáticos:

- Aplicar modelos matemáticos basados en ecuaciones diferenciales para resolver problemas.
- Integrar el uso de la matemática como una herramienta de modelización para situaciones prácticas.

Las prácticas matemáticas identificadas reflejan un enfoque integral en la enseñanza del cálculo integral, que no se limita a la técnica algebraica, sino que fomenta la conexión con fenómenos extramatemáticos. De estas prácticas emergen los objetos matemáticos que se detallan a continuación.

Análisis de Objetos Matemáticos Identificados en Cálculo Integral

Conceptos: Los conceptos fundamentales que se abordan en la práctica de cálculo integral, son la integral definida e indefinida, el teorema fundamental del cálculo y las técnicas de integración. Estos conceptos se presentan en diversas aplicaciones, desde la modelización de fenómenos extramatemáticos hasta la validación de modelos matemáticos. La integral se utiliza para calcular áreas bajo curvas, volúmenes de sólidos de revolución, y otros valores importantes en contextos aplicados.

Propiedades: Las propiedades matemáticas relacionadas con la integración que se destacan en el trabajo práctico incluyen la linealidad de la integral, el cambio de variable y

las características fundamentales de las funciones integrables. Estas propiedades permiten la simplificación de problemas complejos y la aplicación de métodos estandarizados para resolver integrales, así como para justificar y validar los resultados obtenidos. A su vez la convergencia de series y la evaluación de integrales impropias juegan un papel significativo en la resolución de las actividades propuestas.

Procedimientos: Los procedimientos involucrados incluyen la aplicación de técnicas de integración directa, como la integración por partes y la sustitución, así como la resolución de ecuaciones diferenciales mediante distintas técnicas. Además, se incluye la modelización de fenómenos como el crecimiento y decrecimiento de poblaciones y la validación de modelos mediante el ajuste de parámetros. Estos procedimientos son utilizados para abordar una variedad de problemas, desde el cálculo de áreas y volúmenes hasta la modelización de fenómenos físicos y biológicos, atendiendo a contextos tanto intra como extra matemáticos.

Lenguaje: El lenguaje matemático es fundamental en la formulación y resolución de problemas en cálculo integral, y se manifiesta en las siguientes formas:

- **Lenguaje Simbólico:** Se utilizan notaciones precisas, como $\int f(x) dx$ para la integral definida e indefinida, y fórmulas específicas para técnicas de integración. Estas notaciones permiten una comunicación clara y concisa de las operaciones y resultados.
- **Lenguaje Gráfico:** La interpretación de gráficos es esencial para visualizar las áreas bajo curvas, los volúmenes generados por rotación y otros aspectos del problema.
- **Lenguaje Verbal:** El lenguaje verbal es crucial para explicar y contextualizar los conceptos matemáticos, utilizando expresiones como “el área bajo la curva”, “la función de densidad de probabilidad”, y “el volumen de un sólido de revolución”.

Argumentos: Los argumentos se apoyan en el uso de modelos teóricos, principalmente asociados a ecuaciones diferenciales, para la resolución de problemas extramatemáticos. Estos modelos permiten traducir situaciones reales en términos matemáticos, facilitando su análisis y resolución mediante técnicas de integración. Se destacan, además, las justificaciones basadas en teoremas y propiedades matemáticas que permiten asegurar la validez interna de los procedimientos, como el teorema fundamental del cálculo. En este contexto, las soluciones obtenidas se interpretan en términos de los

fenómenos modelados, conectando el razonamiento matemático con la aplicación práctica en contextos como el enfriamiento, el crecimiento poblacional o la desintegración.

8.2.4. Análisis de resultados

En cálculo diferencial, se observa que las actividades propuestas se enfocan principalmente en la interpretación gráfica y en el uso de la derivada como herramienta clave para analizar el comportamiento local de las funciones. Se destacan situaciones centradas en la aplicación de reglas de derivación, el cálculo de tasas de cambio, y la formulación de ecuaciones de tangentes y normales, con una fuerte vinculación hacia problemas contextuales. Esto refleja un significado institucional que asocia la derivada no solo con su manipulación algebraica, sino también con su capacidad de modelización y resolución de problemas en situaciones extramatemáticas.

Por otra parte, el enfoque en cálculo integral se centra en la aplicación de ecuaciones diferenciales ordinarias (EDOs) para modelar fenómenos físicos y biológicos. Aquí, los conceptos de integración y las propiedades como la linealidad y la resolución de EDOs son fundamentales.

Ambos enfoques comparten una característica común: el uso de modelos teóricos y reglas estandarizadas como herramientas principales para abordar problemas contextuales. Tanto en cálculo diferencial como en cálculo integral, las prácticas propuestas implementan significados que privilegian la aplicación matemática para la resolución de problemas, pero sin incorporar datos empíricos ni ajustes que refuercen la validez práctica de los modelos. Esto reflejaría una enseñanza más orientada al uso de modelos matemáticos idealizados, alejándose de la verificación directa con la realidad.

A diferencia de lo declarado en la planificación, en los trabajos prácticos seleccionados se observa una fuerte orientación hacia la ejercitación procedimental, con escasa presencia de actividades que demanden análisis crítico o modelización. Esta diferencia revela una tensión entre los objetivos formativos planteados y las prácticas efectivamente propuestas, que tienden a privilegiar la repetición algorítmica por sobre el abordaje de situaciones auténticas y complejas de la ingeniería. Esta observación refuerza la idea de que, aunque las docentes expresan intenciones de promover una formación más contextualizada y orientada a lo profesional, dichas intenciones no logran materializarse plenamente en los dispositivos didácticos propuestos.

8.2.6. Reflexión sobre los significados implementados

En el caso de Matemática I, las actividades presentadas enfatizan la aplicación de procedimientos bien definidos y el desarrollo de habilidades algebraicas, con un claro énfasis en la precisión y el rigor formal. Esta propuesta parece estar más en línea con una visión que prioriza el dominio de herramientas matemáticas fundamentales, sin necesariamente vincularlas con contextos reales o prácticos, lo que puede llevar a que el estudiante perciba el cálculo como un conjunto de técnicas aisladas de su aplicación en la ingeniería. Este enfoque, entonces, se correspondería con una enseñanza más tradicional, orientada al manejo técnico y la comprensión teórica de los conceptos del cálculo diferencial.

Por otro lado, el análisis inicial de Matemática II podría sugerir un mayor acercamiento hacia la modelización y la resolución de problemas en contextos de ingeniería. Sin embargo, una mirada más detallada revela que esta aproximación es, en muchos casos, superficial. Si bien las actividades plantean el paso de un lenguaje coloquial a un lenguaje simbólico —lo cual podría considerarse una primera etapa de modelización—, no se profundiza realmente en el proceso completo de modelización matemática. Las situaciones presentadas, aunque contextualizadas, tienden a ser problemas típicos, más adecuados para la formación general de cualquier profesional que para abordar los desafíos específicos de los ingenieros.

Otro punto crítico es que las actividades planteadas sólo permiten elegir entre modelos preestablecidos lo que limita la posibilidad de experimentar con las herramientas matemáticas para modelar situaciones auténticas. Además, no se observa la existencia de un componente experimental que permita conectar de manera efectiva los modelos matemáticos con la realidad, y con ello acercar a los estudiantes a los problemas reales de la ingeniería.

Con relación a Matemática II si bien se menciona la importancia de la modelización, la manera en que se implementa en las actividades parece perder de vista el propósito central de esta práctica. El contexto de los problemas, aunque presente, resulta forzado y no necesariamente refleja las condiciones que enfrentan los ingenieros en su campo profesional. Como resultado, las actividades terminan reforzando un enfoque más técnico y teórico, similar al de Matemática I, en lugar de abrir un espacio genuino para la aplicación práctica y el desarrollo de competencias específicas.

Aunque las responsables de ambas asignaturas, y tal como se vio en el estudio anterior, reconocen la importancia del cálculo en la formación de ingenieros, los enfoques adoptados al generar los materiales didácticos no logran articularse de manera efectiva con las necesidades profesionales de los estudiantes. Es fundamental que, en lugar de simplemente ajustar ejercicios tradicionales, se incorpore una visión más integrada del cálculo, que permita a los estudiantes no solo resolver problemas matemáticos, sino también desarrollar las competencias necesarias para enfrentar situaciones reales. Esto implica repensar los problemas que se proponen, acercarlos más a la realidad profesional y fomentar un trabajo más activo en la construcción y validación de modelos, algo esencial para el ingeniero en formación.

En conclusión, aunque ambas propuestas tienen valor, presentan limitaciones en cuanto a la integración de los conceptos matemáticos con situaciones reales de ingeniería, lo que señala la necesidad de un enfoque más coherente y conectado con las competencias profesionales.

8.3. Cuarta Fase: Significados evaluados por docentes de Cálculo en la FIO

Esta sección examina los significados institucionales evaluados en las asignaturas Matemática I y Matemática II. Se analizan los instrumentos de evaluación utilizados (exámenes parciales y finales), junto con los criterios expresados por los docentes en relación con el rendimiento esperado. El análisis permite indagar en qué medida las prácticas de evaluación reafirman o tensionan los significados implementados y pretendidos, y qué objetos matemáticos se consideran prioritarios a la hora de acreditar aprendizajes.

8.3.1. Objetivo

Inferir las prácticas y los objetos matemáticos asociados, que se evalúan en las asignaturas de Matemática I y Matemática II, enfocadas en el cálculo diferencial e integral, en la carrera de Ingeniería Química de la Facultad de Ingeniería de Olavarría.

8.3.2. Cuestiones metodológicas

Para inferir los significados evaluados en Matemática I y Matemática II, se analizaron cuatro exámenes parciales y cuatro exámenes finales correspondientes a las cursadas del segundo cuatrimestre de 2023. Como se explicó en el Capítulo 6, se realizó un

análisis detallado de los problemas planteados en estas evaluaciones, identificando los objetos matemáticos primarios movilizados y las prácticas matemáticas promovidas en el contexto evaluativo. En este capítulo se presentan los resultados obtenidos y su análisis.

8.3.3. Resultados

E1: Cálculo diferencial (Anexo 5)

El presente estudio se centra en el análisis de los exámenes de Cálculo Diferencial de la asignatura Matemática I, considerando tanto los parciales (PD1 y PD2 – Anexo 5) como los finales (FD1 y FD2 – Anexo 5). Las actividades propuestas en estos exámenes abarcan aspectos esenciales del cálculo diferencial, tales como las derivadas parciales, el cálculo de gradientes y su aplicación en problemas de optimización. Asimismo, se incluyen temas relacionados con la interpretación de funciones de varias variables y la representación gráfica de curvas de nivel. Si bien en esta sección se describen actividades asociadas específicamente al cálculo diferencial en varias variables —como derivadas parciales, gradientes, curvas de nivel y procedimientos de optimización multivariable—, es importante aclarar que el análisis general desarrollado en este capítulo abarca aspectos esenciales del cálculo diferencial tanto en una variable como en varias variables.

En este instrumento particular, las tareas propuestas por la docente se centraron en contenidos propios del cálculo multivariable, motivo por el cual las actividades descritas aquí corresponden exclusivamente a ese tipo de problemas.

Además se abordan problemas que implican la modelización de situaciones extra matemáticas, lo que favorecería que los estudiantes puedan vincular los conocimientos teóricos con aplicaciones prácticas. Esto incluye problemas de optimización y de razones de cambio.

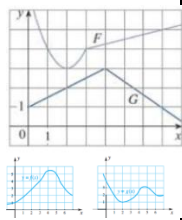
En la Tabla 18 se desglosan los objetos matemáticos primarios (conceptos, propiedades, procedimientos, lenguajes y argumentos) asociadas a las prácticas matemáticas que se desprenden de la resolución de cada una de las actividades planteadas. Se resalta cómo estos objetos se definen en el contexto de las consignas planteadas y cómo los argumentos articulan y conectan los distintos objetos matemáticos. Los exámenes analizados presentan similitudes en varias consignas, por lo que se agrupan aquellos problemas que comparten los mismos objetos primarios, evitando repeticiones innecesarias.

Enunciado	Situación problema	Conceptos	Proposiciones/ Propiedades	Procedimientos	Lenguaje	Argumentos
PD 1)a) PD2 3) 1), FD1 2.2), FD2 3.1)	Hallar el dominio de una función en una y varias variables.	Dominio de una función: Conjunto de todos los valores reales para los cuales la función está definida. Pertenencia de un punto a la gráfica de una función: Un punto (a,b) pertenece a la gráfica de una función si, al evaluar $f(a)$, se obtiene b.	Condición de no anulación del denominador: La función racional estará definida siempre que el denominador no sea cero. Condición de argumento de un logaritmo. El argumento de un logaritmo es siempre positivo. Condición de la raíz cuadrada: El radicando debe ser positivo.	Resolver la ecuación que resulta de igualar a 0 el denominador. Resolver la inecuación que resulta de considerar el argumento del logaritmo positivo. Resolver la inecuación que resulta de considerar el radicando positivo. Graficar la región donde la función está bien definida.	Simbólico: $f(x) = \frac{x-5}{x+4}$; $f(1), x \neq -4$; $z = 1/(9 - x^2 - y^2)$, $9 - x^2 - y^2 = 0$, $z = \ln[(x+3)(y-2)]$, $(x+3)(y-2) > 0$, $49 - x^2 - y^2 > 0$ Verbal: “función racional”, “dominio”, “denominador igual a cero”, “pertenencia de un punto”, “discontinuidad”. Gráfico: gráficas de la región donde las funciones están bien definidas.	Concepto (dominio de una función) – Proposición (Condición de no anulación del denominador) El dominio de una función racional se determina al analizar dónde se anula el denominador. Concepto (dominio de una función) – Proposición (Condición de argumento de un logaritmo). El dominio de una función logarítmica se obtiene al considerar el argumento mayor a 0. Concepto (dominio de una función) – Proposición (Condición de la raíz cuadrada). El dominio de una

						función que contiene una raíz cuadrada se obtiene al considerar el radicando mayor a 0.
PD1 1) b)	Desplazar funciones	Transformación vertical de una función: Consiste en desplazar una función hacia arriba o abajo sumando o restando una constante a la salida de la función. Transformación horizontal de una función: Implica mover la gráfica hacia la izquierda o derecha modificando la entrada de la función. Dominio de una función transformada: Se deben considerar las restricciones que afecten al denominador de la función resultante.	Relación entre el dominio de $f(x)$ y $g(x)$: El dominio de $g(x)$, que se obtiene mediante las transformaciones indicadas, estará restringido por el nuevo denominador $x+5$, el cual no puede anularse, por lo que $x=-5$ debe excluirse del dominio.	Para las transformaciones: -Sumar dos unidades a la función f para la transformación vertical. -Restar dos unidades a la variable independiente para la transformación horizontal. Para determinar el dominio de $g(x)$ Resolver la ecuación $x+5=0$, lo que implica $x=-5$.	Simbólico: $g(x)=x-4/x+5$, $x \neq -5$. Verbal: “desplazamiento vertical”, “desplazamiento horizontal”, “el denominador no se anula”.	Concepto (Transformación de una función) – Concepto (Dominio de una función transformada) Al aplicar los desplazamientos vertical y horizontal a la función $f(x)$, se obtiene la nueva función $g(x)$. El dominio de esta nueva función se determina analizando dónde el denominador $x+5$ se hace cero, lo que excluye $x=-5$.
PD1 1) c)	Hallar asíntotas de una función	Asíntota vertical: Es una recta vertical hacia la cual se aproxima la función cuando el	La asíntota vertical se presenta cuando el valor de la variable independiente hace que el	Para hallar la asíntota vertical, Calcular el límite cuando $x \rightarrow -4$ de ambos lados, observando	Simbólico: $\lim_{x \rightarrow -4} f(x) = \infty$, $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = 1$. Verbal: “asíntota	Concepto (Asíntotas) – Procedimiento (calcular límites) Las asíntotas verticales y horizontales

		valor de la variable independiente se acerca a un valor específico, y el valor de la función tiende a infinito. Asíntota horizontal: Es una recta horizontal hacia la cual se aproxima la función cuando el valor de la variable independiente tiende a infinito o menos infinito.	denominador de la función sea cero y el numerador no sea cero. Una asíntota horizontal aparece cuando el límite de la función, al tender x a infinito o menos infinito, es una constante.	que el valor de la función tiende a infinito. Para la asíntota horizontal, evaluar $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ y $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$, ambos resultan en 1, indicando que existe una asíntota horizontal en $y=1$.	vertical”, “asíntota horizontal”, “límites”.	se determinan mediante el análisis de límites. En este caso, el valor $x=-4$ produce una asíntota vertical, y al calcular el límite de la función en el infinito se encuentra que la función tiende a 1, lo que indica una asíntota horizontal en $y=1$.
PD1 2. 1) PD2 3.2) FD1 1.1) FD2 1.1)	Analizar la continuidad de una función	Continuidad en un punto: Una función es continua en un punto $x=x_0$ si se cumplen tres condiciones: la función está definida en x_0, existe el límite de la función cuando $x \rightarrow x_0$, y el valor de la función en c coincide con dicho límite. Funciones a trozos: Funciones definidas por diferentes expresiones en distintos intervalos del dominio.	Para que $h(x)$ sea continua en $x=x_0$, se debe cumplir que $\lim_{x \rightarrow x_0} h(x) = h(x_0)$.	En R: Evaluar la continuidad en un punto de una función definida a trozos: -Calcular el valor de la función en $x=x_0$ -Resolver límites laterales: $\lim_{x \rightarrow x_0^-} h(x)$ $\lim_{x \rightarrow x_0^+} h(x)$ -Igualar los límites laterales - Resolver la ecuación resultante En R^2:	Simbólico: $f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \sqrt{x} + \frac{2}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$ $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$, $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$, $h(2)=0$, $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} x+y/x-y$, $f(x,y)=0$ $f(x) = \begin{cases} 0,4x + k & 0 \leq x \leq 1000 \\ \frac{2000x}{x+3000} & x > 1000 \end{cases}$ Verbal: “continuidad”, “función a trozos”, “límite lateral”, “igualdad de límites”, “diferentes trayectorias”	Concepto (continuidad en un punto), procedimiento (evaluar la continuidad de una función a trozos) Para asegurar la continuidad de la función a trozos en $x=x_0$, es necesario que los límites laterales coincidan con el valor de la función en ese punto.

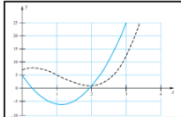
				1. Evaluar el límite de $f(x,y)$ a lo largo de diferentes trayectorias hacia (x_0,y_0) 2. Comparar los valores obtenidos a lo largo de las trayectorias con el valor de la función en (x_0,y_0).		
PD1 2. 1)	Hallar funciones inversas	Función uno a uno: Una función es uno a uno si cada valor en el rango corresponde a un único valor en el dominio. Función inversa: $f^{-1}(x)$ es la función que, para cada y, devuelve el x tal que $f(x)=y$.	Si f es uno a uno, entonces $f^{-1}(f(x))=x$ y $f(f^{-1}(x))=x$.	Resolver la ecuación $f(x)=-4$	Simbólico: $f^{-1}(-4)$. Verbal: “punto sobre la gráfica de la función inversa”.	Concepto (Función uno a uno) y concepto (Función inversa). Toda función uno a uno admite inversa.
PD1 3. 1)	Resolver problemas en contextos extra matemáticos vinculados con razones de cambio	Derivada: la derivada de una función mide la tasa de cambio de dicha función respecto a una variable. En este caso, se busca la derivada del área superficial del cubo respecto al tiempo.	Regla de la cadena: Para calcular la tasa de cambio del área en función del tiempo, es necesario aplicar la regla de la cadena. En este caso, se deriva $A(x)$ respecto de x y luego se	1-Derivar la función del área superficial respecto a x, obteniendo $dA/dx=12x$. 2- Usar la regla de la cadena para obtener $dA/dt=12x \cdot dx/dt$ donde $dx/dt=-2$ cm/min. 3- Sustituir	Simbólico: $\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$. Verbal: “derivada”, “tasa de cambio”, “regla de la cadena”, “área superficial”.	Concepto (derivada) – Propiedad (regla de la cadena). Para calcular la tasa de cambio del área en función del tiempo, se requiere derivar $A(x)$ respecto a x y luego multiplicar

		Área superficial de un cubo: la superficie total de un cubo con lado x está dada por la fórmula $A(x) = 6x^2$.	multiplica por la derivada de x respecto del tiempo t : $\frac{dA}{dt} = \frac{dA}{dx} \cdot \frac{dx}{dt}$	$x=3$ cm y $dx/dt=-2$ para calcular la tasa de cambio del área.		por la derivada de x respecto al tiempo. Así, se obtiene la tasa de cambio solicitada.
PD1 3.2) FD1 1.2)	Hallar el valor de derivadas puntuales a partir de un análisis gráfico.	Derivada: la derivada de una función en un punto mide la pendiente de la tangente a la gráfica de esa función en dicho punto.	Regla del producto: La derivada de un producto de dos funciones se calcula usando $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x)g(x) + f(x)g'(x)$ Regla del cociente: La derivada de un cociente de funciones se encuentra con $(f(x)/g(x))' = (f'(x)g(x) - f(x)g'(x))/(g(x))^2$ Regla de la cadena: Fundamental para derivar funciones compuestas, dado por $(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$	1. Leer valores puntuales desde la gráfica. 2. Aplicar la fórmula de la derivada del producto/cociente/regla de la cadena para hallar la derivada correspondiente.	Simbólico: $P'(x), F'(x), G'(x)$, $\left(\frac{f}{g}\right)'$ en $x = 2$ $(f \circ g)'$ en $x = 6$ Verbal: “regla del producto”, “regla del cociente”, “regla de la cadena” “pendiente de la tangente”, “derivada en un punto”. Gráfico: 	Concepto (derivada) - Proposición (regla del producto). Para calcular $P'(x)$ se utiliza la regla del producto. Concepto (derivada) – Procedimiento (interpretar la gráfica de G(x) y de la pendiente en $x=x_0$) La derivada de $G(x)$ en $x=x_0$ se obtiene directamente de la gráfica analizando la pendiente de la tangente.
PD1 4.1)	Hallar la recta tangente a una curva.	Derivación implícita: es el proceso para derivar una ecuación en la que las variables x e y están relacionadas de manera	Aplicar la regla de la derivación implícita a $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$, obteniendo una relación para dy/dx que permita	1. Derivar implícitamente la ecuación $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$ respecto a x , teniendo en cuenta la regla del producto al	Simbólico: dy/dx . Verbal: “pendiente de la tangente”, “derivación implícita”, “regla del producto”.	Concepto (derivación implícita) – Concepto (pendiente de la tangente) Al no tener una relación explícita

		implícita, es decir, no es posible despejar y en términos de x fácilmente. Pendiente de la tangente: la pendiente de una recta tangente a una curva en un punto específico está dada por la derivada de la función en ese punto.	calcular la pendiente de la tangente.	derivar $2xy$. 2. Resolver la ecuación obtenida para dy/dx. 3. Sustituir el punto (1,1) para obtener el valor de la pendiente de la tangente.		entre x e y, se recurre a derivadas implícitas para obtener la pendiente de la tangente a la curva en el punto solicitado.
PD1 4.2), FD2 4)	Hallar la recta normal a una curva.	Recta normal: es la recta perpendicular a la tangente en un punto dado. Pendiente de la tangente: la pendiente de una recta tangente a una curva en un punto específico está dada por la derivada de la función en ese punto. Ecuación de la recta: la forma punto-pendiente de la ecuación de una recta es $y - y_1 = m(x - x_1)$, donde m es la pendiente y (x_1, y_1) es un punto dado.	Dos rectas son perpendiculares cuando sus pendientes multiplicadas entre sí dan como resultado -1.	1. Invertir y cambiar el signo de la pendiente de la tangente obtenida en el ejercicio 4.1 para hallar la pendiente de la normal. 2. Utilizar la ecuación punto-pendiente con el punto (1,1) y la pendiente de la recta normal para obtener la ecuación de la recta.	Simbólico: $m_{\text{normal}} = -\frac{1}{m_{\text{tangente}}}$ $z = 2x^2 - 3xy + 8y^2 + 2x - 4y + 4$. Verbal: “recta normal”, “perpendicular”, “ecuación de la recta”.	Concepto (pendiente de la tangente) – Concepto (recta normal) – Proposición (rectas perpendiculares). La pendiente de la recta normal es la inversa negativa de la pendiente de la tangente.
PD2 1.1)	Resolver problemas en	Modelo matemático:	El área del rectángulo es	Optimizació n de	Simbólico: $P_{\text{total}}, A = l \cdot w$	Conceptos (Modelo) y

FD1 3), FD2 2)	contextos extra matemáticos de optimización.	formulación en términos de ecuaciones, funciones, matrices, algoritmos, u otras estructuras matemáticas, que representa una situación real o hipotética. Optimización: problema que consiste en minimizar o maximizar una función bajo ciertas restricciones. En este caso, se minimiza la longitud total de la cerca. Área: el área del rectángulo es $A=l \cdot w$, donde l es la longitud y w es el ancho. Perímetro: es la medida total del contorno de una figura geométrica. Derivada parcial: Es la tasa de cambio de una función multivariable con respecto a una de las variables,	constante: $A=15000$, por lo que $l \cdot w=15000$. Se debe usar este hecho para reducir la cantidad de variables en la función del perímetro y aplicar técnicas de optimización. Condición de primer orden (puntos críticos): Los valores x e y que maximizan la función de ingresos se encuentran al hacer las derivadas parciales de $R(x, y)$ respecto a x e y igualadas a cero. Criterio de segundo orden (Hessiana): Para determinar si el punto crítico encontrado es un máximo, se evalúa la matriz Hessiana. Condición de Lagrange: Si una función $f(x, y)$	funciones que dependen de una sola variable: 1. Expresar el perímetro total en términos de una sola variable usando la restricción del área. 2. Derivar la función del perímetro y encontrar los puntos críticos o extremos. 3. Comprobar que el punto crítico encontrado corresponde a un mínimo usando la segunda derivada o el criterio de la primera derivada. Optimización de funciones que dependen de más de una variable: Calcular derivadas parciales: derivar parcialmente $R(x, y)$ con respecto a x e y e igualar a 0 para encontrar las ecuaciones que definen	$H = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 R}{\partial x^2} & \frac{\partial^2 R}{\partial x \partial y} \\ \frac{\partial^2 R}{\partial y \partial x} & \frac{\partial^2 R}{\partial y^2} \end{pmatrix}$ $\left(\frac{\partial R}{\partial x}, \frac{\partial R}{\partial y} \right),$ $\nabla f = \lambda \nabla g,$ $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$ Verbal: “dimensiones óptimas”, “mínimo”, “restricciones”, “maximización”, “punto crítico”, “sistema de ecuaciones”, “segunda derivada”, y “matriz Hessiana”	concepto (Optimización): Para optimizar una función, es necesario comprender el problema, identificar las variables y construir un modelo que represente la función a optimizar. Concepto (derivadas parciales) y proposición (puntos críticos): Los puntos críticos de una función se determinan igualando a cero las derivadas parciales. Al resolver el sistema de ecuaciones resultante, se obtienen los valores de x e y que podrían maximizar los ingresos. Concepto (matriz Hessiana) y proposición (criterio de segundo orden): Después de encontrar los puntos críticos, se evalúa la matriz
-------------------------	--	---	--	---	---	---

		manteniendo las otras constantes. Sistema de ecuaciones lineales: Las ecuaciones obtenidas al derivar la función de ingresos y hacer igual a cero las derivadas parciales, con el fin de encontrar los puntos críticos. Matriz Hessiana: es una matriz cuadrada que contiene todas las segundas derivadas parciales de una función multivariable .	alcanza un extremo bajo la restricción $g(x, y) = 0$, entonces existen (x_0, y_0) y un escalar λ tales que: $\nabla f(x_0, y_0) = \lambda \nabla g(x_0, y_0)$, $g(x_0, y_0) = 0$.	los puntos críticos. Resolver el sistema de ecuaciones: El sistema de ecuaciones generado por las derivadas parciales igualadas a 0 se resuelve para obtener los valores de x e y que maximizan $R(x, y)$. Evaluar de la matriz Hessiana: Se calculan las segundas derivadas parciales de $R(x, y)$ y se forma la matriz Hessiana: Método de Lagrange: Construir la función $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$ Calcular las derivadas parciales: L_x, L_y y L_λ Resolver el sistema $L_x = 0, L_y = 0, g(x, y) = 0$. Evaluar si el punto hallado corresponde a máximo o mínimo según la situación problema.		Hessiana para confirmar si el punto es un máximo. Si la Hessiana es negativa definida en el punto crítico, entonces se garantiza que los ingresos totales alcanzan un máximo en ese punto. Concepto (multiplicadores de Lagrange) y Proposición (condición $\nabla f = \lambda \nabla g$) Un extremo bajo restricción se obtiene cuando los gradientes de la función y de la restricción son paralelos.
--	--	---	---	--	--	--

PD2 1.2), FD2 1.2)	Inferir el comportamiento de una función a partir de la representación gráfica de su derivada.	Función: una función $f(x)$ es una regla que asigna a cada valor de x un único valor $f(x)$. Derivada de primer orden: la derivada de una función indica la pendiente de su gráfica. Puntos críticos: Los puntos en los que la derivada se anula ($f'(x)=0$) indican máximos, mínimos o puntos de inflexión en $f(x)$. Crecimiento y decrecimiento: Si $f'(x)>0$, la función $f(x)$ está creciendo; si $f'(x)<0$ está decreciendo. Concavidad: La concavidad de la función se puede analizar a través de la derivada primera. Si $f'(x)$ es creciente, $f(x)$ es cóncava hacia arriba, y si $f'(x)$ es decreciente, $f(x)$ es	Relación entre $f(x)$ y $f'(x)$: Si $f'(x)$ cambia de positivo a negativo, $f(x)$ tiene un máximo local; si cambia de negativo a positivo, $f(x)$ tiene un mínimo local. Criterios de crecimiento/decrecimiento: o: Si $f'(x)>0$, la función $f(x)$ es creciente en ese intervalo. Si $f'(x)<0$, la función $f(x)$ es decreciente.	Observar los puntos donde la gráfica de $f'(x)$ corta el eje x (es decir, donde $f'(x)=0$). La gráfica de $f(x)$ tiene puntos donde la pendiente es cero en sus máximos o mínimos. Verificar si $f'(x)$ cambia de signo en esos puntos (de positivo a negativo para máximos, de negativo a positivo para mínimos). Análisis de crecimiento/decrecimiento: o: Comparando los tramos donde las gráficas crecen o decrecen, se identifica cuál es la función y cuál su derivada. Si una gráfica está creciendo, la otra debe ser positiva, y si está decreciendo, la otra debe ser negativa.	Simbólico: $f(x)$, $f'(x)$ Verbal: “cambio de signo”, “punto crítico”, “máximo relativo”, “mínimo relativo”. Pendiente”, “creciente”, “decreciente” Gráfico: 	Concepto (máximos y mínimos relativos) – Proposición (derivada de primer orden). La primera derivada indica la presencia de extremos. Concepto (derivada de primer orden) y proposición (criterio de crecimiento y decrecimiento). Si $f'(x)$ es positiva, $f(x)$ está creciendo. Si es negativa, $f(x)$ está decreciendo.
---------------------------------------	---	---	--	--	--	---

		cónica hacia abajo.				
PD2 2.1) b) FD1 2.1)	Hallar la ecuación de una recta/vector utilizando representaciones vectoriales y paramétricas.	Ecuación vectorial de una recta: la ecuación de una recta en el espacio puede escribirse en la forma $r(t)=r_0+tv$ donde r_0 es un punto de la recta y v es un vector director paralelo a la recta. La recta tangente a una curva es la recta que toca la curva en un punto específico y tiene la misma dirección que la curva en ese punto. La derivada de una función vectorial describe la tasa de cambio del vector en el espacio con respecto al parámetro t, y su dirección es la de la tangente a la curva descrita por la función en cada punto. Vector	Dos o más rectas son paralelas si tienen la misma pendiente y nunca se intersectan, manteniendo siempre una distancia constante entre ellas (no coincidentes). Dado que la nueva recta es paralela a L, su vector director será el mismo que el de L. Perpendicularidad de vectores: dos vectores son perpendicular es si su producto escalar es cero. Propiedad del vector unitario: Un vector es unitario si su norma es igual a 1. Se normaliza dividiendo el vector por su magnitud.	Para hallar una recta paralela a otra: 1-Determinar el vector director de la recta L a partir de sus ecuaciones paramétricas. 2- Usar el punto (x,y,z) y el vector director para escribir la ecuación vectorial de la recta. Para hallar la recta tangente a una curva: 1-Derivar $r(t)$ para obtener el vector tangente $r'(t)$. 2- Evaluar $r'(t)$ en $t=t_0$ para hallar el vector director de la recta tangente. 3- Usar el punto dado y el vector tangente para escribir la ecuación paramétrica de la recta tangente. Para hallar un vector unitario	Simbólico: $r(t), v, t \in \mathbb{R}, r_0, r'(t), t \in \mathbb{R}, v, w, i, j, k, \times, u ,$ $v \times w = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -4 & -3 \\ -1 & 2 & 2 \end{vmatrix}$ Verbal: “recta paralela”, “ecuación vectorial”, “vector director”, “recta tangente”, “vector tangente”, “derivada vectorial”, “vector unitario”, “perpendicularidad”, “plano”, “magnitud”.	Concepto (ecuación vectorial de una recta) – Proposición (dos o más rectas son paralelas si...). Si dos rectas son paralelas tendrán el mismo vector director. Concepto (recta tangente) – Proposición (derivada vectorial). La derivada de una función vectorial proporciona el vector tangente que define la dirección de la recta tangente. Concepto (producto vectorial) y proposición (perpendicularidad de vectores). El producto vectorial entre dos vectores genera un tercer vector perpendicular al plano que contiene a los vectores originales.

		unitario: Un vector cuya magnitud es igual a 1. Producto vectorial (o cruz): Operación entre dos vectores que da como resultado un tercer vector perpendicular a ambos. Magnitud de un vector: Longitud del vector, calculada como la raíz cuadrada de la suma de los cuadrados de sus componentes. Plano definido por dos vectores: Espacio geométrico bidimensional determinado por dos vectores linealmente independientes.		perpendicular a un plano: Calcular el producto vectorial: Se calcula el producto vectorial de $\mathbf{v}$ y $\mathbf{w}$ para encontrar un vector perpendicular al plano que contiene ambos vectores. 2- Normalizar el vector: Una vez obtenido el vector perpendicular, se calcula su magnitud $\ \mathbf{u}\$ y se divide cada componente por dicha magnitud para obtener el vector unitario. Verificar la perpendicularidad: Asegurar que el vector obtenido es perpendicular verificando que su producto escalar con los vectores $\mathbf{v}$ y $\mathbf{w}$ sea cero.		Concepto (magnitud de un vector) y Procedimiento (Normalizar el vector): Para que el vector perpendicular sea unitario, se normaliza dividiendo por su magnitud, de modo que $\ \mathbf{u}\ =1$. Este procedimiento garantiza que el vector resultante no solo es perpendicular, sino que también tiene longitud 1.
PD2 4), FD1 4)	Determinar la dirección en la cual una función aumenta más rápidamente	Gradiente de una función: El gradiente es un vector que apunta en la	1. La dirección de mayor crecimiento de una función	1. Calcular las derivadas parciales de la función dada respecto a las	Simbólico: $\nabla f(x,y) = (\partial f / \partial x, \partial f / \partial y)$ Verbal: “gradiente”,	Concepto (Gradiente) – Procedimiento (calcular las

	y hallar esa razón de cambio.	dirección de mayor crecimiento de la función y cuya magnitud representa la tasa máxima de cambio en ese punto. Un vector perpendicular a una superficie es un vector que forma un ángulo de 90 grados (o $\pi/2$ radianes) con la superficie en un punto determinado.	$f(x,y)$ es dada por el gradiente $\nabla f(x,y)$ 2. El gradiente $\nabla f(x,y)$ se define como el vector compuesto por las derivadas parciales de f con respecto a x e y .	variables independientes. 2. Evaluar el gradiente en el punto dado y hallar la magnitud del vector resultante.	“derivadas parciales”, “dirección de mayor crecimiento”.	derivadas parciales) El gradiente proporciona la dirección de máximo cambio ya que cada componente del gradiente indica la tasa de variación de la función respecto a cada variable (cómo cambia f al moverse ligeramente en la dirección de x o y).
FD2 3.2)	Hallar una curva de nivel y un vector perpendicular a la misma.	Función de dos variables: Una función $f(x,y)$ asigna un valor a cada par ordenado (x,y) . Curva de nivel: Es el conjunto de puntos en el plano donde la función $f(x,y)$ toma un valor constante Gradiente: El gradiente $\nabla f(x,y)$ es un vector que indica la dirección de máximo crecimiento de la función. Es perpendicular a las curvas de nivel en	Curvas de nivel: Si $f(x,y)=c$ entonces c es constante y describe una curva en el plano xy . Perpendicularidad del gradiente: El gradiente de $f(x,y)$ en un punto es perpendicular a la curva de nivel en ese punto.	Determinar el nivel correspondiente Calcular el valor de z asociado a un punto o condición dada Calcular el gradiente: El gradiente de $f(x,y)$ es $\nabla f(x_0, y_0) = (derivada de f respecto de x), derivada de f respecto de y)$ Bosquejar la curva de nivel y el vector perpendicular.	Simbólico: $f(x,y)=x^2+4y^2$, $x^2+4y^2=4$, $\nabla f(x,y)$ Verbal: Se utilizan expresiones como “curva de nivel”, “gradiente”, “vector perpendicular”, y “bosquejo” para describir los conceptos y procedimientos. Gráfico: Representación de la curva de nivel (elipse) y el vector perpendicular.	Concepto (gradiente) y proposición (perpendicularidad del gradiente): el gradiente indica la dirección de cambio máximo de la función y es ortogonal a la curva donde la función no cambia.

		un punto dado. Vector perpendicular: Un vector que forma un ángulo de 90 grados con la curva de nivel en un punto dado.				
FD2 4.1)	Hallar el plano tangente a una superficie en un punto dado.	Plano tangente: Aproximación lineal de una superficie en un punto. Gradiente: Vector perpendicular a la superficie en un punto. Derivadas parciales: Tasas de variación de la función respecto de cada variable	Perpendicularidad del gradiente: En $z = f(x, y)$, el gradiente es normal a la superficie. Aproximación lineal: El plano tangente es la mejor aproximación local de la superficie.	Calcular las derivadas parciales f_x y f_y de la función $f(x, y)$ Evaluar el gradiente en el punto dado: $\nabla f(x_0, y_0) = (f_x(x_0, y_0), f_y(x_0, y_0))$. Utilizar el gradiente como vector normal a la superficie en el punto. Construir la ecuación del plano tangente mediante: $z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$	Simbólico: $\nabla f, f_x, f_y,$ $z - z_0 = f_x(x_0, y_0)(x - x_0) + f_y(x_0, y_0)(y - y_0)$ Verbal: “plano tangente”, “gradiente”, “vector normal”, “aproximación lineal”.	Concepto (gradiente) – Proposición (perpendicularidad): El gradiente evaluado en un punto es perpendicular a las curvas de nivel y, por lo tanto, actúa como vector normal a la superficie en ese punto. Concepto (plano tangente) – Procedimiento (evaluar derivadas parciales): La ecuación del plano tangente se obtiene reemplazando las derivadas parciales evaluadas en el punto en la fórmula estándar, lo que produce la mejor aproximación lineal local de la superficie.

Tabla 18. Configuración epistémica. Significados evaluados – Calculo Diferencial**Prácticas Matemáticas Puestas en Juego**

El análisis de las actividades vinculadas a Cálculo Diferencial revela una serie de prácticas matemáticas, que se detallan y describen a continuación.

- **Modelización de situaciones problemáticas en contextos extra matemáticos:**
 - Traducir problemas contextuales, como la optimización de costos o el diseño de corrales, en términos matemáticos, utilizando variables y funciones apropiadas.
- **Análisis de funciones en una y varias variables:**
 - Identificar y analizar el comportamiento local de funciones de una y varias variables en puntos específicos.
 - Calcular derivadas parciales y gradientes para entender el crecimiento o decrecimiento en diferentes direcciones.
- **Optimización de funciones:**
 - Utilizar técnicas de optimización (con o sin restricciones) para resolver problemas ingenieriles, como la optimización de recursos o la eficiencia de un sistema.
 - Aplicar el teorema de Lagrange en la resolución de problemas con restricciones, determinando puntos óptimos en escenarios reales.
- **Interpretación gráfica y simbólica:**
 - Interpretar gráficos que representan el comportamiento de funciones de varias variables para analizar máximos, mínimos y puntos de inflexión.
 - Desarrollar una comprensión visual de curvas de nivel y su relación con las propiedades de las funciones.
 - Identificar la representación gráfica de la ecuación vectorial de una recta en el espacio tridimensional.
 - Analizar gráficamente el comportamiento de la recta tangente a una curva.
 - Visualizar la magnitud y dirección de vectores en el contexto de rectas y planos.
 - Cálculo de ecuaciones de rectas:
 - Hallar la ecuación de la recta utilizando tanto representaciones vectoriales como paramétricas.
 - Derivar la ecuación de la recta tangente a partir de la función vectorial.
- **Uso de propiedades de vectores:**
 - Aplicar propiedades de paralelismo y perpendicularidad de vectores en la resolución de problemas geométricos.

- Normalizar un vector para obtener un vector unitario y verificar la perpendicularidad entre vectores mediante el producto escalar.
- **Cálculo del gradiente:**
 - Calcular las derivadas parciales para determinar la dirección de máximo crecimiento de funciones de varias variables.
 - Evaluar el gradiente en puntos específicos para analizar su magnitud y dirección.
- **Análisis de curvas de nivel:**
 - Definir curvas de nivel para funciones de dos variables y determinar la relación entre el gradiente y estas curvas.
 - Generalización de patrones:
 - Establecer relaciones entre las propiedades de vectores y su representación gráfica en el espacio.
 - Generalizar el concepto de gradiente como un vector que indica la dirección de mayor aumento de una función.
- **Uso de lenguaje técnico:**
 - Emplear un lenguaje simbólico, gráfico y verbal para describir conceptos matemáticos, facilitando la comunicación de ideas y procedimientos.

Objetos Matemáticos Identificados

Conceptos:

Los conceptos clave asociados al cálculo diferencial, tanto en funciones de una variable como en funciones de varias variables, son centrales en las actividades analizadas.

En el caso unidimensional, nociones como derivada, pendiente, crecimiento, decrecimiento y extremos relativos resultan fundamentales para interpretar gráficamente el comportamiento de una función y establecer sus características principales.

En el marco multivariable, las derivadas parciales y los gradientes adquieren un rol decisivo para comprender cómo las funciones de dos o más variables se comportan y cómo pueden aplicarse en contextos ingenieriles.

La ecuación vectorial de una recta es fundamental para describir rectas en el espacio tridimensional, permitiendo modelar trayectorias y relaciones espaciales con precisión.

Asimismo, la recta tangente, otro concepto central, es esencial para comprender el comportamiento de una curva en un punto específico, ya que proporciona información

sobre la pendiente y la dirección de la curva en ese instante. En este contexto, el gradiente se vuelve clave para determinar la dirección de máximo crecimiento de una función y su relación con las curvas de nivel, ayudando a visualizar cómo cambian los valores de la función en diferentes direcciones.

Además, se observa la importancia de las restricciones en problemas de optimización, destacando el uso de multiplicadores de Lagrange. La interacción entre estos conceptos permite resolver problemas complejos de manera más eficiente.

Propiedades:

Entre las propiedades matemáticas involucradas en las actividades analizadas se incluyen tanto las asociadas a funciones de una variable como las correspondientes a funciones de varias variables. En el caso unidimensional, resultan fundamentales el crecimiento y decrecimiento, la identificación de puntos críticos mediante la anulación de la derivada, los cambios de signo de la derivada, y los criterios que permiten determinar máximos y mínimos locales. Estas propiedades son esenciales para interpretar el comportamiento global de una función a partir de su derivada.

En el marco multivariable, cobran relevancia la continuidad y diferenciabilidad de funciones de varias variables, la existencia de máximos y mínimos locales, así como el comportamiento de las curvas de nivel. Las propiedades de las derivadas parciales y su relación con los extremos locales son esenciales para justificar los resultados obtenidos en las actividades propuestas.

Las propiedades de paralelismo y perpendicularidad ocupan un rol central en el establecimiento de relaciones entre vectores y su representación en el espacio, facilitando la comprensión de cómo interactúan en diversas aplicaciones. La magnitud de un vector es otra de las propiedades que se destacan, la cual para normalizar vectores y garantizar su uso como vectores unitarios en cálculos y representaciones gráficas.

Procedimientos:

Los procedimientos involucrados en las actividades analizadas incluyen tanto técnicas asociadas a funciones de una variable como métodos propios de funciones de varias variables. En el caso unidimensional, son fundamentales la derivación de funciones, la identificación de puntos críticos mediante la ecuación $f'(x) = 0$, el análisis de cambios de signo de la derivada y la determinación de intervalos de crecimiento y decrecimiento, procedimientos necesarios para caracterizar el comportamiento global de la función.

En el marco multivariable, los procedimientos incluyen el cálculo de derivadas parciales, la determinación de gradientes y la optimización de funciones con y sin restricciones. El cálculo de derivadas parciales es necesario para obtener el gradiente y analizar el crecimiento de funciones multivariables, permitiendo la comprensión de cómo las variables influyen en el comportamiento de la función.

Otro procedimiento destacado es la normalización de vectores que asegura que los vectores utilizados sean unitarios, manteniendo la coherencia en los cálculos y facilitando la interpretación de resultados en contextos geométricos y físicos.

Lenguaje:

El lenguaje matemático cumple un rol importante en los exámenes analizados, expresándose de diferentes formas.

Lenguaje Simbólico: Se utilizan notaciones precisas, como $r(t)$ para funciones paramétricas, $\nabla f(x,y)$ para el gradiente y $\|u\|$ para la magnitud de un vector. Además, se emplea notación matemática estándar, como $\partial f / \partial x$ para derivadas parciales.

Lenguaje Gráfico: Involucra la representación gráfica de rectas, vectores, gradientes y curvas de nivel. Las representaciones gráficas, como las curvas de nivel y las superficies tridimensionales, son esenciales para la interpretación de los problemas y sus soluciones.

Lenguaje Verbal: Se emplea en expresiones como “vector director”, “tasa de cambio”, “curva de nivel” y “producto vectorial.” El lenguaje verbal es clave para la explicación y discusión de los conceptos matemáticos y sus aplicaciones en contextos de ingeniería, con frases como “optimizar el recurso en función de las restricciones impuestas” o “determinar los puntos críticos de la función.”

Argumentos:

El análisis de enunciados en los exámenes revela la estructura y los conceptos matemáticos fundamentales que se evalúan. Se observa una clara referencia al dominio de funciones, donde las condiciones para su determinación incluyen la no anulación del denominador en funciones racionales, el argumento positivo en funciones logarítmicas y la restricción del radicando en raíces cuadradas.

Además, se destaca la importancia de la continuidad en funciones a trozos, que requiere que los límites laterales coincidan con el valor de la función en un punto

específico. Las derivadas juegan un papel crucial, donde la regla de la cadena y la regla del producto son herramientas esenciales para calcular tasas de cambio.

El concepto de puntos críticos, obtenido al igualar a cero las derivadas parciales, es fundamental en la identificación de máximos y mínimos locales, confirmados a través de la evaluación de la matriz Hessiana. Asimismo, la relación entre la pendiente de la tangente y la recta normal se aborda mediante la inversa negativa de sus pendientes.

Finalmente, el uso del gradiente se analiza no solo como indicador de la dirección de máximo cambio, sino también por su perpendicularidad a las curvas de nivel, un aspecto esencial en el contexto de la optimización y la interpretación geométrica de funciones.

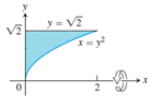
E2: Cálculo integral (Anexo 5)

El presente estudio se centra en el análisis de los exámenes de Cálculo Integral de la asignatura Matemática II, considerando tanto los parciales (PI1 Y PI2 – Anexo 5) como los finales (FI1 Y FI2 – Anexo 5). Las actividades propuestas en estos exámenes cubren aspectos esenciales del cálculo integral, tales como las propiedades de la integral definida, el cálculo de derivadas a partir de integrales, y sus aplicaciones en la determinación de volúmenes y áreas. Además, incluyen el estudio de campos vectoriales, la transformación de coordenadas y la aplicación de teoremas fundamentales.

Asimismo, se abordan problemas que involucran la modelización de procesos como la desintegración radiactiva y la evaluación de series, permitiendo a los estudiantes conectar conocimientos teóricos con situaciones aplicadas más allá del ámbito estrictamente matemático.

El análisis de cada actividad se organiza en tablas que desglosan los objetos primarios matemáticos: conceptos, propiedades, procedimientos, lenguajes y argumentos. Se destaca cómo los conceptos y propiedades se definen en el contexto de las consignas planteadas, y cómo los argumentos articulan y conectan los distintos objetos matemáticos. Tanto los parciales como los finales están compuestos por cinco consignas cada uno; sin embargo, algunas de ellas presentan similitudes y contienen los mismos objetos primarios, por lo que, para evitar repeticiones innecesarias, no se vuelven a considerar en el análisis. A continuación, se presentan la Tabla 19 con el análisis detallado de cada examen, lo que permite una comprensión integral de los objetos matemáticos involucrados en la resolución de las consignas.

Enunciado/s	Situación problema	Conceptos	Proposiciones/Propiedades	Procedimientos	Lenguaje	Argumentos
PI1. 1) a)	Calcular la integral utilizando propiedades	Integral definida: representa el área bajo una curva en un intervalo.	Funciones integrables: Toda función continua en un intervalo $[a,b]$ es integrable en dicho intervalo. Linealidad de la integral: $\int (af(x) + bg(x)) dx = a \int f(x) dx + b \int g(x) dx.$ Propiedad de la constante: $\int kf(x) dx = k \int f(x) dx.$	Aplicar la propiedad de la linealidad. Utilizar la información dada para evaluar el primer término e integrar el segundo.	Simbólico: $\int f(x) dx$ Verbal: “área bajo la curva”, “linealidad”	Concepto (integral definida) y propiedades (linealidad y de la constante). Las propiedades permiten descomponer la integral original en términos más manejables.
PI1. 1) b)	Resolver la integral conociendo el valor promedio.	Integral definida: representa el área bajo una curva en un intervalo. Valor promedio de una función: es el promedio de los valores que una función toma en un intervalo.	Funciones integrables: Toda función continua en un intervalo $[a,b]$ es integrable en dicho intervalo.	Reorganizar la fórmula de valor promedio para calcular la integral: $\int -24f(x) dx = (\text{valor promedio}) \times (b-a).$ Sustituir valores conocidos.	Simbólico: $\frac{1}{b-a} \int f(x) dx$ Verbal: “valor promedio”.	Concepto (integral definida) – Concepto (valor promedio) La integral se relaciona con el valor promedio de la función mediante la fórmula que conecta ambos conceptos, lo que permite calcular el área total bajo la curva.
PI1. 2) FI2. 4)	Hallar la derivada de una función dada a través de una integral.	La derivada es un operador que permite hallar la razón de	Regla de Leibniz: $\frac{d}{dx} \int_{a(x)}^{b(x)} f(t) dt = f(b(x))b'(x) - f(a(x))a'(x).$	Aplicar regla de Leibniz	Simbólico: $G'(x)$ $F(x) = \int_1^{x^2} e^{t^2} dt$ Verbal: “teorema	Conceptos (derivada) procedimiento (aplicar regla de

		cambio instantánea de una cantidad. Teorema fundamental del cálculo: permite derivar una integral con límites dependientes de la variable.			fundamental del cálculo”, “regla de Leibniz”.	Leibniz) El concepto de derivada se relaciona con la regla de Leibniz para derivadas de integrales con límites variables, lo que permite obtener $G'(x)$.
PI1. 3)	Calcular el volumen del sólido de revolución.	Volumen de un sólido de revolución: el volumen generado al girar una curva alrededor de un eje.	Método de los discos: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$.	Identificar la curva que define la región sombreada Aplicar el método de los discos para calcular el volumen.	Simbólico: $V = \pi \int_a^b [f(x)]^2 dx$. Gráfico: 	Concepto (Volumen de revolución) y procedimiento (aplicar el método de los discos) El volumen se calcula mediante el método de los discos , donde el área de cada disco se obtiene integrando la función que describe la curva.
PI1. 4) FI1. 1)	Hallar el área de la región limitada por curvas.	Integral definida: representa el área bajo una curva en un intervalo. Área entre curvas: Representa la cantidad de espacio encerrado entre dos curvas.	Fórmula para el área entre dos curvas: $\int_a^b [f(x) - g(x)] dx$. Teorema de Fubini: Si una función es continua en una región rectangular o acotada, se puede intercambiar el orden de integración	Identificar y/o graficar la región R. Determinar los puntos de intersección Usar la fórmula para calcular el área entre la recta y la parábola. Usar la fórmula para	Verbal: “puntos de intersección”, “área encerrada”. Simbólico: $\int [f(x) - g(x)] dx$ $A = \frac{1}{2} \int x dy - y dx$ Gráfico: representación de la región.	Conceptos (Integral definida, área bajo una curva) El concepto de área se relaciona con la integral definida entre dos curvas, donde se calcula la diferencia de alturas para obtener el área.

		La integral doble $\iint_R xy \, dA$ se define como la suma acumulativa del producto xy sobre la región R en el plano. Integral de línea: Representa la suma de los productos escalares de un campo vectorial a lo largo de una curva en el espacio.	sin alterar el resultado de la integral. Teorema de Green: relaciona una integral de línea con una integral doble sobre una región plana. Condiciones de aplicabilidad de Green: la curva C debe ser cerrada y la región R simplemente conexa.	el área: $A = \int_a^b (f(x) - g(x)) \, dx$ o, alternativamente, en términos de y. Verificar si se cumplen las condiciones para aplicar Green. Convertir la integral doble en una de línea y resolverla.		Concepto (Integral de línea) y proposición (Teorema de Green) y procedimiento (convertir una integral de línea en una de superficie y resolverla). El área entre curvas se determina mediante una integral definida, en la cual se calcula la diferencia entre las funciones en el intervalo establecido. Si se cumplen las condiciones del teorema de Green, esta integral definida puede transformarse en una integral de línea. Concepto (Integral doble), proposición (Teorema de Fubini) y procedimiento (usar la fórmula de área). Si la función es continua en la región de
--	--	---	---	--	--	--

						integración, se puede aplicar el Teorema de Fubini, permitiendo intercambiar el orden de integración sin afectar el resultado.
PI1. 5)	Calcular la integral doble sobre una región utilizando el cambio de coordenadas adecuado.	El recinto de integración se refiere a la región del espacio sobre la cual se realiza la integración en el contexto de integrales múltiples, como las integrales dobles o triples. La integral doble $\iint_R xy \, dA$ se define como la suma acumulativa del producto xy sobre la región R en el plano. Coordenadas polares: transformación de coordenadas cartesianas a polares para simplificar la integral.	Recintos acotados y no acotados: El recinto puede estar delimitado por funciones que generan una región cerrada (acotada) o puede extenderse indefinidamente (no acotada). Cambio de variables: usar coordenadas polares, donde $x = r \cos\theta$, $y = r \sin\theta$. Jacobiano: factor de escala al cambiar de coordenadas	Representar gráficamente la región R. Identificar el cambio de variables adecuado Calcular la integral usando coordenadas polares.	Simbólico: $\iint f(x,y) \, dA$ Verbal: “Integral doble”, “cambio de coordenadas”, “Recinto de integración”. Gráfico: región R	Conceptos (coordenadas polares) y procedimientos (aplicar coordenadas polares para calcular la integral) Al usar coordenadas polares, se transforma la integral a una forma más manejable y se aprovechan las simetrías de la región R para simplificar los límites de integración.
PI2. 1) FI1. 2) FI2.	Calcular el trabajo realizado por una fuerza sobre una	Integral de línea: Representa la suma de los productos	Condiciones de aplicabilidad de Green: la curva C	Graficar la región R . Parametrizar la curva.	Simbólico: $\int_C \mathbf{F} \cdot d\mathbf{r}$ Gráfico: curva C y	Concepto (Integral de línea, teorema de Green) y

3)	partícula que sigue una determinada trayectoria.	escalares de un campo vectorial a lo largo de una curva en el espacio. Campo vectorial: representación de fuerzas en el espacio. Teorema de Green: relaciona una integral de línea con una integral doble sobre una región plana.	debe ser cerrada y la región R simplemente conexa.	Sustituir la parametrización en el campo de fuerzas y en el diferencial de desplazamiento para evaluar la integral. Calcular la integral de línea. Verificar si se cumplen las condiciones para aplicar Green. Si es posible, convertir la integral de línea en una integral doble y resolverla.	región R, Verbal: “teorema de Green”.	procedimiento (convertir una integral de línea en una de superficie y resolverla). El trabajo se calcula mediante una integral de línea o utilizando el teorema de Green al cumplir las condiciones de aplicabilidad, lo que podría facilitar el cálculo convirtiéndolo en una integral doble.
PI2. 2)	2. Calcular el volumen de la región acotada por superficies.	Las integrales triples son un tipo de integral múltiple que se utilizan para calcular el volumen de una región en el espacio tridimensional. Volumen bajo una superficie: se calcula integrando la diferencia de las funciones que definen las	Coordenadas cilíndricas: son utilizadas para parametrizar superficies con simetría circular, donde $x^2 + y^2 = r^2$.	Identificar y/o graficar las superficies dadas. Transformar de coordenadas cartesianas a coordenadas cilíndricas para simplificar el cálculo de la integral. Calcular el volumen. Resolver la integral $V = \int_0^{2\pi} \int_0^2 \int_{r^2}^4 r \, dz \, dr \, d\theta$	Simbólico: $V = \iiint dz$ Gráfico: región delimitada por las superficies. Verbal: “coordenadas cilíndricas”.	Conceptos (volumen, integrales triples), proposición (coordenadas cilíndricas) y procedimiento (transformar a coordenadas cilíndricas). El volumen de la región se calcula mediante una integral triple. La transformación a coordenadas

		superficies.				cilíndricas simplifica el cálculo al aprovechar la simetría de las superficies.
PI2. 3) FI1. 3) FI2. 1)	Hallar el flujo de un campo a través de una superficie	Las integrales de superficie son una generalización de las integrales dobles que se utilizan para calcular el valor de una función en una superficie bidimensional en el espacio tridimensional. Flujo de un campo vectorial: mide cuánto de un campo atraviesa una superficie. Superficie cilíndrica: la ecuación define un cilindro en el espacio.	Teorema de la divergencia: relaciona el flujo de un campo a través de una superficie cerrada con una integral triple sobre el volumen encerrado por la superficie.	Graficar la región R. Identificar las integrales de superficie. Resolver las integrales de superficie. Verificar si la superficie y el campo cumplen las condiciones para aplicar el teorema de la divergencia. En caso afirmativo, convertir el flujo en una integral triple y resolverla.	Simbólico: $\iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{A}$, $\nabla \cdot \mathbf{F} \cdot \iint_S \mathbf{F} \cdot d\mathbf{S} = \iiint_V (\nabla \cdot \mathbf{F}) dV$ Gráfico: superficie cilíndrica y límites de integración, Verbal: “teorema de la divergencia”.	Concepto (integral de superficie), proposición (Teorema de la divergencia) y procedimiento (resolver las integrales de superficie) El flujo del campo se calcula aplicando el teorema de la divergencia, si es posible, lo que simplifica el cálculo al convertirlo en una integral triple sobre el volumen definido.
PI2. 4) FI1. 5) FI2. 2)	Problema modelizado por ecuaciones diferenciales preestablecidas	Modelo matemático: formulación en términos de ecuaciones, funciones, matrices, algoritmos, u otras estructuras matemáticas, que	La propiedad de proporcionalidad se refiere a la relación entre dos magnitudes o variables que varían de manera que su cociente	Plantear la ecuación diferencial según la ley de enfriamiento. Usar los datos iniciales para determinar la constante k	Simbólico: Ecuación diferencial: $\frac{dT}{dt} = -k(T - T_{\text{ambiental}})$. Solución general: $T(t) = T_{\text{ambiental}} + (T_0 - T_{\text{ambiental}})e^{-kt}$. $dMdt = -kM$, $M(t) = M_0 e^{-kt}$. Verbal: “ley de enfriamiento de Newton”. “decaimiento”, “tasa de”	Conceptos (Modelo), y proposición (exponencialidad): El comportamiento del enfriamiento de objetos se ajusta a modelos exponenciales

		representa una situación real o hipotética Ley de enfriamiento de Newton: el cambio de temperatura de un objeto es proporcional a la diferencia entre su temperatura y la del entorno. Decaimiento radiactivo: Proceso de reducción de la masa de un material radiactivo, caracterizado por una constante de proporcionalidad. Ecuación diferencial: Representación matemática que describe cómo cambia la masa en función del tiempo.	se mantiene constante. Propiedad de Enfriamiento Exponencial: La tasa de enfriamiento es proporcional a la diferencia entre la temperatura del objeto y la temperatura ambiente. Existencia y Unicidad: La solución está garantizada bajo condiciones iniciales bien definidas. Exponencialidad: Las funciones que modelan la desintegración radiactiva y la eliminación de medicamentos son exponenciales.	Resolver la ecuación para encontrar el tiempo en que la temperatura será 40°C.		s, expresados a través de la Ley de Newton y permite calcular el tiempo necesario para alcanzar la temperatura deseada. Conceptos (Modelo) y proposición (exponencialidad y decaimiento radiactivo): El comportamiento de la desintegración radiactiva y la concentración de medicamentos se ajustan a modelos exponenciales.
PI2.5)	Calcular el área de una superficie.	Área de una superficie: integral que calcula el área de una superficie en un espacio tridimensional.	Coordenadas cilíndricas: simplifica el cálculo al utilizar la simetría de las ecuaciones.	Graficar las superficies dadas. Transformar a coordenadas cilíndricas	Simbólico: $\iint_S \sqrt{1 + \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2} dA$ Gráfico: cono y cilindro, Verbal: “coordenadas cilíndricas”.	Concepto (área de una superficie), propiedad (coordenadas cilíndricas) y procedimiento

				Aplicar la fórmula del área de la superficie para calcular el área en el primer octante, limitado por el cilindro.		(transformar a coordenadas cilíndricas). El área de la superficie se calcula mediante una integral que utiliza el cambio a coordenadas cilíndricas, lo que simplifica el cálculo debido a la simetría de la superficie.
FI1 4) FI2 5)	Analizar convergencia de series.	Convergencia de series: Una serie converge si la suma de sus términos tiende a un número finito a medida que se suman más términos. Criterios de convergencia: Métodos que permiten evaluar si una serie converge o diverge, como el criterio de comparación o el de la razón.	Criterio del cociente: Para determinar la convergencia de una serie de términos positivos, se puede aplicar el criterio del cociente, que evalúa el límite del cociente entre términos sucesivos de la serie. Serie geométrica: Una serie geométrica infinita tiene la forma $a+ar+ar^2+\dots$ y converge si $r <1$. Factorial en el denominador: En la primera serie, factorial del	Evaluar el límite de los términos de la serie. Comparar la serie con otra serie conocida que converja o diverja. Aplicar el criterio de la razón o el de comparación según sea necesario. Aplicar el criterio del cociente. Reconocer la serie geométrica como una serie con razón $r=r_0$. Aplicar la fórmula para la suma de una serie	Simbólico: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n!}$ Verbal: “convergencia”, “serie infinita”.	Conceptos (convergencia de series y criterios de convergencia) y procedimiento (comparar series) La relación entre los términos de la serie y una serie de referencia permite aplicar un criterio de convergencia, facilitando el análisis de la serie. Conceptos (convergencia de series y criterio del cociente) y proposición (factorial en el denominador) La primera

			denominador sugiere que los términos decrecen rápidamente, lo que puede llevar a la convergencia .	geométrica $S=a/1-r$. Calcular la suma.		serie converge por el criterio del cociente, ya que los términos decrecen rápidamente debido al crecimiento factorial en el denominador. Conceptos (convergencia de series y criterio de la serie geométrica) La segunda serie es geométrica y converge porque su razón es menor que 1.
--	--	--	--	---	--	--

Tabla 19. Configuración epistémica. Significados evaluados – Calculo Integral

Prácticas Matemáticas Puestas en Juego en Cálculo Integral

A lo largo de los cuatro exámenes analizados, se observan prácticas matemáticas consistentes y variadas que reflejan un enfoque integral en la enseñanza y evaluación del cálculo integral. Estas prácticas abarcan distintos niveles de complejidad y se agrupan en torno a cinco ejes fundamentales:

- **Uso del Lenguaje Matemático Formal**
 - Formulación y resolución simbólica de integrales: Utilizar notación estándar para representar y resolver integrales definidas, integrales de línea, y de superficie. Estas prácticas están presentes en todos los exámenes, destacando el uso riguroso del lenguaje formal para describir propiedades como el teorema fundamental del cálculo y los teoremas de Green y Gauss.
 - Descripción de propiedades y teoremas: Emplear lenguaje simbólico para detallar propiedades de funciones y teoremas relacionados con integrales. Esta práctica se enfatiza en los problemas que requieren justificar los resultados obtenidos a partir de definiciones formales y teoremas matemáticos.

- **Identificación y Clasificación de Funciones**
 - Clasificación de funciones integrables: Identificar características como la continuidad, la linealidad, y la simetría para clasificar funciones en problemas de integración. Esta práctica es recurrente tanto en la integral definida como en las integrales de línea y de superficie.
 - Aplicación de definiciones precisas: En distintos exámenes, los estudiantes aplican definiciones formales para determinar propiedades de las funciones que faciliten el cálculo de integrales y la resolución de problemas geométricos y físicos.
- **Uso de la Integral Definida y Aplicada**
 - Cálculo de áreas y volúmenes: Utilizar la integral definida para calcular el área bajo una curva, así como volúmenes mediante el método de discos y anillos, y en el contexto tridimensional, con integrales dobles y triples. Esta práctica es transversal a todos los exámenes, con énfasis particular en problemas geométricos.
 - Cálculo de trabajo y flujos: En los exámenes más avanzados, se requiere calcular el trabajo realizado por campos vectoriales mediante integrales de línea y el flujo de un campo a través de una superficie utilizando integrales de superficie. Estas prácticas también incluyen el uso del teorema de la divergencia y otros teoremas aplicados.
- **Resolución de Problemas de Geometría y Modelización**
 - Geometría en espacios bidimensionales y tridimensionales: Los estudiantes resuelven problemas que involucran la identificación de límites de integración adecuados, el cálculo de puntos de intersección, y el uso de coordenadas cilíndricas o esféricas para simplificar la resolución de integrales.
 - Modelización de fenómenos físicos: En los exámenes finales, se destacan prácticas que involucran la traducción de problemas físicos (como el decaimiento radiactivo o el flujo de un campo vectorial) a un lenguaje matemático. Esto requiere utilizar ecuaciones diferenciales e integrales para representar y resolver estas situaciones aplicadas.
- **Transformación de Variables**
 - Aplicación de cambios de coordenadas: Los estudiantes realizan cambios de variables utilizando sistemas de coordenadas polares, cilíndricas y esféricas para facilitar la integración en problemas tridimensionales.

- Uso del Jacobiano: En exámenes avanzados, se solicita el cálculo del Jacobiano para justificar el cambio de variables y simplificar los problemas de integración múltiple.

Análisis de Objetos Matemáticos Identificados en Cálculo Integral

Conceptos

Los exámenes iniciales enfatizan las integrales definidas e indefinidas y su aplicación en el cálculo de áreas y volúmenes. En las evaluaciones más avanzadas, estos conceptos se extienden a las integrales de línea y de superficie, así como al uso del teorema fundamental del cálculo y otros teoremas importantes como el teorema de la divergencia y el teorema de Green. A su vez, en el contexto físico, se introducen modelos como el decaimiento radiactivo, que vincula las integrales con fenómenos temporales y espaciales, y el trabajo en campos vectoriales, lo que refuerza la aplicación de estos conceptos a situaciones reales.

Propiedades

Las propiedades que se destacan en todos los exámenes incluyen la linealidad de la integral, que se utiliza para simplificar cálculos tanto en integrales definidas e indefinidas como en integrales de línea y superficie. A medida que avanzan los exámenes, se exploran propiedades más específicas, como las condiciones de aplicabilidad de teoremas como el de Green y la divergencia, que permiten extender las técnicas de integración a contextos tridimensionales. Estas propiedades son esenciales para asegurar la validez y el rigor matemático en la resolución de problemas, facilitando la simplificación y estandarización de las soluciones.

Procedimientos

Los procedimientos evaluados en los distintos exámenes reflejan una progresión en la complejidad de las técnicas de integración utilizadas. En los exámenes iniciales, se aplican técnicas básicas como la integración por partes y el cambio de variables para resolver integrales definidas e indefinidas. En los exámenes posteriores, los estudiantes deben enfrentar problemas más complejos que involucran la integración de línea, la integración de superficie y la resolución de ecuaciones diferenciales asociadas a fenómenos como el decaimiento radiactivo. Además, se destacan procedimientos avanzados como el cálculo de integrales triples mediante cambios de coordenadas, lo cual es crucial en la resolución de problemas en contextos tridimensionales.

Lenguaje

El lenguaje matemático, tanto simbólico como gráfico y verbal, es central en la formulación y resolución de problemas. El uso de notaciones precisas para las integrales y los teoremas facilita la comunicación y claridad en los procedimientos. La representación gráfica de curvas, superficies y campos vectoriales es esencial para visualizar fenómenos como el flujo a través de una superficie o el trabajo realizado por un campo de fuerzas. Las expresiones verbales como “área bajo la curva”, “volumen de sólidos de revolución” o “flujo a través de la superficie” son utilizadas para contextualizar y explicar los resultados obtenidos, conectando el lenguaje técnico con aplicaciones concretas.

Argumentos

Los argumentos evaluados a lo largo de los exámenes están fundamentados en la aplicación de modelos teóricos para traducir situaciones físicas o geométricas a términos matemáticos. Los estudiantes deben justificar sus procedimientos utilizando teoremas clave como el teorema fundamental del cálculo, el teorema de Green y el teorema de divergencia, asegurando la validez de los resultados obtenidos. Estos argumentos conectan el razonamiento matemático con aplicaciones prácticas en física e ingeniería, como el cálculo de flujos, el trabajo realizado por fuerzas y el decaimiento radiactivo. En todos los casos, las soluciones se interpretan no solo desde un punto de vista matemático, sino también en función de los fenómenos modelados.

8.3.4. Análisis de resultados

El análisis de los exámenes de cálculo diferencial muestra que las actividades evaluativas se centran en la interpretación gráfica de funciones y el uso de la derivada como herramienta para analizar el comportamiento local. Se observa un enfoque significativo en el cálculo de tasas de cambio, la formulación de ecuaciones de tangentes y normales, y la aplicación de las reglas de derivación. Estas actividades, a menudo contextualizadas, evidencian un significado institucional que relaciona la derivada no solo con la manipulación algebraica, sino también con su capacidad de modelización en situaciones en contextos extra matemáticos.

Por otro lado, el análisis de los exámenes de cálculo integral resalta la aplicación de la integral en el cálculo de flujos y trabajo, así como la utilización de los teoremas de Green, Stokes y Gauss. Estas herramientas son esenciales para modelar fenómenos físicos y biológicos en el ámbito de la ingeniería. Sin embargo, aunque el enfoque es técnico y

orientado a la resolución de problemas, se encuentra una falta de conexión explícita con la interpretación gráfica y la visualización de los resultados, lo que podría limitar la comprensión integral de los conceptos.

Ambos enfoques presentan similitudes, como la aplicación de modelos teóricos y el uso de procedimientos estandarizados para resolver problemas. En cálculo diferencial, el énfasis recae en la interpretación gráfica y el análisis del comportamiento local de las funciones, mientras que en cálculo integral se prioriza la técnica de integración y el uso de teoremas fundamentales. Ambos enfoques promueven un aprendizaje que busca equipar a los estudiantes con herramientas matemáticas esenciales para su formación como ingenieros, aunque cada uno lo aborda desde perspectivas diferentes.

En conclusión, los exámenes analizados reflejan significados institucionales en los que las matemáticas son vistas como herramientas clave para la resolución de problemas en ingeniería. Sin embargo, hay un espacio significativo para la mejora, especialmente en la inclusión de procesos de validación empírica que conecten más estrechamente la teoría matemática con la práctica profesional. A través de las prácticas y los objetos matemáticos abordados en ambos exámenes, los estudiantes pueden desarrollar habilidades que van más allá de la mera manipulación simbólica, permitiendo un aprendizaje más significativo y aplicable en sus futuros desafíos profesionales.

8.3.5. Reflexión sobre los significados evaluados

En el estudio de los exámenes de cálculo diferencial, las actividades propuestas enfatizan el desarrollo de habilidades de análisis y la aplicación de reglas de derivación en contextos prácticos. Este enfoque refleja un significado evaluado que asocia la derivada con la capacidad de modelar situaciones reales en la ingeniería, aunque la falta de una componente experimental puede limitar la conexión con el mundo real. La propuesta de evaluación parece priorizar el dominio técnico y el rigor formal en la manipulación de herramientas matemáticas, lo que podría llevar a los estudiantes a ver el cálculo como un conjunto de técnicas aisladas de su aplicación en la ingeniería.

En contraste, el análisis de los exámenes de cálculo integral sugiere un acercamiento más técnico, centrado en la integración como método para resolver problemas de flujos y trabajos. A pesar de la relevancia de los teoremas aplicados, se observa que la contextualización de los problemas tiende a ser forzada y no necesariamente representa las situaciones que enfrentan los ingenieros en su práctica profesional. Esto

indica que, aunque se reconoce la importancia de la modelización, la implementación en las actividades puede resultar superficial y no propiciar un aprendizaje genuino.

A través de este análisis, se hace evidente que, aunque las docentes de ambas asignaturas reconocen la importancia del cálculo en la formación de ingenieros, los enfoques adoptados en las evaluaciones no logran articularse de manera efectiva con las competencias requeridas en el ámbito profesional. Es fundamental que se replanteen las actividades y se incorporen situaciones que no solo ajusten problemas tradicionales, sino que también permitan a los estudiantes experimentar con herramientas matemáticas en contextos auténticos.

Cabe señalar que los instrumentos de evaluación analizados son escritos e individuales, lo que condiciona el tipo de prácticas matemáticas que pueden ponerse en juego. Este formato tiende a favorecer procedimientos algorítmicos por sobre prácticas argumentativas o colaborativas, restringiendo así la posibilidad de evaluar significados más vinculados con la actividad profesional.

En conclusión, los significados evaluados a través de los exámenes de cálculo diferencial e integral sugieren la necesidad de un enfoque más integrado que no solo permita a los estudiantes resolver problemas matemáticos, sino que también desarrolle las competencias necesarias para enfrentar situaciones reales en sus futuras carreras. Esto implica repensar los contextos de los problemas propuestos y fomentar un aprendizaje más activo que conecte efectivamente los modelos matemáticos con la realidad del ejercicio profesional en la ingeniería.

8.4. Quinta Fase: Análisis comparativo de significados institucionales del Cálculo diferencial e integral en la FIO

La quinta fase del estudio tiene como propósito realizar un análisis comparativo de los significados institucionales del cálculo diferencial e integral construidos en las asignaturas Matemática I y Matemática II de la FIO, integrando las dimensiones implementada y evaluada. Esta decisión metodológica responde a una constatación empírica: en ambas materias, se observa una fuerte correspondencia entre las prácticas promovidas en el aula y las tareas propuestas en las instancias de evaluación, tanto en términos de objetos matemáticos como de configuraciones epistémicas. En lugar de analizar por separado estas dos dimensiones, lo cual podría generar repeticiones innecesarias, se optó por una estrategia de análisis integrada que permite identificar con

mayor precisión las regularidades institucionales y las tensiones epistémicas en torno a los significados movilizados. Esta decisión también se enmarca en la perspectiva del EOS, desde la cual las prácticas de enseñanza y evaluación conforman un mismo sistema institucional de significación.

8.4.1. Objetivos

El objetivo principal de esta fase es realizar un análisis comparativo de los significados institucionales atribuidos al Cálculo Diferencial e Integral en Matemática I y Matemática II en la carrera de Ingeniería Química de la FIO. En concreto, se pretende:

- Comparar los significados pretendidos, implementados y evaluados en ambas asignaturas, con el fin de analizar su coherencia y evaluar su impacto en la formación matemática de los estudiantes.
- Identificar coincidencias, divergencias y tensiones en los significados matemáticos que emergen de las prácticas promovidas en Matemática I y Matemática II, a partir de los sentidos que los docentes atribuyen al cálculo diferencial e integral en sus planificaciones, en las actividades propuestas y en las evaluaciones.

8.4.2. Cuestiones metodológicas

El análisis comparativo de los significados institucionales atribuidos al cálculo diferencial e integral en Matemática I y Matemática II se realizó a partir de los datos obtenidos en las fases previas de la investigación. Se exploraron las relaciones entre los significados pretendidos, implementados y evaluados, con el objetivo de identificar coincidencias, divergencias y tensiones en la enseñanza del cálculo en la carrera de Ingeniería Química.

El procedimiento metodológico detallado se encuentra desarrollado en el Capítulo 6, donde se explicitan los criterios de análisis y las dimensiones consideradas desde el EOS. En este capítulo, se presentan los resultados del análisis y su discusión.

8.4.3. Resultados

El presente capítulo tiene como propósito analizar y comparar los significados institucionales atribuidos al Cálculo Diferencial e Integral en la FIO, considerando los significados pretendidos, implementados y evaluados en Matemática I y Matemática II. Este análisis se enmarca en el EOS, que permite identificar las configuraciones epistémicas

emergentes en la enseñanza del cálculo y las tensiones semióticas que atraviesan la construcción de significados en el ámbito institucional.

8.4.3.1. Comparación de significados implementados y evaluados en cálculo diferencial

El análisis comparativo entre los significados implementados en el trabajo práctico de cálculo diferencial en una variable y los significados evaluados en los exámenes permitió identificar coincidencias, diferencias y posibles tensiones semióticas en la construcción del significado institucional de la derivada. Este análisis se estructuró en torno a cuatro ejes: las situaciones problemáticas, las prácticas matemáticas movilizadas, los objetos matemáticos primarios emergentes y las tensiones semióticas detectadas.

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Aspecto	Implementado (TP)	Evaluado (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Contextualización	Se incluyen problemas intra y extra matemáticos, con algunos contextos físicos típicos.	Se presentan problemas en contextos físicos específicos, como el cálculo de la variación del volumen de un cubo de hielo al fundirse.	Coincidencia en el uso de contextos físicos genéricos, aunque en los exámenes se trabaja con problemas más concretos.
Tipo de Problema	Problemas de interpretación gráfica, cálculo de derivadas y razones de cambio.	Los problemas incluyen tasas de cambio, derivadas a partir de gráficos y ecuaciones de tangentes y normales.	Coincidencia en la movilización de problemas de derivadas y tasas de cambio.
Vinculación con la Ingeniería	No hay una relación explícita con Ingeniería Química, aunque algunos problemas podrían tener aplicaciones físicas.	No hay una referencia explícita a la Ingeniería Química, aunque hay conexiones con física y geometría aplicada.	Divergencia en la aplicación: en los exámenes los problemas están más estructurados con situaciones físicas específicas.

Tabla 20. Análisis comparativo entre los significados implementados y evaluados con relación a las situaciones problemáticas planteadas en cálculo diferencial

Uno de los aspectos más relevantes es que en ambos instrumentos se abordan problemas de razones de cambio en contextos extramatemáticos, como la variación de volúmenes y áreas en función del tiempo. Estos problemas son los mismos tanto en el trabajo práctico como en los exámenes, lo que indica una coherencia en la enseñanza y evaluación.

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

Práctica Matemática	Implementado (TP)	Evaluado (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Interpretación gráfica	Interpretación de gráficos para inferir la derivada.	Se evalúa la interpretación gráfica de funciones y derivadas en problemas concretos.	Coincidencia en la interpretación gráfica.
Cálculo de derivadas	Cálculo de derivadas en contextos físicos y a través del registro gráfico, además de reglas de derivación. También se calculan derivadas por definición.	Cálculo de derivadas en contextos físicos, pero sin cálculo por definición.	Coincidencia en el cálculo de derivadas, con la diferencia de que en el trabajo práctico también se trabaja por definición.
Formulación de ecuaciones de tangentes y normales	Determinación de ecuaciones de rectas tangentes y normales.	Cálculo de ecuaciones de tangentes y normales.	Coincidencia, en ambas instancias se trabaja con funciones explícitas e implícitas.
Razones de cambio en problemas aplicados	Se aplican razones de cambio en contextos físicos y geométricos.	Se evalúan problemas de tasas de cambio en contextos como la reducción del tamaño de un cubo de hielo.	Coincidencia en el tratamiento de tasas de cambio, aunque los exámenes utilizan contextos físicos específicos.

Tabla 21. Análisis comparativo entre los significados implementados y evaluados con relación a las prácticas matemáticas movilizadas en cálculo diferencial

Se encontraron coincidencias en la movilización de prácticas matemáticas fundamentales, como el cálculo de derivadas, la formulación de ecuaciones de tangentes y normales, y la aplicación de razones de cambio. No obstante, una diferencia es que en el trabajo práctico también se trabaja el cálculo de derivadas por definición, mientras que en los exámenes esto no aparece.

OBJETOS MATEMÁTICOS

Objeto Matemático Primario	Implementado (TP)	Evaluado (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Conceptos	Derivada, recta tangente, razón de cambio.	Derivada, tangentes, tasas de cambio en contextos físicos.	Coincidencia en los conceptos tratados.
Propiedades	Reglas de derivación, diferenciabilidad y continuidad.	Reglas de derivación, diferenciabilidad y relación entre funciones.	Coincidencia en la evaluación de reglas y diferenciabilidad.
Procedimientos	Cálculo de derivadas, ecuaciones de tangentes y tasas de	Cálculo de derivadas, ecuaciones de tangentes y tasas de	Coincidencia en la aplicación de procedimientos, con

	cambio.	cambio en problemas de física.	mayor énfasis de contextos físicos en exámenes.
Lenguaje	Uso de notación simbólica y representación gráfica.	Uso predominante de lenguaje simbólico, con algo de lenguaje gráfico en la interpretación de derivadas.	Coincidencia en el uso de lenguaje simbólico y gráfico.
Argumentos	No se evidencia en las consignas el pedido explícito de justificaciones o argumentaciones.	Se solicita que en las resoluciones se indiquen los conceptos teóricos involucrados.	Divergencia en la exigencia de justificación: en los exámenes se solicita mencionar conceptos teóricos, pero sin prácticas discursivas profundas.

Tabla 22. Análisis comparativo entre los significados implementados y evaluados con relación a objetos matemáticos movilizadas en cálculo diferencial

En cuanto a los objetos matemáticos movilizadas, se observó una alta coherencia entre ambos instrumentos.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis del cruce entre los significados implementados y evaluados en el tema de cálculo diferencial muestra una alta coherencia en cuanto a los problemas propuestos, las prácticas matemáticas y los objetos primarios movilizadas. Sin embargo, se han identificado ciertas limitaciones que podrían afectar la construcción de significados más profundos.

En particular, el enfoque algorítmico y la falta de espacios para justificación conceptual podrían restringir la posibilidad de que los estudiantes desarrollen una comprensión más amplia del cálculo diferencial. Además, aunque los problemas de razón de cambio se trabajan en ambas instancias, la ausencia del cálculo de derivadas por definición en la evaluación puede reducir la oportunidad de reflexionar sobre el significado del concepto.

En este sentido, podría ser valioso reflexionar sobre posibles estrategias para equilibrar la necesidad de operatividad en la enseñanza y evaluación con la construcción de significados matemáticos más profundos. Esto podría incluir la incorporación de estrategias que permitan no solo la resolución algorítmica, sino también la reflexión sobre el significado y aplicabilidad de la derivada en distintos contextos.

8.4.3.2. Comparación de significados pretendidos vs implementados/evaluados en cálculo diferencial

El análisis comparativo entre los significados pretendidos en la planificación y los significados implementados y evaluados en Matemática I revela coincidencias y divergencias en la enseñanza del Cálculo Diferencial. Si bien la planificación enfatiza la importancia de la modelización, la resolución de problemas y el uso de tecnología, la implementación y evaluación presentan matices que impactan en la construcción del significado institucional del cálculo diferencial.

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Aspecto	Pretendido (Planificación/Entrevista)	Implementado/Evaluado	Coincidencias y Divergencias
Contextualización	Se propone trabajar con problemas aplicados a contextos reales de ingeniería, favoreciendo la modelización matemática.	Se trabajan problemas en contextos extramatemáticos, pero basados en modelos preestablecidos, sin una relación directa con Ingeniería Química.	Divergencia en la autenticidad del contexto: se pretende trabajar con problemas reales, pero en la implementación y evaluación se usan problemas típicos, sin una relación directa con Ingeniería Química.
Tipo de Problema	Se enfatiza la resolución de problemas abiertos que requieran interpretación y toma de decisiones.	Los problemas son estructurados y cerrados, con foco en la aplicación de reglas predefinidas sin interpretación contextual.	Divergencia en la estructura de los problemas: se pretendía la resolución de problemas abiertos, pero se implementaron problemas cerrados con solución única.
Vinculación con Ingeniería	Se busca una vinculación explícita con la ingeniería, promoviendo la interpretación de modelos matemáticos en contextos ingenieriles.	No hay una vinculación explícita con la Ingeniería Química; los problemas se presentan en contextos típicos de libros de cálculo.	Divergencia en la vinculación con la Ingeniería Química: en la planificación se buscaba una relación explícita, pero en la implementación y evaluación no se logra.

Tabla 23. Análisis comparativo entre los significados pretendidos, implementados y evaluados con relación a las situaciones problemáticas planteadas en cálculo diferencial

Se observa una intención explícita en la planificación de promover problemas contextualizados y relevantes para la formación ingenieril. Sin embargo, en la implementación y evaluación, los problemas siguen respondiendo a modelos predefinidos, sin requerir que los estudiantes realicen una modelización propia. Una excepción parcial a esto se encuentra en los problemas de razones de cambio, donde los estudiantes deben traducir enunciados en lenguaje coloquial al lenguaje simbólico, aunque esto no implique una exploración profunda de la modelización matemática.

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

Práctica Matemática	Pretendido (Planificación/Entrevista)	Implementado/Evaluado	Coincidencias y Divergencias
Cálculo de derivadas	Se propone que los estudiantes comprendan la derivada como una herramienta para interpretar fenómenos y modelizar situaciones.	Se trabaja con cálculo de derivadas aplicando reglas y también para interpretar fenómenos, sin requerir una reflexión profunda sobre su significado.	Divergencia en la comprensión conceptual: se pretende que los estudiantes interpreten el concepto de derivada, pero en la implementación y evaluación solo se aplican reglas.
Razones de Cambio	Se espera que los estudiantes comprendan las razones de cambio y puedan interpretar sus aplicaciones en contextos reales.	Se presentan problemas de razones de cambio estructurados, sin fomentar una reflexión profunda sobre su significado.	Divergencia en el enfoque de razones de cambio: se esperaba que los estudiantes interpretaran y reflexionaran sobre la traducción del lenguaje coloquial al simbólico, pero en la implementación y evaluación se prioriza la obtención mecánica de soluciones sin análisis profundo.
Modelización de situaciones problemáticas	Se busca que los estudiantes participen activamente en la construcción de modelos matemáticos a partir de situaciones problemáticas reales.	En los problemas de razones de cambio, los estudiantes deben interpretar el enunciado en lenguaje coloquial para traducirlo al lenguaje simbólico y resolver.	Divergencia en la modelización: se pretendía que los estudiantes construyan modelos, pero en la práctica solo identifican modelos preexistentes.

Tabla 24. Análisis comparativo entre los significados pretendidos, implementados y evaluados con relación a las prácticas matemáticas movilizadas en cálculo diferencial

Se evidencia una coherencia en la movilización de prácticas operativas como el cálculo de derivadas, el análisis gráfico y la formulación de ecuaciones de tangentes y normales. No obstante, en la planificación se espera que los estudiantes desarrollen una mayor capacidad de modelización e interpretación conceptual, aspectos que en la implementación y evaluación no son movilizadas con la profundidad esperada. Además, en la evaluación se solicita justificar los conceptos teóricos involucrados en las resoluciones, pero sin exigir prácticas discursivas profundas que sustenten argumentativamente los procedimientos utilizados.

OBJETOS MATEMÁTICOS

Objeto Matemático Primario	Pretendido (Planificación/Entrevista)	Implementado/Evaluado	Coincidencias y Divergencias
Conceptos	Se pretende que los estudiantes comprendan la derivada como una herramienta fundamental del cálculo.	Se trabajan los mismos conceptos, pero con un enfoque algorítmico, sin profundización conceptual.	Coincidencia en los conceptos trabajados, pero divergencia en la profundidad conceptual.
Propiedades	Se destaca la importancia de la continuidad y diferenciabilidad como propiedades esenciales para la aplicación del cálculo.	Se utilizan las propiedades, pero sin una discusión explícita de su significado.	Coincidencia en el uso de propiedades, pero sin reflexión explícita sobre su importancia.
Procedimientos	Se espera que los estudiantes desarrollen estrategias diversas para abordar problemas matemáticos.	Se priorizan procedimientos algorítmicos sin explorar estrategias alternativas.	Divergencia en el enfoque de los procedimientos: se esperaba una exploración variada, pero se implementó un enfoque mecánico.
Lenguaje	Se enfatiza el uso del lenguaje simbólico, gráfico y verbal para representar y comunicar ideas matemáticas.	Se utiliza el lenguaje simbólico y gráfico de manera operativa, sin promover una interpretación conceptual profunda.	Coincidencia en el lenguaje utilizado, pero sin fomentar una articulación con interpretaciones conceptuales.
Argumentos	Se busca que los estudiantes justifiquen sus procedimientos y relacionen los resultados con los modelos teóricos.	Se solicita mencionar conceptos teóricos en los exámenes, pero sin fomentar argumentaciones profundas.	Divergencia en la argumentación: se pretendía una justificación conceptual, pero en la evaluación solo se menciona sin

			desarrollarse.
--	--	--	----------------

Tabla 25. Análisis comparativo entre los significados pretendidos, implementados y evaluados con relación a los objetos matemáticos movilizados en cálculo diferencial

Los conceptos, propiedades, procedimientos y lenguajes utilizados en la enseñanza y evaluación del cálculo diferencial coinciden en gran medida con lo planteado en la planificación. Sin embargo, el lenguaje matemático en la implementación y evaluación se restringe mayormente a lo simbólico y gráfico, sin promover el uso de argumentaciones escritas que fortalezcan la construcción de significados más estructurados. En cuanto a los argumentos, si bien en los exámenes se solicita mencionar los conceptos teóricos involucrados, esto no se traduce en una práctica efectiva de justificación de procedimientos o de interpretación crítica de los resultados obtenidos.

TENSIONES Y CONFLICTOS

Aspecto Analizado	Pretendido (Planificación/Entrevista)	Implementado/Evaluado	Tensiones y Conflictos Semióticos
Contextualización de Problemas	Se pretendía contextualizar los problemas en situaciones reales de ingeniería.	Se usan problemas contextualizados sin conexión con la realidad profesional.	La intención de contextualización no se traduce en problemas auténticos, lo que limita la construcción de significados vinculados a la práctica profesional.
Profundidad Argumentativa	Se esperaba que los estudiantes justifiquen sus procedimientos y comprendan los conceptos más allá de su aplicación mecánica.	Se solicita mencionar conceptos teóricos en los exámenes, pero sin incentivar justificaciones profundas.	Se enfatiza la importancia de argumentar conceptos teóricos, pero en la implementación y evaluación no se promueve una argumentación profunda, restringiendo la construcción del significado matemático.
Enfoque Algorítmico	Se buscaba que los estudiantes comprendan el significado de los procedimientos matemáticos.	Se prioriza la aplicación de reglas y procedimientos sin promover la reflexión sobre su significado.	Se espera fomentar la comprensión conceptual del cálculo, pero en la práctica se prioriza la aplicación

			mecánica de reglas, lo que fragmenta la construcción del significado.
Uso del Lenguaje Matemático	Se promovía el uso del lenguaje simbólico, gráfico y verbal para facilitar la comunicación matemática.	Se utiliza lenguaje simbólico y gráfico, pero de manera operativa sin fomentar una interpretación conceptual.	Aunque se utiliza el lenguaje matemático de manera coherente, no se propicia su articulación con interpretaciones conceptuales, lo que dificulta la integración de significados.
Modelización Matemática	Se aspiraba a que los estudiantes desarrollen modelos propios y no solo trabajen con modelos preexistentes.	No se promueve la modelización propia, sino la resolución de problemas a partir de modelos predefinidos. Sin embargo, en los problemas de razones de cambio, los estudiantes deben interpretar el enunciado en lenguaje coloquial para traducirlo al lenguaje simbólico y resolver.	La modelización se plantea como un objetivo de enseñanza, pero el uso exclusivo de modelos predefinidos impide que los estudiantes desarrollen estrategias propias, restringiendo la construcción del significado aplicado.

Tabla 26. Tensiones y/o conflictos semióticos respecto del cálculo diferencial en la construcción de significados en la FIO

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El cuadro presentado evidencia las tensiones y conflictos semióticos que emergen al comparar los significados pretendidos, implementados y evaluados en la enseñanza del cálculo diferencial. Se observa que, aunque en la planificación docente se enfatiza la importancia de una enseñanza que promueva la comprensión conceptual, la argumentación y la modelización, en la implementación y evaluación prevalece un enfoque centrado en la aplicación mecánica de procedimientos y en el uso de modelos predefinidos.

En primer lugar, la contextualización de los problemas no logra materializarse en situaciones auténticas. A pesar de que en la planificación se plantea la necesidad de relacionar el cálculo diferencial con problemáticas reales de la ingeniería, los problemas trabajados en clase no tienen conexión explícita con el contexto profesional. Este conflicto

semiótico pragmático limita la construcción de significados aplicados y restringe la posibilidad de que los estudiantes comprendan el valor del cálculo en su disciplina.

En cuanto a la profundidad argumentativa, se esperaba que los estudiantes justifiquen sus procedimientos y comprendan los conceptos más allá de su aplicación mecánica. Sin embargo, en la evaluación se solicita la mención de conceptos teóricos sin incentivar una argumentación rigurosa, lo que genera un conflicto semiótico epistémico. Esta falta de profundidad en la argumentación afecta la construcción del significado matemático, reforzando un aprendizaje basado en la memorización de reglas sin reflexión crítica.

Otro aspecto relevante es la persistencia del enfoque algorítmico en la enseñanza y evaluación del cálculo diferencial. Aunque en la planificación se plantea la necesidad de que los estudiantes comprendan el significado de los procedimientos matemáticos, en la práctica se prioriza la aplicación de reglas sin promover la reflexión sobre su significado. Este conflicto semiótico cognitivo fragmenta la construcción del significado matemático, reforzando una visión mecanicista del cálculo y limitando la capacidad de los estudiantes para interpretar sus resultados en distintos contextos.

Respecto al uso del lenguaje matemático, se fomenta el empleo de múltiples registros (simbólico, gráfico y verbal) en la planificación. No obstante, en la implementación y evaluación, el lenguaje simbólico y gráfico se utilizan de manera operativa, sin promover una interpretación conceptual profunda. Esto genera un conflicto semiótico representacional, ya que el cálculo se presenta como una manipulación simbólica sin conexión con el análisis cualitativo de los fenómenos modelizados.

Finalmente, en relación con la modelización matemática, se aspiraba a que los estudiantes desarrollaran modelos propios en lugar de trabajar únicamente con modelos preexistentes. Sin embargo, en la práctica no se promueve esta construcción autónoma de modelos, ya que la enseñanza se centra en la resolución de problemas a partir de modelos predefinidos. No obstante, en los problemas de razones de cambio, los estudiantes deben interpretar enunciados en lenguaje coloquial y traducirlos al lenguaje simbólico para su resolución. Este conflicto semiótico epistémico refleja una limitación en la modelización autónoma, restringiendo el desarrollo del significado aplicado del cálculo diferencial.

8.4.3.3. Comparación de significados implementados y evaluados en cálculo integral

El presente análisis ha permitido comparar los significados implementados en el trabajo práctico de ecuaciones diferenciales de primer orden con los significados evaluados en los exámenes correspondientes. A través de esta comparación, se han identificado coincidencias, diferencias y posibles tensiones semióticas en la construcción del significado institucional de las ecuaciones diferenciales dentro de la asignatura Matemática II. El análisis se ha estructurado en torno a cuatro ejes: las situaciones problemáticas, las prácticas matemáticas movilizadas, los objetos matemáticos primarios emergentes y las tensiones semióticas detectadas.

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Aspecto	Implementado (TP)	Evaluado (Exámenes)	Observaciones
Contextualización	Problemas situados en escenarios aplicados, pero sin articulación directa con el contexto profesional.	Problemas similares en contexto a los del TP, pero basados en modelos predeterminados y sin una etapa explícita de modelización.	En los TP también se trabajan problemas puramente intramatemáticos, pero esto no se evalúa en los exámenes.
Tipo de Problema	Los estudiantes no modelizan desde cero, sino que identifican a qué tipo de modelo se ajusta el problema.	Los problemas requieren identificar el tipo de modelo matemático preexistente y resolver la ecuación diferencial correspondiente.	No se observan diferencias significativas entre TP y exámenes en cuanto al tipo de problemas contextuales.
Vinculación con Ingeniería	Referencia a fenómenos físicos como desintegración radiactiva, crecimiento poblacional y enfriamiento, sin una conexión explícita con problemáticas reales de Ingeniería Química.	Se utilizan problemas de enfriamiento y desintegración radiactiva, pero sin conectar explícitamente con Ingeniería Química.	Los problemas utilizados en ambos instrumentos no presentan una vinculación fuerte con problemáticas reales de la Ingeniería Química.

Tabla 26. Análisis comparativo entre los significados implementados y evaluados con relación a las situaciones problemáticas planteadas en cálculo integral

Uno de los aspectos clave observados es que tanto en el TP como en los exámenes se trabaja con problemas en contextos extra matemáticos, pero estos responden a modelos preestablecidos. No se requiere que los estudiantes modelicen desde cero, sino que identifiquen el tipo de modelo adecuado y resuelvan la ecuación diferencial correspondiente. En este sentido, no se presentan divergencias significativas entre lo implementado y lo evaluado. Sin embargo, una diferencia relevante es que en los TP se trabajan varios modelos preestablecidos (como crecimiento, decaimiento, ley de enfriamiento de Newton y mezclas), mientras que en los exámenes se selecciona solo uno de ellos. Esto responde a la naturaleza del instrumento de evaluación, que impone restricciones en la cantidad de contenidos abordados.

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

Práctica Matemática	Implementado (TP)	Evaluado (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Traducción de problemas físicos a ecuaciones diferenciales	Se enfatiza la traducción de enunciados verbales a ecuaciones diferenciales.	Los problemas ya están expresados en términos de ecuaciones diferenciales, sin necesidad de traducción previa.	Coincidencia en el uso de ecuaciones diferenciales, pero divergencia en la necesidad de traducción del enunciado.
Aplicación del método de separación de variables	Se enseñan distintos métodos de resolución, incluyendo separación de variables y ecuaciones exactas.	Se enfatiza la separación de variables como método principal.	Coincidencia en la resolución algorítmica, pero reducción de la diversidad de métodos en la evaluación.
Cálculo de constantes de integración	Se aplican condiciones iniciales para obtener soluciones particulares.	Se aplican condiciones iniciales de manera mecánica sin mayor énfasis en su significado.	Coincidencia en la aplicación de condiciones iniciales, pero divergencia en la profundidad conceptual.
Interpretación de la solución dentro del contexto del problema	Se fomenta la interpretación de los resultados en el contexto del problema original.	No se exige explícitamente interpretar la solución dentro del contexto del problema.	Coincidencia en la solución de ecuaciones diferenciales, pero divergencia en la exigencia interpretativa.

Tabla 27. Análisis comparativo entre los significados implementados y evaluados con relación a las prácticas matemáticas movilizadas en cálculo integral

En cuanto a las prácticas matemáticas movilizadas, se observa una coincidencia en la aplicación de procedimientos algorítmicos como la separación de variables y la

resolución de ecuaciones lineales. Sin embargo, una diferencia relevante es que en el TP se enfatiza la traducción de enunciados verbales a ecuaciones diferenciales, mientras que en los exámenes los problemas ya están expresados en términos matemáticos. Esto podría impactar en la construcción de significados, ya que la evaluación no requiere que los estudiantes realicen la traducción inicial, limitando la oportunidad de demostrar habilidades de modelización.

OBJETOS MATEMÁTICOS

Objeto Matemático Primario	Implementado (TP)	Evaluated (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Conceptos	Integral definida, ecuaciones diferenciales de primer orden, modelos de crecimiento y decaimiento, ley de enfriamiento de Newton y mezclas.	Se evalúan las mismas ecuaciones diferenciales, pero sin enfatizar su modelización.	Coincidencia en los conceptos movilizados.
Propiedades	Se abordan propiedades como la estabilidad de soluciones y la unicidad.	Se aplican propiedades sin discusión explícita de su significado.	Coincidencia en las propiedades matemáticas utilizadas, pero sin discusión en la evaluación.
Procedimientos	Uso de separación de variables, ecuaciones lineales y exactas.	Predomina la aplicación mecánica de separación de variables.	Coincidencia en los procedimientos aplicados, pero divergencia en la diversidad de métodos.
Lenguaje	Se utiliza lenguaje simbólico y verbal para traducir enunciados.	Se enfatiza el lenguaje simbólico sin uso de lenguaje verbal.	Coincidencia en el lenguaje simbólico, pero divergencia en el uso de lenguaje verbal y gráfico.
Argumentos	Los modelos son preestablecidos y solo se resuelven las ecuaciones diferenciales resultantes. En algunas consignas intramatemáticas, se pide justificar la existencia y unicidad de solución y la clasificación de ecuaciones diferenciales.	Los modelos utilizados son los mismos que aparecen en los libros de cálculo sin vinculación con el contexto profesional.	Coincidencia en el uso de modelos preestablecidos, pero diferencia en la necesidad de justificar su validez en el contexto matemático.

Tabla 28. Análisis comparativo entre los significados implementados y evaluados con relación a objetos matemáticos movilizadas en cálculo integral

Los objetos matemáticos movilizadas en ambos instrumentos son similares en términos de conceptos (ecuaciones diferenciales de primer orden, modelos de crecimiento y decaimiento, ley de enfriamiento de Newton y mezclas), propiedades (existencia y unicidad de soluciones), procedimientos (métodos de resolución estándar), lenguaje (uso de notación simbólica) y argumentos. Sin embargo, se ha observado que en algunas consignas intramatemáticas del TP se requiere justificar (en sentido amplio).

ANÁLISIS DE RESULTADOS

El análisis del cruce entre significados implementados y evaluados en el tema de ecuaciones diferenciales de primer orden en Matemática II muestra una alta coherencia en los procedimientos matemáticos movilizadas. No obstante, se han identificado ciertas limitaciones en ambos instrumentos que podrían afectar la construcción de significados más profundos. En particular, el enfoque algorítmico puede restringir la posibilidad de que los estudiantes demuestren comprensión conceptual y habilidades de modelización. Además, la falta de validación empírica y la reducción de la diversidad de modelos podrían impactar en la percepción de las ecuaciones diferenciales como una herramienta matemática aplicada.

En este sentido, podría ser valioso reflexionar sobre posibles estrategias para equilibrar la necesidad de operatividad en la enseñanza y evaluación con la construcción de significados matemáticos más profundos. Esto podría incluir estrategias que permitan no solo la resolución algorítmica, sino también la comprensión del significado y aplicabilidad de los modelos matemáticos en contextos reales.

8.4.3.4. Comparación de significados pretendidos vs implementados/evaluados en cálculo integral

El presente análisis ha permitido comparar los significados pretendidos en la planificación y entrevista con los significados implementados en los trabajos prácticos y evaluados en los exámenes. A partir de esta comparación, se identificaron coincidencias, divergencias y posibles tensiones semióticas en la construcción del significado institucional del cálculo integral en la asignatura Matemática II. El análisis se ha estructurado en torno a cuatro ejes: las situaciones problemáticas, las prácticas matemáticas

movilizadas, los objetos matemáticos primarios emergentes y las tensiones semióticas detectadas

SITUACIONES PROBLEMÁTICAS

Aspecto	Pretendido (Planificación y Entrevista)	Implementado (TP)	Evaluated (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Contextualización	Se enfatiza la importancia de problemas contextualizados en aplicaciones de ingeniería. Se mencionan términos como trabajo, circulación y flujo, alineados con Física y el ciclo superior.	Se trabajan problemas en contextos extra matemáticos. No hay una vinculación explícita con situaciones reales de Ingeniería Química.	Los problemas son similares a los del TP, con una contextualización superficial sin énfasis en la conexión con aplicaciones reales.	Coincidencia en la intención de trabajar problemas contextualizados, pero divergencia en la autenticidad y conexión con la Ingeniería Química.
Tipo de Problema	Se busca que los estudiantes desarrollen habilidades de interpretación, modelización y abstracción para abordar problemas intra y extra matemáticos.	Los problemas no requieren modelización desde cero, sino que se parte de modelos predefinidos que los estudiantes deben identificar y resolver.	Se evalúa la capacidad de resolver ecuaciones diferenciales predefinidas, sin requerir modelización propia.	Coincidencia en el enfoque hacia la resolución de ecuaciones diferenciales, pero divergencia en la falta de modelización.
Vinculación con la Ingeniería	Se reconoce la dificultad de proponer problemas específicos para cada especialidad, pero se menciona la necesidad de que los estudiantes adquieran una 'manera de pensar' propia de la ingeniería.	Se trabajan diversos modelos matemáticos (crecimiento, decaimiento, ley de enfriamiento de Newton, mezclas), pero sin relación específica con problemáticas reales de Ingeniería Química.	Se elige solo uno de los modelos trabajados en el TP, limitando la diversidad de situaciones abordadas en la enseñanza.	Coincidencia en la referencia a modelos matemáticos aplicados, pero divergencia en la falta de relación directa con situaciones reales del campo ingenieril.

Tabla 29. Análisis comparativo entre los significados pretendidos, implementados y evaluados con relación a las situaciones problemáticas planteadas en cálculo integral

Un primer hallazgo es que, si bien en la planificación y entrevista se enfatiza la importancia de trabajar con problemas contextualizados en aplicaciones de la ingeniería, en

la implementación y evaluación los problemas utilizados corresponden a contextos extramatemáticos. Aunque estos problemas pueden estar inspirados en situaciones reales, no presentan una vinculación explícita con problemáticas específicas de la Ingeniería Química. Además, se observa que en lo pretendido se busca desarrollar habilidades de modelización, mientras que en la implementación y evaluación los problemas parten de modelos predefinidos que los estudiantes deben identificar y resolver.

PRÁCTICAS MATEMÁTICAS

Práctica Matemática	Pretendido (Planificación y Entrevista)	Implementado (TP)	Evaluable (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Uso del lenguaje matemático	Se espera que los estudiantes usen lenguaje matemático simbólico y verbal de manera adecuada para comunicar ideas.	Se utiliza lenguaje simbólico con menor énfasis en la comunicación verbal y argumentativa.	Se evalúa el uso de notación simbólica, pero no se requiere argumentación verbal o escrita.	Coincidencia en el uso del lenguaje matemático simbólico, pero con menor énfasis en el lenguaje verbal en la implementación y evaluación.
Traducción de problemas a modelos matemáticos	Se enfatiza la importancia de modelizar situaciones del mundo real y traducirlas a ecuaciones diferenciales.	No se requiere modelización desde cero, sino que se trabaja con modelos predefinidos.	Se presentan ecuaciones diferenciales ya formuladas; no se evalúa la traducción de problemas reales a modelos matemáticos.	Divergencia en la traducción de problemas: en lo pretendido se busca modelización, pero en lo implementado y evaluado se parte de modelos predefinidos.
Aplicación de técnicas de integración y ecuaciones diferenciales	Se pretende que los estudiantes no solo apliquen técnicas, sino que comprendan los fundamentos teóricos detrás de los procedimientos.	Los estudiantes aplican técnicas algorítmicas sin necesidad de justificar sus procedimientos.	Los exámenes priorizan la resolución algorítmica sin requerir justificación de los procedimientos.	Coincidencia en la aplicación de técnicas matemáticas, pero divergencia en la exigencia de comprensión teórica.
Análisis y validación de resultados	Se busca que los estudiantes verifiquen la validez de sus resultados y los interpreten críticamente.	No se solicita una verificación rigurosa de resultados.	No se exige validación ni interpretación crítica de los resultados.	Divergencia en la validación de resultados: lo pretendido enfatiza la verificación, pero en la implementación

				y evaluación no se solicita.
Resolución de problemas en contextos aplicados	Se fomenta el uso de la matemática como herramienta para resolver problemas reales en ingeniería.	Los problemas se presentan en contextos extra matemáticos, pero sin articulación explícita con problemáticas reales de Ingeniería Química.	Los problemas en los exámenes mantienen un contexto genérico, sin vinculación explícita con aplicaciones reales.	Coincidencia en la intención de trabajar con problemas aplicados, pero divergencia en la articulación con la Ingeniería Química.

Tabla 30. Análisis comparativo entre los significados pretendidos, implementados y evaluados con relación a las prácticas matemáticas movilizadas en cálculo integral

En cuanto a las prácticas matemáticas movilizadas, se identificó que la planificación y entrevista destacan la importancia de que los estudiantes utilicen un lenguaje matemático adecuado, traduzcan problemas a modelos matemáticos y validen sus resultados. Sin embargo, en la implementación y evaluación se prioriza un enfoque algorítmico donde se resuelven ecuaciones diferenciales predefinidas sin necesidad de justificación conceptual ni validación de resultados.

OBJETOS MATEMÁTICOS

Objeto Matemático Primario	Pretendido (Planificación y Entrevista)	Implementado (TP)	Evaluado (Exámenes)	Coincidencias y Divergencias
Conceptos	Integrales definidas e indefinidas, ecuaciones diferenciales de primer orden, modelos de crecimiento y decaimiento, ley de enfriamiento de Newton y mezclas.	Se trabajan los mismos conceptos, pero con menor énfasis en su aplicabilidad en Ingeniería Química.	Se evalúan los mismos conceptos, pero sin una exploración profunda de su significado aplicado.	Coincidencia en los conceptos matemáticos movilizadas, pero con diferencias en su contextualización.
Propiedades	Se enfatiza la comprensión de propiedades como linealidad, estabilidad y unicidad de soluciones.	Las propiedades matemáticas se utilizan sin ser discutidas en profundidad.	Se aplican propiedades matemáticas sin una discusión teórica explícita.	Coincidencia en el uso de propiedades, pero divergencia en la profundidad con la que se abordan.
Procedimientos	Se espera que los estudiantes comprendan y	Los estudiantes aplican procedimientos	Se enfatiza la ejecución de procedimientos	Coincidencia en los procedimientos

	apliquen métodos de integración y resolución de ecuaciones diferenciales.	sin necesidad de justificar su uso.	sin justificación conceptual.	aplicados, pero divergencia en la necesidad de justificar su uso.
Lenguaje	Uso de lenguaje simbólico, gráfico y verbal para interpretar y comunicar ideas matemáticas.	Uso predominante de lenguaje simbólico con menor énfasis en representaciones gráficas y verbales.	Uso exclusivo de lenguaje simbólico sin requerir explicaciones en lenguaje verbal.	Coincidencia en el uso de lenguaje simbólico, pero divergencia en la integración con lenguaje gráfico y verbal.
Argumentos	Se pretende que los estudiantes justifiquen y expliquen los procedimientos utilizados.	En algunos ejercicios se solicita justificar resultados, pero sin un énfasis estructurado en la argumentación.	No se exige argumentación sobre los resultados obtenidos.	Divergencia en el nivel de argumentación requerido en cada instancia.

Tabla 31. Análisis comparativo entre los significados pretendidos, implementados y evaluados con relación a los objetos matemáticos movilizados en cálculo integral

Los objetos matemáticos movilizados en los tres niveles (pretendido, implementado y evaluado) son similares en cuanto a conceptos, propiedades, procedimientos, lenguaje y argumentos. Sin embargo, se evidencia que en lo pretendido se busca una comprensión más profunda de las propiedades matemáticas, la justificación de los procedimientos y el uso integrado de diferentes formas de representación (simbólica, gráfica y verbal). En cambio, en la implementación y evaluación predomina el uso del lenguaje simbólico, sin una articulación explícita con otros tipos de representación ni con el significado de los modelos utilizados.

TENSIONES Y CONFLICTOS SEMIÓTICOS

Aspecto Analizado	Pretendido (Planificación y Entrevista)	Implementado (TP) / Evaluado (Exámenes)	Conflicto semiótico
Contextualización de Problemas	Se plantea la importancia de problemas contextualizados, alineados con aplicaciones reales en Ingeniería.	Se trabajan problemas extramatemáticos sin conexión directa con Ingeniería Química.	La intención de contextualización no se traduce en problemas auténticos, lo que limita la construcción de significados vinculados a la práctica profesional.

Modelización Matemática	Se enfatiza la necesidad de que los estudiantes modelicen fenómenos del mundo real.	No se requiere que los estudiantes modelicen desde cero; los problemas parten de modelos predefinidos.	Se presenta la modelización como una habilidad esencial, pero no se propicia su desarrollo efectivo, restringiendo la construcción de significados matemáticos.
Profundidad Argumentativa y Justificación Conceptual	Se espera que los estudiantes justifiquen teóricamente los procedimientos utilizados.	Se aplican reglas y procedimientos sin necesidad de justificación conceptual.	Se promueve el desarrollo de argumentaciones, pero la implementación y evaluación refuerzan la mecanización sin justificación, generando una desconexión entre teoría y práctica.
Enfoque Algorítmico	El aprendizaje del cálculo integral debe ir más allá de la mecánica de los procedimientos, fomentando la comprensión conceptual.	Los estudiantes resuelven problemas aplicando algoritmos sin conexión con su significado teórico.	Se espera una comprensión conceptual, pero se refuerza el enfoque algorítmico, generando una fragmentación en la construcción del significado.
Validación de Resultados	Se busca que los estudiantes validen y analicen críticamente sus resultados.	No se solicita validación empírica ni análisis crítico de los resultados.	La ausencia de validación impide consolidar el significado de los resultados dentro del marco matemático y su aplicación en ingeniería.
Uso del Lenguaje Matemático	Se pretende que los estudiantes combinen lenguaje simbólico, gráfico y verbal para expresar ideas matemáticas.	Predomina el uso del lenguaje simbólico sin integración con el lenguaje verbal o gráfico.	Se espera una articulación de múltiples representaciones, pero se refuerza el uso exclusivo del lenguaje simbólico, lo que limita la construcción de significados integrados.

Tabla 32. Tensiones y/o conflictos semióticos en la construcción de significados respecto del cálculo integral en la FIO

8.4.4. Análisis de resultados

El análisis comparativo refleja tensiones significativas entre los significados pretendidos, implementados y evaluados en la enseñanza del cálculo integral en la FIO. Estas tensiones, interpretadas como conflictos semióticos, revelan discrepancias entre las intenciones expresadas en la planificación y las prácticas efectivamente desarrolladas en el aula y en la evaluación.

En primer lugar, se observa una desconexión entre la intención de contextualizar los problemas y la realidad de su implementación. Aunque en la planificación se plantea la necesidad de situar el cálculo en escenarios relevantes para la Ingeniería Química, en los trabajos prácticos y exámenes predominan problemas y ejercicios sin una vinculación explícita con situaciones reales. Esta brecha genera un conflicto semiótico pragmático, que restringe la posibilidad de que los estudiantes construyan significados matemáticos aplicados a su campo profesional.

Asimismo, la modelización matemática, considerada una habilidad clave en la enseñanza del cálculo, no se desarrolla de manera efectiva. Los problemas trabajados en clase parten de modelos predefinidos, sin que los estudiantes tengan la oportunidad de formular representaciones propias. Este conflicto semiótico epistémico limita la autonomía en la construcción de significados matemáticos y restringe el desarrollo de competencias asociadas a la formulación y análisis de modelos en ingeniería.

Otro hallazgo relevante es la tensión entre la promoción de la argumentación matemática en la planificación y la ausencia de justificación conceptual en la implementación y evaluación. En la enseñanza y evaluación del cálculo integral, los estudiantes aplican reglas sin necesidad de fundamentar teóricamente sus procedimientos o validar sus resultados. Esta situación genera un conflicto semiótico cognitivo, que afecta la construcción de significados profundos y refuerza una visión mecanicista del cálculo.

Además, se evidencia un predominio del enfoque algorítmico en la enseñanza del cálculo integral. A pesar de que en la planificación se menciona la importancia de ir más allá de la simple manipulación de reglas, en la práctica se prioriza la resolución de problemas mediante procedimientos automatizados, sin promover la comprensión conceptual. Este conflicto semiótico cognitivo fragmenta el significado matemático, generando una brecha entre el cálculo como herramienta de análisis y su aplicación en problemas complejos.

Por otro lado, la falta de validación de resultados en la enseñanza y evaluación impide consolidar la conexión entre el cálculo y su aplicabilidad en la ingeniería. Aunque en la planificación se sugiere que los estudiantes analicen críticamente sus soluciones, esta práctica no se refleja en los trabajos prácticos ni en los exámenes. Este conflicto semiótico epistémico refuerza una visión abstracta del cálculo, sin relación con la interpretación y el análisis de datos en contextos reales.

Finalmente, el uso del lenguaje matemático, aunque coherente en términos simbólicos, no se articula con otros registros de representación. En la implementación y evaluación, predomina la notación simbólica sin una integración significativa con representaciones gráficas o explicaciones verbales. Este conflicto semiótico representacional restringe el desarrollo de significados integrados y dificulta la interpretación conceptual de los objetos matemáticos involucrados.

8.4.5. Reflexión de cierre: Tensiones entre los significados institucionales del cálculo en la FIO

El cruce de los significados institucionales permitió identificar conflictos semióticos que emergen en la enseñanza del cálculo en la FIO. Estos conflictos pueden agruparse en cuatro ejes principales:

Tensión entre enfoque algorítmico y enfoque conceptual: Se observa una contradicción entre la intención de desarrollar una comprensión profunda del cálculo y la implementación de estrategias de enseñanza y evaluación que priorizan la ejecución mecánica de procedimientos. Aunque en la planificación se destaca la importancia de interpretar resultados y justificar procedimientos, en la práctica se promueve un uso instrumental del cálculo sin una explicitación de su significado matemático.

Tensión entre contextualización y modelización real: Si bien en lo pretendido se enfatiza la necesidad de contextualizar los problemas en situaciones reales de la Ingeniería Química, en la implementación y evaluación los problemas suelen responder a modelos preestablecidos sin un vínculo explícito con la disciplina. Esto genera una desconexión entre la matemática enseñada y su aplicabilidad en el ámbito profesional, limitando el desarrollo de competencias de modelización en los estudiantes.

Tensión en el uso del lenguaje matemático: Se identificó una brecha entre la intención de fomentar el uso de diferentes registros semióticos (simbólico, gráfico y verbal) y la realidad de la enseñanza y evaluación, donde predomina el uso del lenguaje

simbólico sin una articulación explícita con representaciones gráficas y argumentaciones verbales. En la evaluación, por ejemplo, se solicita mencionar conceptos teóricos involucrados en la resolución, pero sin promover prácticas discursivas profundas que permitan justificar los procedimientos utilizados.

Tensión en la validación y justificación de resultados: En la planificación se menciona la importancia de que los estudiantes sean capaces de validar sus resultados y reflexionar sobre su aplicabilidad en contextos reales. Sin embargo, en la implementación y evaluación no se incluyen actividades que permitan esta validación empírica, lo que puede reforzar una visión descontextualizada de los modelos matemáticos trabajados.

Las tensiones identificadas en la enseñanza del cálculo en la FIO reflejan conflictos semióticos que afectan la construcción de significados matemáticos en el aula. Estas tensiones pueden comprenderse a partir de tres categorías principales de significados institucionales del cálculo: algorítmico-instrumental, conceptual-interpretativo y modelizador-aplicado, que se detallan a continuación.

8.4.6. Categorías: significados institucionales de la FIO según lo implementado y evaluado

Las siguientes categorías han sido construidas a partir de lo que efectivamente sucede en la enseñanza del cálculo diferencial e integral en la FIO, considerando únicamente las prácticas implementadas y evaluadas. Se deja de lado lo planificado, dado que en muchos casos las intenciones expresadas en la planificación no se concretan en la enseñanza ni en la evaluación.

El análisis de estas prácticas ha permitido identificar tanto coherencias como tensiones en la construcción de significados matemáticos. A lo largo del capítulo, se han evidenciado conflictos semióticos que afectan la relación entre las expectativas de enseñanza y lo que realmente ocurre en el aula y en las evaluaciones. En particular, estos hallazgos pueden comprenderse a partir de cuatro categorías principales que caracterizan los significados institucionales del cálculo en la FIO y se presentan en la Figura 7:

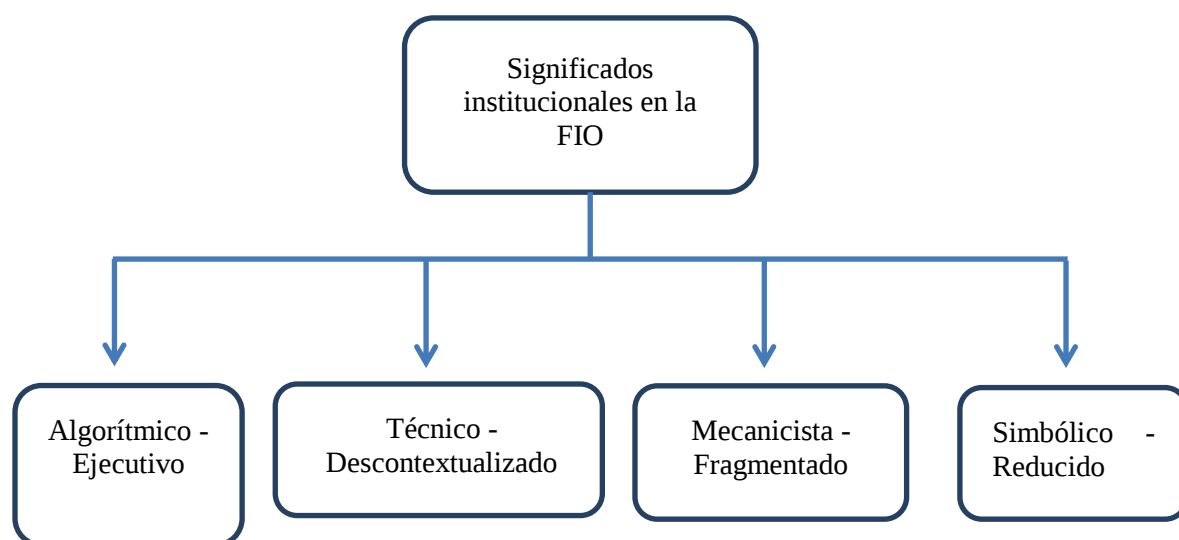


Figura 7. Categorización de significados institucionales en la FIO

- Significado Algorítmico-Ejecutivo: Predominio de la ejecución mecánica de procedimientos sin modelización autónoma ni interpretación profunda.
- Significado Técnico-Descontextualizado: Resolución de problemas sin vinculación con situaciones reales de Ingeniería Química.
- Significado Mecanicista-Fragmentado: Aplicación de reglas sin justificación teórica ni validación empírica de resultados, lo que limita el análisis crítico.
- Significado Simbólico-Reducido: Uso predominante del lenguaje simbólico con escasa integración de representaciones gráficas o explicaciones verbales.

9. Sexta fase: Comparación del significado referencial con los significados institucionales en la FIO

A partir del análisis detallado de los significados institucionales pretendidos, implementados y evaluados, este capítulo desarrolla una comparación entre esos niveles internos de la institución formadora. El objetivo es identificar convergencias, divergencias y posibles inconsistencias en la enseñanza del cálculo en la FIO, sin perder de vista la coherencia epistémica que debería articular el discurso docente, la práctica de aula y la evaluación. Este análisis constituye un paso intermedio necesario antes de contrastar los hallazgos institucionales con el significado de referencia elaborado desde el campo profesional.

Más allá del estudio de caso en la FIO, esta fase aporta un modelo analítico generalizable para examinar cómo se alinean —o no— los significados promovidos

institucionalmente con los que exige el campo profesional. Esta comparación permite identificar no solo vacíos curriculares, sino también conflictos semióticos que dificultan la apropiación significativa del cálculo por parte de los futuros ingenieros. En este sentido, el análisis ofrece herramientas para que docentes de otras instituciones revisen críticamente sus propias prácticas y enfoques de enseñanza.

9.1. Objetivo

Comparar los significados institucionales (pretendidos, implementados y evaluados) del Cálculo Diferencial e Integral en Matemática I y Matemática II con el significado referencial construido, identificando coincidencias, divergencias y conflictos semióticos que puedan influir en la formación matemática de los futuros ingenieros químicos.

9.2. Cuestiones metodológicas

Esta fase se centra en la comparación entre el significado referencial del cálculo diferencial e integral en la Ingeniería Química, construido en la primera fase de la investigación, y los significados institucionales identificados en la FIO a partir del análisis de los significados pretendidos, implementados y evaluados en Matemática I y Matemática II (fases 2, 3, 4 y 5).

Para ello, se realiza un análisis cualitativo e interpretativo tal como se detalla en el capítulo 6, con el objetivo de identificar coincidencias, divergencias y conflictos semióticos en la construcción de significados matemáticos.

9.3. Resultados y análisis de resultados

El análisis de los significados institucionales del cálculo diferencial e integral en la FIO en contraste con el significado referencial evidencia diferencias sustanciales en la enseñanza y aplicación del cálculo en ambos contextos.

Desde una perspectiva referencial, el cálculo diferencial e integral en Ingeniería Química se concibe como una herramienta clave para la modelización, optimización y análisis de fenómenos físico-químicos e industriales. Su enseñanza, entonces, debería permitir a los estudiantes diseñar procesos, ajustar modelos matemáticos y tomar decisiones fundamentadas, integrando el cálculo con problemáticas propias de la disciplina.

Sin embargo, en la FIO, la enseñanza del cálculo no se enmarca dentro de esta lógica referencial. En lugar de un significado Modelizador-Predictivo, que enfatiza la construcción de modelos matemáticos aplicados a problemas de la Ingeniería Química, en la FIO predomina un Significado Algorítmico-Ejecutivo, centrado en la ejecución de procedimientos sin que los estudiantes deban formular representaciones propias de los fenómenos. Tampoco se observa un significado Operativo-Aplicado, en el cual el cálculo es una herramienta de análisis que contribuye a la toma de decisiones técnicas fundamentadas. En la FIO, el cálculo se desarrolla más bien dentro de un Significado Técnico-Descontextualizado, donde los problemas abordados no siempre guardan relación con situaciones reales de la Ingeniería Química y suelen presentarse como ejercicios cerrados, sin conexión con aplicaciones concretas.

En relación con la comprensión conceptual del cálculo, el significado referencial destaca la importancia de la interpretación, la argumentación matemática y la validación empírica de modelos. En la FIO, sin embargo, la enseñanza se sitúa en un Significado Mecanicista-Fragmentado, donde la resolución de problemas se centra en la aplicación de reglas sin una explicitación teórica ni un análisis crítico de los resultados obtenidos.

Por último, el significado referencial resalta la necesidad de integrar distintos registros semióticos en la enseñanza del cálculo (simbólico, gráfico y verbal), permitiendo a los estudiantes construir significados matemáticos sólidos. En la FIO, esto se ve limitado por un Significado Simbólico-Reducido, donde el predominio del lenguaje algebraico restringe la articulación con representaciones gráficas y argumentaciones verbales, lo que dificultaría la interpretación conceptual del cálculo.

En este sentido, el análisis evidencia la ausencia de objetos primarios que, según el significado de referencia construido, resultan clave en la formación profesional del ingeniero químico. En particular, se observa una escasa presencia del lenguaje gráfico, del uso de datos empíricos y de prácticas vinculadas a la validación de modelos, fundamentales para conectar el conocimiento matemático con situaciones reales del campo profesional. Esta omisión limita la construcción de significados más robustos y contextualizados, y refuerza una enseñanza centrada en algoritmos y procedimientos abstractos.

Este contraste final no solo permitió constatar los desajustes entre los significados promovidos institucionalmente y los requerimientos del campo profesional, sino que

también evidenció ciertos puntos de convergencia que podrían potenciarse desde propuestas didácticas más articuladas. En conjunto, los hallazgos de esta tesis ofrecen una base sólida para repensar el vínculo entre la formación matemática y las competencias esperadas en el ejercicio profesional del ingeniero químico.

10. Conclusiones, aportes y proyecciones del estudio

El presente capítulo ofrece una síntesis argumentada de los principales hallazgos del estudio, articulando los resultados obtenidos con los objetivos y la pregunta central de investigación. Se recuperan las contribuciones más relevantes en los planos teórico, metodológico y didáctico, destacando especialmente la construcción de un significado institucional de referencia del cálculo diferencial e integral para la formación del ingeniero químico, la identificación de desajustes entre dicho significado y las prácticas institucionales, y las posibilidades de una mayor articulación entre la matemática académica y las exigencias del campo profesional. Finalmente, se presentan algunas proyecciones orientadas tanto a futuras investigaciones como a la mejora de la enseñanza del cálculo en carreras de ingeniería.

Esta construcción no solo permitió contar con un marco teórico-metodológico sólido para el análisis, sino que también sirvió como un anclaje epistémico para evaluar el grado de correspondencia entre la enseñanza del cálculo y las prácticas profesionales en Ingeniería Química. A lo largo del trabajo se evidenció que el significado referencial cumple un rol clave como criterio de validación del saber institucional, orientando el análisis de los materiales institucionales y revelando omisiones significativas en la formación matemática ofrecida por la FIO.

Para ello, se diseñó un estudio de caso guiado por el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática, que permitió abordar las distintas dimensiones institucionales del significado matemático (referencial, pretendido, implementado y evaluado), identificar configuraciones epistémicas relevantes y caracterizar tensiones semióticas en la formación matemática universitaria.

En las secciones siguientes se presentan, en primer lugar, las conclusiones generales estructuradas según los ejes de análisis definidos; luego, se discuten los principales aportes teóricos y metodológicos del trabajo; finalmente, se señalan algunas

proyecciones posibles tanto para futuras investigaciones como para la mejora de la enseñanza del cálculo en contextos de formación profesional.

La tesis tuvo como objetivo principal establecer los significados institucionales atribuidos al Cálculo Diferencial e Integral en la carrera de Ingeniería Química de la FIO, en el marco del EOS. El diseño metodológico adoptado permitió analizar de manera articulada los distintos niveles institucionales del significado matemático. Esta articulación facilitó no solo la identificación de coincidencias o discrepancias, sino también el reconocimiento de configuraciones epistémicas emergentes y de regularidades en las prácticas docentes. De este modo, el enfoque empleado trasciende el análisis descriptivo para constituirse en una herramienta crítica capaz de guiar procesos de revisión curricular y transformación didáctica en contextos universitarios.

Para ello, se indagó en los significados de referencia construidos a partir del ámbito profesional, y se analizaron los significados pretendidos, implementados y evaluados en las asignaturas Matemática I y Matemática II. El propósito fue identificar en qué medida la enseñanza del cálculo en la FIO se articula con las necesidades formativas del ingeniero químico.

Los aportes derivados de esta investigación pueden clasificarse en tres dimensiones complementarias: teórica, metodológica y empírica. Cada una de ellas contribuye a consolidar un marco de análisis didáctico más robusto para el estudio de la enseñanza matemática en carreras profesionales, particularmente en disciplinas fuertemente contextualizadas como la Ingeniería Química.

Desde el punto de vista teórico, uno de los principales aportes de esta tesis radica en la construcción de un significado institucional de referencia para el cálculo diferencial e integral en la formación del ingeniero químico, anclado en demandas del ejercicio profesional y en marcos curriculares contemporáneos. Este significado, elaborado mediante un análisis documentado de fuentes académicas y entrevistas profesionales, constituye una herramienta poderosa para reinterpretar las prácticas de enseñanza universitaria desde una lógica más contextualizada y profesionalizante.

Metodológicamente, el estudio demuestra la potencia analítica del EOS para explorar y comparar los distintos niveles institucionales de significado (referencial, pretendido, implementado y evaluado). La articulación entre fases, así como el uso de configuraciones epistémicas y conflictos semióticos como categorías de análisis, permiten

capturar con precisión las tensiones y regularidades que atraviesan la enseñanza del cálculo en contextos universitarios.

Los resultados del estudio revelan, además, tensiones significativas entre las intenciones pedagógicas expresadas en las planificaciones docentes y lo que efectivamente se implementa y evalúa en las aulas. Si bien existe una alta coherencia entre los trabajos prácticos y los exámenes —ambos centrados en la aplicación mecánica de procedimientos y el uso de modelos predefinidos—, se observa una distancia importante respecto a los objetivos formativos vinculados con la contextualización, la modelización matemática, la argumentación conceptual y el uso diversificado del lenguaje matemático.

Estas tensiones han sido interpretadas como conflictos semióticos que afectan la construcción de significados matemáticos profundos. En línea con lo señalado por Burgos, Pérez y Fernández (2021), una enseñanza centrada en el algoritmo tiende a fragmentar el significado institucional del cálculo, debilitando su vínculo con los contextos reales de aplicación. Asimismo, como sostiene Alsina (2020), el desarrollo de competencias de modelización exige propuestas didácticas que desafíen a los estudiantes a construir representaciones propias, situación poco frecuente en los materiales analizados.

Desde el punto de vista curricular, los documentos del CONFEDI (2014, 2018) y la CONEAU (2015) insisten en la necesidad de alinear los contenidos matemáticos con las demandas del ejercicio profesional, enfatizando el papel del cálculo en la interpretación y solución de problemas de la ingeniería. Sin embargo, como se evidenció en esta investigación, esta alineación se encuentra limitada por la ausencia de orientaciones claras sobre la profundidad conceptual requerida y sobre las estrategias didácticas más adecuadas para su implementación.

El análisis realizado también retoma preocupaciones presentes en el estado del arte, como las formuladas por Cantoral y Mirón (2000), quienes advierten sobre la escasa conexión entre el conocimiento matemático universitario y las necesidades profesionales del ingeniero. En coincidencia, esta tesis confirma que, en la FIO, el cálculo sigue presentándose mayormente desde un enfoque técnico-descontextualizado y simbólico-reducido, lo que dificulta la integración de significados y su transferencia a la práctica ingenieril.

Desde el plano metodológico, el uso del EOS permitió una reconstrucción rigurosa de las configuraciones epistémicas que emergen en distintos niveles del currículo,

articulando dimensiones como las situaciones problemáticas, las prácticas matemáticas, los objetos primarios y los conflictos semióticos. Esta estructura de análisis resultó especialmente útil para visibilizar los desajustes entre los significados pretendidos y los efectivamente implementados y evaluados.

El principal aporte de esta investigación radica en la construcción de un significado institucional de referencia del cálculo diferencial e integral, elaborado a partir de fuentes múltiples y articulado conceptualmente mediante el Enfoque Ontosemiótico. A diferencia de una simple lista de contenidos, este significado emerge de las prácticas profesionales y permite establecer criterios epistémicos para evaluar las propuestas formativas existentes. El marco teórico-metodológico desarrollado resulta aplicable a otros contextos no matemáticos, ofreciendo herramientas para analizar críticamente la enseñanza del cálculo en función de las demandas del campo profesional. En este sentido, la tesis contribuye a abrir nuevas líneas de trabajo que articulen los saberes matemáticos con las prácticas y desafíos específicos de distintas disciplinas.

A nivel institucional, los hallazgos de esta tesis invitan a repensar la forma en que se articula la enseñanza del cálculo con las competencias profesionales que se espera desarrollar en ingeniería. La persistencia de un enfoque técnico-descontextualizado y mecanicista tensiona la implementación efectiva de marcos curriculares que promueven la contextualización, la modelización y la argumentación conceptual. En este sentido, el trabajo ofrece insumos concretos para el diseño de propuestas didácticas más integradas, que incluyan tareas abiertas, uso de representaciones múltiples, análisis de datos reales y espacios para la validación empírica de resultados. También ofrece un marco replicable para otras carreras de ingeniería, permitiendo abordar con mayor fineza la relación entre el saber matemático y su función formativa en distintos contextos institucionales.

Por otra parte, el trabajo logró establecer una mirada integral sobre la enseñanza del cálculo diferencial e integral en la FIO, no solo documentando lo que se enseña y evalúa, sino también aportando una interpretación crítica sobre la pertinencia de dichos significados en función del perfil profesional del ingeniero químico. Esta mirada articulada entre lo institucional, lo epistémico y lo profesional constituye uno de los principales aportes de la tesis, ofreciendo herramientas conceptuales y metodológicas para repensar la enseñanza del cálculo en carreras de ingeniería.

En este sentido, los hallazgos de esta investigación no solo iluminan una situación particular, sino que aportan elementos relevantes para el diseño de propuestas formativas más coherentes con las exigencias del campo profesional, contribuyendo así a una mejora sustantiva en la enseñanza del cálculo en el nivel universitario.

10.1. Proyecciones

A partir de los resultados obtenidos, se proyectan al menos tres líneas de desarrollo futuras, tanto en el plano de la investigación como en el de la intervención didáctica.

En primer lugar, resulta pertinente extender el enfoque metodológico de esta tesis a otras terminalidades del campo de la ingeniería. La aplicación de esta estrategia analítica en carreras como Ingeniería Civil, Electromecánica o en ámbitos interdisciplinarios permitiría comparar los significados institucionales atribuidos al cálculo diferencial e integral en distintos contextos, y detectar tensiones comunes o específicas. Este tipo de estudios contribuiría a la construcción de marcos de referencia más robustos y a la identificación de criterios que orienten la toma de decisiones curriculares en clave institucional.

En segundo lugar, los hallazgos de esta tesis ofrecen una base sólida para diseñar propuestas de enseñanza del cálculo alineadas con las exigencias del campo profesional. A partir del significado institucional de referencia construido, podrían desarrollarse tareas auténticas que incluyan situaciones propias de la Ingeniería Química, integrando prácticas de modelización, análisis de datos, estimación y validación. Esta línea permitiría avanzar en propuestas curriculares más contextualizadas, capaces de superar el enfoque técnico-procedimental aún predominante.

Finalmente, se vuelve imprescindible abordar el estudio de los significados personales que los estudiantes construyen sobre el cálculo a lo largo de su trayectoria formativa. En particular, sería valioso analizar cómo resignifican lo aprendido cuando transitan desde un currículo centrado en contenidos hacia propuestas que adoptan un enfoque por competencias. Esta línea permitiría comprender con mayor profundidad el modo en que los estudiantes articulan saberes matemáticos con situaciones profesionales, y qué obstáculos o reinterpretaciones emergen ante ese cambio de paradigma.

Una proyección complementaria consiste en profundizar el estudio de la formación docente en matemática para carreras de ingeniería, considerando los desafíos que implica traducir marcos de referencia como el EOS o los enfoques por competencias en propuestas

didácticas sostenibles, contextualizadas y alineadas con las demandas del ejercicio profesional. Esta línea permitiría comprender mejor el papel de los docentes como mediadores en la construcción de significados institucionales y personales, así como en la implementación de propuestas curriculares que promuevan aprendizajes matemáticos con sentido profesional.

Epílogo

Esta tesis no pretende clausurar interrogantes, sino abrir nuevos horizontes para repensar la enseñanza de la matemática en contextos profesionalizantes. La posibilidad de reconstruir significados institucionales desde las prácticas reales —académicas y laborales— constituye una apuesta por una educación más situada, crítica y comprometida con los desafíos del presente. El camino aquí recorrido ofrece herramientas, pero también deja preguntas abiertas que invitan a seguir investigando, dialogando y transformando la formación matemática en carreras de ingeniería.

11. Referencias bibliográficas

- Alsina, C. (2016). La enseñanza de la modelización matemática en ingeniería: Desafíos y perspectivas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 25(2), 47-62.
- Alsina, C. (2020). La enseñanza de la modelización matemática en ingeniería: Desafíos y perspectivas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 25(2), 47-62.
- Araujo, M. y Trotta, M. (2011). La acreditación universitaria en Argentina: Impactos en las carreras de ingeniería. *Revista Iberoamericana de Educación*, 56(1), 103-121.
- Artigue, M. (1995). Didactical design in mathematics education. *Educational Studies in Mathematics*, 29(1), 9-47.
- ASIBEI (2017). *Competencias y Perfil del Ingeniero Iberoamericano*. Asociación Iberoamericana de Instituciones de Enseñanza de la Ingeniería.
- Bravo, M. Guzmán, A. y González, J. (2016). La modelación matemática en la enseñanza de la ingeniería: Una perspectiva integradora. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 19(2), 145-164.
- Bressoud, D. Mesa, V. & Rasmussen, C. (2016). Insights and recommendations from the MAA National Study of College Calculus. *Mathematical Association of America*.

- Burgos, M. Pérez, J. y Fernández, R. (2021). Configuraciones epistémicas del concepto de integral definida en Ingeniería. *Revista de Educación Matemática en Ingeniería*, 14(3), 89-105.
- Burgos, M. Pérez, J. y Fernández, R. (2022). Configuraciones epistémicas del concepto de integral definida en Ingeniería. *Revista de Educación Matemática en Ingeniería*, 15(1), 27-45.
- Caballero, C., & Cantoral, R. (2008). *Tecnologías digitales y construcción del conocimiento matemático*. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 11(2), 171–194.
- Camarena Gallardo, P. (2010). La modelización matemática en la formación del ingeniero químico. *Revista Brasileira de Ensino de Ciência e Tecnologia*, 5(3), 1-10.
- Cantoral, R. y Mirón, H. (2000). Perspectivas en la enseñanza del análisis matemático en la educación superior. *Educación Matemática*, 12(2), 67-90.
- Coll, C. y Rodríguez Zambrano, S. (2007). El sistema educativo y las competencias profesionales. *Revista Iberoamericana de Educación*, 42(2), 113-130.
- CONEAU. (2015). *Estándares de Acreditación para Carreras de Ingeniería*. Comisión Nacional de Evaluación y Acreditación Universitaria de Argentina.
- CONFEDI. (2014). *El Enfoque por Competencias en las Ciencias Básicas*. Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de Argentina.
- CONFEDI. (2018). *Libro Rojo: Actualización del modelo de formación de ingenieros*. Consejo Federal de Decanos de Ingeniería de Argentina.
- Cruz López, S. L. y Herrera Castrillo, C. J. (2024). Desafíos en la enseñanza del Cálculo en contextos universitarios en un enfoque por competencias. *Plumilla Educativa*, 33(1), 1-27.
- Díaz Barriga, A. (2006). El enfoque por competencias en educación: ¿una alternativa o un disfraz de cambio? *Perfiles Educativos*, 28(112), 6-23.
- Fernández, M. y Guzmán, A. (2020). Contextualización en la enseñanza de la matemática: Desafíos y oportunidades. *Revista de Educación Matemática*, 28(1), 85-97.
- Font, V. Godino, J. D. y Gallardo, J. (2013). Enfoque ontosemiótico de la cognición matemática y la enseñanza de las matemáticas. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 16(4), 373-396. Recuperado de https://www.researchgate.net/publication/260421703_Enfoque_ontosemiotico_de_la_cognicion_matematica_y_la_ensenanza_de_las_matematicas
- Freire, S. (2018). Formación docente y enseñanza de la modelización matemática. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 25(1), 63-82.
- García Retana, M. (2013). Dificultades en el aprendizaje del cálculo: Un análisis desde la perspectiva didáctica. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 34(4), 55-70.
- Gimeno Sacristán, J. (2008). El currículo: Una reflexión sobre la práctica. *Morata*.

- Godino, J. D. (2002). Un enfoque ontológico y semiótico de la cognición matemática. Recuperado de https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf
- Godino, J. D. (2003). *Teoría de las funciones semióticas. Un enfoque ontológico-semiótico de la cognición e instrucción matemática*. Trabajo de investigación presentado para optar a la Cátedra de Universidad de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada. Disponible en: http://www.fceia.unr.edu.ar/~sreyes/funciones_semioticas.pdf. Recuperado: 24/04/13.
- Godino, J. D. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas*. Universidad de Granada. Recuperado de https://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2007). El enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 27(1), 31-68.
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2014). *Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: Fundamentos y aplicaciones*. Universidad de Granada. Recuperado de <https://www.ugr.es/~jgodino/eos/>
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2020). El enfoque ontosemiótico: Implicaciones sobre el carácter prescriptivo de la didáctica. *Revista Chilena de Educación Matemática*, 12(2), 3-15. <https://doi.org/10.46219/rechiem.v12i2.25>
- Godino, J. D. Batanero, C. y Font, V. (2020). *Enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemáticos*. Editorial Universidad de Granada. Recuperado de https://editorial.ugr.es/libro/enfoque-ontosemiotico-del-conocimiento-y-la-instruccion-matematicos_129442/
- Godino, J. D. Font, V. Wilhelmi, M. R. y Castro, W. F. (2009). Una aproximación ontosemiótica a la visualización en educación matemática. *Enseñanza de las Ciencias*, 27(1), 59-76. Recuperado de <https://www.ugr.es/~jgodino/eos/>
- Godino, J. D. Wilhelmi, M. R. y Font, V. (2017). Significados del razonamiento funcional y proporcionalidad en contextos educativos. *Revista de Educación Matemática*, 22(2), 67-92.
- Godino, J. D. Wilhelmi, M. R. y Font, V. (2024). Configuraciones epistémicas en la enseñanza de la proporcionalidad. *Revista de Educación Matemática*, 29(1), 45-63.
- Godino, J. D. y Batanero, C. (1994). Significado institucional y personal de los objetos matemáticos. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 14(3), 325-355. Recuperado de <https://revue-rdm.com/1994/significado-institucional-y/>
- González, M. y Castillo, J. (2019). La modelización matemática en ingeniería: Desafíos y perspectivas. *Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 22(3), 55-72.
- Hitt, F. (2003a). Investigaciones en educación matemática: Fundamentos y perspectivas. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Lincoln, Y. & Guba, E. (1985). *Naturalistic inquiry*. Newbury Park, United States: SAGE Publication, Inc.

- López-Gay, R. y Rodríguez, M. (2018). Modelización matemática en Ingeniería Química: Aplicaciones y estrategias didácticas. *Educación Matemática en la Universidad*, 13(2), 97-114.
- GODINO, J., FONT, V., WILHELMI, M. & LURDUY, O. (2009). *Semiotic Approaches to Mathematics, the History of Mathematics and Mathematics Education*. 3rd Meeting. Aristotle University of Thessaloniki.
- Mejía Aguilar, A. (2020). Contextualización en la enseñanza de las matemáticas: ¿Simplificación o enriquecimiento conceptual? *Revista de Educación Matemática*, 28(2), 143-160.
- Otero, M. R. (2019). Evaluacionismo y competencias: Reflexiones sobre la educación en el siglo XXI. *Revista de Educación y Pedagogía*, 31(1), 3-20.
- Perrenoud, P. (2001). Construir competencias desde la escuela. *Graó*.
- Perrenoud, P. (2008). Construir las competencias, ¿es darle la espalda a los saberes? *Red U. Revista de Docencia Universitaria* (número monográfico II, Formación centrada en competencias), pp. 1–8.
- Perrenoud, P. (2009). Enfoque por competencias ¿una respuesta al fracaso escolar? *Pedagogía Social. Revista Interuniversitaria*, 16, pp. 45-64.
- Pino-Fan, L. R. Godino, J. D. y Font, V. (2011). Significados del cálculo diferencial e integral desde el EOS. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 20(1), 11-40.
- Pino-Fan, L. (2017). Contribución del Enfoque Ontosemiótico a las investigaciones sobre didáctica del Cálculo. En Contreras, J. M.; Arteaga, P.; Cañadas, G. R.; Giacomone, B. y López-Martín, M. M. (Eds), *Actas del Segundo Congreso Internacional Virtual sobre el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemáticos*.
- Plaza Gálvez, C. (2016). La modelación matemática en la enseñanza de la ingeniería. *Revista Latinoamericana de Educación Matemática*, 19(1), 45-60.
- Pochulu, M. D.; D’Andrea, L. J. y Ferreyro, M. (2019). “Indicadores referenciales para valorar planificaciones de matemática de ingeniería centradas en enseñanza por competencias”, *Revista Electrónica de divulgación de STEM*, 1(1), pp. 66-83. ISSN 2683-8648.
- Pochulu, R., D’Andrea, E., y Otero, M. R. (2009). *Dificultades de los estudiantes en el aprendizaje del cálculo diferencial*. *Revista Educación Matemática*, 21(3), 5–30.
- Stake, R. (1998). *Investigación con estudio de casos*. Madrid: Morata.
- WFEO. (2020). *Engineering 2030 Plan*. World Federation of Engineering Organizations.
- Wilhelmi, M. R. Godino, J. D. y Lacasta, E. (2007). Holo-significado y enseñanza de la matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 10(1), 11-40.
- Zuñiga, L. (2007). El cálculo en carreras de ingeniería: un estudio cognitivo. *Revista latinoamericana de investigación en matemática educativa*, 10(1), pp. 145-175.

12. Anexos

Anexo 1: Cuestionario a ingenieros químicos en ejercicio

Cuestionario: Tesis Doctoral - Matemática en Carreras de Ingeniería

Este cuestionario tiene el propósito de recabar información acerca de las prácticas matemáticas que se utilizan o no en el campo profesional de un ingeniero químico.

** Indica que la pregunta es obligatoria*

1. Nombre y Apellido *

2. Año de egreso de la facultad *

Ejemplo: 7 de enero del 2019

3. Lugar de trabajo *

Preguntas sobre cuestiones laborales

4. ¿Qué actividades realizas laboralmente en una rutina diaria? *

5. Las actividades que mencionaste, ¿las relacionadas con alguna/s de la/s siguientes? *

Actividad reservada (CONFEDI, 2018)	
1- Diseñar, calcular y proyectar:	Productos, procesos, sistemas, instalaciones y elementos complementarios correspondientes a la modificación física, energética, fisicoquímica, química o biotecnológica de la materia; e instalaciones de control y de transformación de emisiones energéticas, efluentes líquidos, residuos sólidos y emisiones gaseosas
2- Proyectar, dirigir y controlar la construcción, operación y mantenimiento:	
3- Certificar y/o verificar el uso o estado de:	
4- Proyectar y dirigir lo referido a:	La higiene, seguridad y control de impacto ambiental en lo concerniente a su actividad profesional.

Selecciona todos los que correspondan.

- ☐ Opción 1
☐ Opción 2
☐ Opción 3
☐ Opción 4
☐ Ninguna

La relación de la matemática con el ámbito laboral

6. ¿Identificas la presencia de matemática en las actividades que realizas? *

¿Qué tipo de actividades matemáticas realizas?

7. De estos temas/contenidos ¿usas alguno en particular? *

1- <u>Numeros Reales</u>
2- Ecuaciones y sistemas de ecuaciones
3- Funciones
4- Límite de funciones
5- Continuidad de funciones
6- Derivada
7- Integrales
8- Series

Marca solo un óvalo.

- ☐ Opción 1
☐ Opción 2
☐ Opción 3
☐ Opción 4
☐ Opción 5
☐ Opción 6
☐ Opción 7
☐ Opción 8
☐ Ninguna

8. En caso de haber seleccionado alguna opción en el punto anterior, detalla en que actividad laboral utilizas ese/esos contenidos *

9. En caso de que utilices algún software en tu ámbito laboral indica cuál y para qué *

10. ¿Qué matemática crees que se debiera enseñar en carreras de ingeniería? *

Anexo 2: Guía de entrevista semiestructurada a docentes

- En relación al cálculo diferencial e integral, seleccionaste ciertos **contenidos**
 1. ¿Podrías decirme qué criterio de selección usaste?
 2. ¿Con qué intención seleccionaste esos y no otros?
 3. ¿Cómo decidís el nivel de profundidad con que abordas cada contenido seleccionado?
 4. En varias unidades aparece el término “aplicaciones” (por ejemplo T de Green, Gauss, Stoke, trabajo, etc), ¿a qué te refieres con ello?
- En los **objetivos** se evidencia la intención de aportar al desarrollo de competencias más generales, como la modelización, la resolución de problemas, implementación de razonamiento lógico y formal, comunicación, trabajo autónomo, habilidades tecnológicas.
 1. ¿Podrías decirme por qué y con qué criterio seleccionaste esas competencias?
 2. ¿A qué te refieres con capacidades/habilidades tecnológicas? ¿por qué te parece importante favorecerla?
 3. ¿Qué estrategias implementan para favorecer el desarrollo de las competencias seleccionadas? ¿y para evaluarlo?
 4. Un ítem importante en la planificación, y que hoy se discute mucho al respecto, es sobre los aportes que nuestras asignaturas hacen a la formación de futuros ingenieros... ¿Cuál consideras que es ese aporte? y ¿en qué medida crees que se logra?
- Para el **desarrollo** de la asignatura se propone clases teórico prácticas, resolución de problemas en grupo básicamente.
 1. ¿Quieres contar alguna particularidad de la dinámica que implementan?
 2. ¿Qué tipo de ejemplos desarrollas en tus clases, frente al gran grupo?

3. ¿Qué características tienen los problemas propuestos en los TP? ¿qué criterios usas para seleccionarlos y secuenciarlos?
4. ¿Qué estrategias implementan para “vigilar” y favorecer el desarrollo de las competencias seleccionadas?

- Para la **evaluación** se opta por un sistema de parciales/recuperatorio/suma de puntos, con posibilidad de promoción o examen final. Además se propone la realización de actividades especiales

1. ¿En qué consisten las actividades especiales?
2. ¿Con qué objetivo las incorporan? ¿Cómo se ponderan en la calificación final?

3. Respecto de los parciales y finales, ¿en qué consisten? ¿Qué tipo de actividades se proponen? ¿qué criterios de evaluación adoptan?

- Como **material didáctico** se mencionan apuntes, videos explicativos, trabajos prácticos y software

1. ¿Con qué lógica y objetivo preparaste el apunte? ¿Qué tipo de información incluíste? ¿es un material inédito o resumen de los libros? y ¿en los videos explicativos?

2. Usas TIC como Rec didáctico? ¿con qué objetivo? ¿Cómo los integras a las clases y a los TP?

- Respecto de la **bibliografía**

¿Qué criterio usas para seleccionar la bibliográfica propuesta como básica? y de consulta?

... .
estamos en un momento de cambio y revisión de la enseñanza de la matemática en carreras de ingeniería... ¿qué opinión tenes al respecto? ¿qué desafíos crees que debemos afrontar? ¿qué obstáculos puede visualizar? ¿cómo te imaginas la enseñanza de la matemática en el marco del nuevo plan de estudio?

Anexo 3: Planificaciones docentes

Planificación docente – Matemática 1

	ASIGNATURA MATEMATICA I		
DOCENTE RESPONSABLE			
MARCO DE REFERENCIA			
Asignatura	Matemática I	Código	1003
Carrera	Ingeniería en Agrimensura (1). Ingeniería Civil (2). Ingeniería Electromecánica (3). Ingeniería Industrial (4). Ingeniería Química (5). Profesorado en Química (6).		
Plan de estudios	Ingeniería en Agrimensura. Ingeniería Civil - Ord.C.S.Nº 8383. Ingeniería Industrial - Ord.C.S.Nº 8381. Ingeniería Electromecánica - Ord.C.S.Nº 8384. Ingeniería Química - Ord.C.S.Nº 8380. Profesorado en Química - Ord.C.S.Nº 2900		
Bloque curricular	Ciencias Básicas de la Ingeniería		
Ubicación en el plan de estudios (año y cuatrimestre)	1° año 1° cuatrimestre		
Asignaturas correlativas aprobadas	Seminario de Introducción a la Vida Universitaria. Introducción a las Ciencias Básicas.		
Duración o Desarrollo	cuatrimestral	Carácter	regular

Carga horaria presencial semanal (h)	120	Carga horaria total de dedicación del estudiante (h)		Créditos	9
CONTENIDOS MÍNIMOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS	Funciones de una variable. Límite y continuidad. Derivada. Estudio de funciones. Álgebra vectorial y aplicaciones. Funciones de varias variables. Superficies. Derivadas parciales y direccionales. Diferenciabilidad. Optimización de funciones en una y varias variables. Aplicaciones.				
Departamento al cual está adscripta la carrera	(1) y (2) a Ingeniería Civil y Agrimensura (3) A Ingeniería Electromecánica (4) a Ingeniería Industrial (4) A Ingeniería Química y Tecnología de los Alimentos (5) A Formación Docente				
Área a la cual está asociada la asignatura	Matemática				
Número estimado de estudiantes	120				
OBJETIVOS					
Que los/las estudiantes: -adquieran y comprendan los conceptos y métodos básicos del cálculo diferencial en una y varias variables para modelar y resolver diferentes problemas de aplicación interpretando adecuadamente los resultados obtenidos. -desarrollen un razonamiento lógico y formal en la resolución de problemas. -desarrollen habilidades tecnológicas mediante el uso de softwares de cálculo simbólico o de visualización gráfica, para explorar conceptos, realizar cálculos complejos de manera eficiente y visualizar resultados de manera más intuitiva.					
APORTE DE LA ASIGNATURA A LA FORMACIÓN BÁSICA Y/O PROFESIONAL					
El cálculo diferencial, tanto en una variable como en varias variables, desempeña un papel fundamental en la formación de los profesionales de la ingeniería, ya que proporciona las herramientas necesarias para el análisis, modelado y resolución de problemas complejos presentes en diversas ramas de la ingeniería. Estos conceptos matemáticos permiten comprender las tasas de cambio, optimizar sistemas y procesos; así como estimar y predecir comportamientos físicos y fenómenos naturales. Además, el estudio de las derivadas y gradientes en varias variables los habilita para abordar situaciones en las que múltiples variables interactúan simultáneamente, como en sistemas dinámicos, análisis de campos vectoriales y optimización multidimensional. Un sólido dominio del cálculo diferencial en una y varias variables brindará a los futuros profesionales la capacidad de tomar decisiones fundamentadas, diseñar soluciones innovadoras y aplicar métodos cuantitativos rigurosos en su práctica profesional. El objetivo de la enseñanza del cálculo diferencial es desarrollar en los estudiantes habilidades para resolver problemas teóricos y experimentales dentro del contexto de cada disciplina. Esto les permitirá adquirir competencias que los capacitarán para identificar, plantear y solucionar problemas relevantes para la ingeniería.					
DESARROLLO DE LA ASIGNATURA (Actividades y estrategias didácticas utilizadas para el desarrollo de las capacidades y competencias)					
Para el desarrollo de la asignatura se propone trabajar en dos ámbitos complementarios. El primero es un espacio teórico-práctico a cargo de la docente responsable del curso, en colaboración con docentes auxiliares. El segundo consiste en actividades prácticas lideradas por docentes auxiliares, con el apoyo de la profesora responsable. A pesar de esta división, ambos espacios se diseñan de manera que permitan a los estudiantes generar un conocimiento integral. En las clases teórico-prácticas, se presentan los conceptos principales de cada tema, se destacan aspectos relevantes, se proporcionan ejemplos y se proponen a los estudiantes ejercicios prácticos que reflejan los contenidos estudiados. Estas actividades fomentan la participación y la presencia activa de los estudiantes. En el ámbito práctico, los docentes auxiliares se encargarán de orientar a los estudiantes en la resolución de los ejercicios que forman parte de los trabajos prácticos. Estarán disponibles para responder las consultas y guiar a los alumnos, fomentando así la participación activa y la resolución conjunta de las problemáticas planteadas. Se incentiva a los estudiantes a formar grupos, con el objetivo de promover la colaboración y la discusión en la búsqueda de soluciones. El objetivo principal es lograr una comprensión integrada de los temas, para lo cual se presentan en los distintos bloques temáticos problemas de aplicación que plantean situaciones reales de diferentes campos del conocimiento. A través de estas actividades que se proponen se espera que, ante cualquier problema, el estudiante sea capaz de identificar, comprender y explicar su contexto para resolverlo con los conocimientos adquiridos, y así estar en condición de proponer y enfrentar nuevos problemas.					

Además, se han programado cinco actividades (APO) como complemento del curso, las cuales son obligatorias para quienes aspiren a la promoción de la asignatura. Estas actividades se diseñan y realizan utilizando los recursos disponibles en la plataforma FIO, como cuestionarios de opción múltiple y entrega de tareas. Su objetivo principal es brindar a los estudiantes propuestas concretas para que puedan revisar los conceptos estudiados e integrar los conocimientos, fortaleciendo así lo aprendido en etapas previas al examen parcial.
Estrategia de evaluación de los alumnos
Regularización de la asignatura
Los estudiantes serán evaluados por medio de dos exámenes parciales. Los parciales serán de carácter teórico-práctico y con puntaje máximo de 100 puntos cada uno de ellos. Para acreditar la cursada de la asignatura deberán obtener 110 puntos entre los parciales.
Accederán a la instancia de Recuperatorio General aquellos estudiantes que:
habiendo sumado 110 puntos o más entre los dos exámenes parciales, no obtuvieron como mínimo 30 puntos en alguna de las evaluaciones parciales. En el recuperatorio general serán evaluados nuevamente sobre los temas tratados en ese parcial, y necesariamente obtener como mínimo 30 puntos.
no sumaron 110 puntos entre los dos exámenes parciales pero alcanzaron al menos 60 puntos. Los temas que se incluirán en ese Recuperatorio General serán indicados por la cátedra. Este recuperatorio general será independiente de la suma de puntos obtenida en los exámenes parciales, aprobándose con una calificación mínima de 55 puntos.
Promoción de la asignatura
Para acreditar la promoción de la asignatura deberán alcanzar un puntaje de 130 puntos entre los dos parciales, con no menos de 55 puntos en cada uno de ellos. Además, tendrán que realizar de manera satisfactoria, al menos tres de las cinco APO.
Examen Final
Los alumnos que no accedan a la promoción tendrán que rendir el examen final teórico-práctico en las fechas que establece esta Facultad mediante el calendario académico.
Recursos didácticos (generales, software, aulas híbridas, plataforma Moodle, etc.)
Se utiliza el aula virtual de la asignatura, disponible en la plataforma FIOVirtual. En ese sitio estarán disponibles: los apuntes de clase, guía de trabajos prácticos, respuestas de todos los ejercicios y soluciones detalladas de los más significativos, videos explicativos. También se usarán diferentes softwares como GeoGebra, pizarras digitales, entre otros.
Se promueve la consulta de la bibliografía recomendada.
Programa Analítico de la Asignatura
Unidad 1: Funciones numéricas
Funciones numéricas y gráficas. Dominio e imagen. Álgebra de funciones. Funciones polinomiales y racionales. Funciones trascendentes. Función inversa. Función exponencial y logarítmica. Funciones hiperbólicas. Funciones y modelos.
Unidad 2: Límite y continuidad
Límite de una función. Límites laterales. Álgebra de límites. Teoremas. Límites infinitos y en el infinito. Asíntotas. Continuidad de funciones. Discontinuidades. Teorema del Valor intermedio.
Unidad 3: Derivadas
Derivada de una función. Significado geométrico y físico. Derivada de una función en un punto. La derivada como una función. Aplicaciones geométricas de la derivada. Recta tangente y normal. Derivabilidad y continuidad. Álgebra de derivadas. Derivada de la función: compuesta, función inversa, función implícita. Derivación logarítmica.
Unidad 4: Aplicaciones de las derivadas
Razones de cambio relacionadas. Teorema del Valor Medio. Regla de L'Hopital. Extremos de funciones. Gráficas y la primera derivada. Concavidad y puntos de inflexión. Estudio de gráficas de funciones. Linealización y diferenciales.
Unidad 5: Funciones Vectoriales
Espacio tridimensional y vectores. Producto punto. Producto cruz. Ecuaciones de las rectas y los planos. Funciones a valores vectoriales. Curvas parametrizadas. Sentido de recorrido. Límite y continuidad de una función vectorial. La derivada de una función vectorial y su interpretación geométrica.
Unidad 6: Funciones escalares de varias variables
Superficies en el espacio. Esferas. Cilindros. Superficies cuadráticas. Funciones de dos variables. Gráficas. Curvas de nivel.
Unidad 7: Diferenciación de funciones escalares de varias variables
Límites y continuidad. Diferenciabilidad, aproximación lineal y plano tangente. Derivadas parciales. Regla de la cadena. Derivada

direccional y vector gradiente. Dirección de máximo crecimiento. Derivada direccional y curvas de nivel. Derivada direccional y superficies de nivel. Derivación parcial implícita.

Unidad 8: Optimización

Problemas de optimización en una variable. Extremos de funciones en varias variables. Clasificación. Método de los multiplicadores de Lagrange.

Bibliografía Básica

Cálculo - Conceptos y Contextos. Stewart James. Editorial Thomson Internacional. Cálculo: trascendentes tempranas. Stewart James. Editorial Thomson Internacional. Cálculo con geometría analítica. Zill, Dennis. Grupo Editorial Iberoamericana.

Cálculo. Trascendentes tempranas. Zill D.G. y Wright, W. S. Editorial Mc Graw – Hill Cálculo una variable. Thomas, G.B. Pearson Educación.

Cálculo: varias variables. Thomas, G.B. Pearson Educación. Cálculo vectorial. Pita Ruiz, C. Prentice-Hall Hispanoamericana.

Bibliografía de Consulta

Guía de trabajos Prácticos de Matemática I - Autores Docentes de la Cátedra. Apuntes de clase confeccionados por los docentes de la asignatura.

Planificación docente – Matemática 2

	ASIGNATURA MATEMÁTICA II			
DOCENTE RESPONSABLE				
MARCO DE REFERENCIA				
Asignatura	Matemática II		Código	C 005 1
Carrera	Ingeniería en Agrimensura, Ingeniería Civil, Ingeniería Electromecánica, Ingeniería Industrial; Ingeniería Química; Profesorado Universitario en Química			
Plan de estudios	Ingeniería en Agrimensura – RCS 8382/22 Ingeniería Civil – RCS 8383/22 Ingeniería Electromecánica – RCS 8384/22 Ingeniería Industrial – RCS 8381/22 Ingeniería Química – RCS 8380/22 Profesorado Universitario en Química– RCS 8385/22			
Bloque curricular	Ciencias Básicas de la Ingeniería			
Ubicación en el plan de estudios	1er año – 2do cuatrimestre			
Asignaturas correlativas cursadas	Matemática I (1003)			
Duración o Desarrollo (anual/cuatrimstral/bimestral)	Cuatrimestral		Carácter	Obligatoria
Carga horaria presencial semanal (h)		Carga horaria total de dedicación del estudiante (h)	270	Créditos 9
CONTENIDOS MÍNIMOS SEGÚN PLAN DE ESTUDIOS	Integrales de una función real de variable real. Integrales múltiples. Campos vectoriales. Integrales curvilíneas. Integrales de superficies. Aplicaciones de las integrales. Cálculo vectorial y teoremas asociados. Series Numéricas. Series de potencia. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Existencia y unicidad de solución en problemas de valor inicial. Aplicaciones.			
Departamento al cual está adscripta la carrera	Ciencias Básicas			
Área a la cual está asociada la asignatura	Matemática			
Número estimado de estudiantes	80			

OBJETIVOS
OBJETIVO GENERAL: Favorecer en los estudiantes el desarrollo de las competencias adecuadas para la resolución de problemas, seleccionando estrategias adecuadas para tal fin, como así también para validación de las soluciones obtenidas. OBJETIVOS ESPECÍFICOS: Que el alumno: -Identifique e interprete los conceptos fundamentales del cálculo integral para distintas clases de funciones (escalares o vectoriales de una, dos o varias variables) para plantear, modelar matemáticamente y resolver diferentes problemas de índole geométrica, física u otros, seleccionando el modelo integral adecuado y aplicando los procedimientos de cálculo correspondiente. - Identifique e interprete los conceptos fundamentales de series para continuar con su profundización en asignaturas posteriores del plan de estudios. -Desarrolle la capacidad de analizar, razonar y comunicar eficazmente la resolución de problemas matemáticos en una variedad de dominios propios del plano y el espacio, en situaciones intra y extramatemáticas para favorecer el aprendizaje. -Desarrolle capacidades tecnológicas usando softwares específicos para enriquecer los procesos de aprendizaje. -Comience a desarrollar la capacidad de trabajo autónomo y de comunicación oral para afianzar e integrar los conocimientos matemáticos como aporte a la capacidad de abstracción y razonamiento adecuado para el futuro ingeniero.
APORTE DE LA ASIGNATURA A LA FORMACIÓN BÁSICA Y/O PROFESIONAL
Esta asignatura constituye una materia inicial de las carreras de ingeniería como así también del profesorado universitario en química por lo cual se procurará desde la misma contribuir a la formación básica. La enseñanza de la Matemática debe contribuir a que el estudiante de Ingeniería desarrolle una visión del mundo que le favorezca la formación del pensamiento productivo, creador y científico. El propio contenido de la matemática como disciplina de estudio, los principios de su estructuración, la metodología de introducción de nuevos conceptos, teoremas y procedimientos, son elementos que pueden y deben influir positivamente en este sentido. La Matemática ayuda a pensar, a inducir y deducir, a analizar y sintetizar, a generalizar y abstraer, y a realizar otras operaciones mentales que contribuyen al desarrollo de la inteligencia; al mismo tiempo, promueve la intuición, es imaginativa y encierra una gran potencialidad creadora. Por ello, se utilizarán tanto las herramientas de Matemática Básica y sus Aplicaciones como de Matemática I las cuales proveen los conocimientos previos necesarios para la modelización de situaciones reales sin enfatizar en la axiomática. El procedimiento o idea de tomar un elemento diferencial para luego calcular la magnitud completa integrando, es una estrategia frecuentemente utilizada en Ingeniería para explicar fórmulas o conceptos propios de ella. La consideración para la enseñanza-aprendizaje de estas nociones y procedimientos, constituyen importantes herramientas para una comprensión profunda de los fenómenos que se estudian en la ingeniería. En el marco de esta actividad curricular se abordará el Cálculo Integral para resolver, fundamentalmente, problemas geométricos y otros vinculados a fenómenos físicos, además de conocer algunas técnicas de integración y abordar el teorema fundamental del cálculo lo que permite vincular el cálculo diferencial con el cálculo integral. Asimismo, considerando la importante relación que une a una curva con el área que limita se introducirá el teorema las vincula. De manera similar se introducirán los teoremas que brindan igualdades que vinculan integrales múltiples, integrales de línea e integrales de superficie. Con Matemática II se cierra el qué, cómo y para qué enseñar-aprender el Cálculo de una y varias variables en la formación de ingenieros.
DESARROLLO DE LA ASIGNATURA
Actividades y estrategias didácticas utilizadas para el desarrollo de las capacidades y competencias Se proponen clases teórico - prácticas participativas, con el fin de proporcionar los conocimientos básicos del cálculo integral. Se fundamentará la elaboración de modelos matemáticos que representen situaciones reales. Se abordará el desarrollo teórico con una exposición oral del profesor en la que ejemplificará cada contenido y en algunos casos serán los alumnos los que propongan ejercicios a realizar en forma conjunta. En esta etapa se acentuarán la claridad de los conceptos, el orden lógico, la capacidad de abstracción y generalización, el análisis, el rigor científico y la intuición. Por último, una vez obtenidas las herramientas, se deben solucionar los problemas planteados, para imprimir un carácter teórico - práctico a la asignatura. Se propondrá la resolución de un problema en forma grupal contribuyendo al trabajo en equipo y la comunicación escrita, mediante narrativa, la entrega se realizará a través de la plataforma FIO Virtual como así también la retroalimentación que los docentes daremos a cada grupo. Los auxiliares de docencia responderán a las preguntas de los alumnos tratando de guiar a los mismos para la resolución de los trabajos prácticos, incluyendo además videos explicativos de los ejercicios más representativos de los temas abordados. Los alumnos formarán grupos con el fin de resolver y discutir las problemáticas planteadas. El permanecer en la clase y hacer las consultas sobre los temas que presentan dificultad es total responsabilidad de los alumnos

ya que la asistencia no es obligatoria.

En esta cursada, además se llevará a cabo un modelo de intercambio virtual denominado Colaboración Internacional para el Aprendizaje en Línea (COIL) con la cátedra Cálculo II del Instituto Mauá de tecnología, San Pablo, Brasil en el marco Proyecto “Internacionalización Integral de la UNICEN” del Programa de Internacionalización de la Educación Superior y Cooperación Internacional (PIESCI) de la Secretaría de Políticas Universitarias (SPU), Ministerio de Educación Argentino. Se realizarán actividades conjuntas entre los estudiantes de Argentina y de Brasil sobre el tema Ecuaciones Diferenciales Ordinarias de 1er orden.

Estrategia de evaluación de los alumnos

Regularización de la asignatura

Los instrumentos de evaluación que se utilizarán son:

- Resolución de dos problemas (2)
- Parcial (2)
- Recuperatorio general (1)
- Promoción. Defensa oral del problema resuelto en instancia de COIL.

Resolución de un problema: esta actividad se realizará en forma grupal, la cual se entregará a través de la plataforma FIO Virtual, utilizando la metodología de la narrativa y con cronograma acordado desde el inicio de la cursada. El equipo docente realizará devoluciones a modo de retroalimentación para una entrega final de la actividad y defensa en forma oral. El 1er problema será de experimentación previo a la realización del COIL con la cátedra de Cálculo II del Instituto Mauá de Tecnología.

Será obligatoria la participación de los estudiantes en la resolución de ambos problemas.

Parciales: Se presentarán dos “Parciales” y un recuperatorio general.

Para cursar Matemática II adoptará el régimen de **Cursada por suma de puntos de parciales** dispuesto por el Reglamento de Enseñanza y Promoción vigente (Resolución CAFI N° 227/04) siendo las condiciones:

- Haber participado en la Resolución de los problemas.
 - **Sumar 110 puntos entre los dos Parciales** (cada uno de ellos en una escala de 100 puntos) y en ninguno de ellos obtener un puntaje menor a 30 puntos.
 - Aquel alumno que **sume 110 puntos** en los dos “Parciales”, pero **en uno no obtuvo como mínimo 30 puntos**, tendrá una oportunidad de ser evaluado nuevamente sobre los temas tratados en ese “Parcial individual” y obtener como mínimo 30 puntos.
 - El alumno que **no suma 110 puntos** entre los dos “Parciales” pero **suma al menos 60 puntos**, podrá acceder a un Recuperatorio sobre temas a considerar por la cátedra.
- El recuperatorio es independiente de la suma de puntos obtenida en los exámenes “Parciales”, la calificación mínima para aprobarlo será de **60/100** (sesenta sobre cien) puntos, y los temas que se incluyan en el mismo serán comunicados previamente al alumno con al menos 7 (siete) días de anticipación.

Promoción de la asignatura

- Cumplir con la ResCAFI N° 267/19.
- Haber participado la Resolución de los problemas propuestos para el trabajo grupal.
- Tener aprobados los dos “Parciales” con **al menos 65 puntos cada uno**.
- Aprobar la “Promoción” en defensa oral (modalidad presencial) del problema resuelto en instancia de COIL.

Examen Final

Para la preparación del examen final los estudiantes contarán con un espacio en la FIO Virtual que hará las veces de repositorio de todo el material teórico-práctico de la asignatura como así también como medio de comunicación.

1. Criterios de evaluación

De acuerdo a los criterios planteados para la asignatura en la mesa de examen final se evaluará que el/la estudiante haya logrado:

- Desarrollar las competencias adecuadas para la resolución de problemas y para la selección de estrategias adecuadas a ese fin, como así también para validar las soluciones obtenidas.
- Interpretar consignas
- Resolver problemas de cálculo integral en una y varias variables.
- Interpretar marcos teóricos que justifiquen decisiones de elecciones de métodos de resolución de problemáticas
- Utilizar lenguaje, oral y escrito, pertinente para comunicar.

Criterios específicos:

- Resolución de problemas matemáticos en una variedad de dominios propios del plano y el espacio y en situaciones intra y extramatemáticas.
- Visualizar curvas y superficies de nivel.
- Calcular áreas y volúmenes mediante integrales. Utilizar cambios de coordenadas comprendiendo sus alcances y limitaciones.
- Parametrizar curvas.
- Calcular integrales de línea y/o trayectoria. Relacionarlas.
- Dibujar campos vectoriales sencillos.

- Parametrizar superficies y calcular sus áreas.
 - Aplicar los teoremas de Green, Gauss y Stokes interpretando sus alcances y limitaciones.
 - Analizar convergencia de series
 - Utilizar ecuaciones diferenciales de primer orden para resolver problemas.
2. Pautas y Metodología de evaluación.
- Mesa de final en modalidad presencial
 - Examen con una instancia escrita y defensa oral cuando sea necesario.
 - Los tiempos se ajustarán según los ejercicios involucrados en esa instancia.
 - La instancia oral será de no más de 30 minutos quedando a disposición de la cátedra la opción de realizar preguntas integradoras, debate sobre resoluciones presentadas, etc.
 - Las notas serán comunicadas a través de SIU Guaraní.
3. Recursos tecnológicos: los estudiantes que cuenten con notebook, netbook, tablet o celular podrán utilizarlos tanto en clase como en instancias de evaluación. Para aquellos que no cuenten con alguno de estos recursos dispondrán de notebooks de la institución.

Recursos didácticos (generales, software, aulas híbridas, plataforma Moodle, etc.)

Matemática II se desarrollará en la modalidad presencial:

- para el abordaje de los conceptos teóricos los estudiantes contarán con material en formato video compartido en Google Drive y apuntes en pdf en el aula virtual de la plataforma FIO Virtual.
- los trabajos prácticos en archivos pdf estarán accesibles a través de la plataforma FIO Virtual, los que se complementarán, de ser necesario, con trabajo en el pizarrón y con videotutoriales explicativos o documentos con la resolución de algunos ejercicios en la plataforma FIO Virtual.
- para las consultas sobre los ejercicios prácticos se coordinarán, además, clases en caso de considerarse necesario.
- Las clases se desarrollarán en forma presencial los miércoles de 13 a 17 horas y los viernes de 8.30 a 12.30 horas.

Principales equipos o instrumentos

Pizarra Digital, Notebook, Plataforma FIO Virtual, celulares, cañón, tiza o marcadores y pizarrón o pizarra.

Programa Analítico de la Asignatura

Unidad temática I:

El problema del cálculo del área debajo de la gráfica de una función. Integral definida: definición y propiedades. Teorema fundamental del cálculo integral. Teorema del valor medio para integrales. Integral indefinida. Propiedades. Métodos de integración: sustitución, integración de funciones racionales. Uso de tabla de integrales. Aplicaciones de la integral: cálculo del área de una región del plano, volumen de un sólido de revolución, longitud de un arco.

Unidad temática II:

Integrales múltiples. Integral doble: definición, propiedades. Cálculo por medio de integrales iteradas. Regiones tipo I y II. Cálculo por medio de integrales iteradas. Integral triple: definición, propiedades. Teorema del cambio de variable. Cambio de variables: su aplicación para simplificar el cálculo de integrales. Sistemas de coordenadas polares, cilíndricas y esféricas. Aplicaciones de las integrales múltiples.

Unidad temática III:

Representación paramétrica de curvas en el plano y en el espacio. Longitud de arco de una curva, función de longitud de arco, parámetro de longitud de arco. Campos vectoriales. Rotor y divergencia de un campo vectorial, propiedades. Campo gradiente. Integral de línea de una función escalar. Cálculo en función del parámetro longitud de arco. Integral de la línea de un campo vectorial. Trabajo. Teorema de Green: aplicaciones y consecuencias. Independencia del camino de la integral de línea. Campos conservativos.

Unidad temática IV:

Representación vectorial de superficies. Dirección normal, superficies orientables. Área de una superficie. Integral de una función escalar sobre una superficie. Integral de flujo. Teoremas de Stokes y Gauss. Aplicaciones y consecuencias.

Unidad temática V:

Introducción a las ecuaciones diferenciales. Ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden. Ecuaciones de variables separables. Ecuaciones diferenciales exactas. Ecuaciones diferenciales lineales de primer orden. Existencia y unicidad de la solución de problemas de valor inicial. Aplicaciones. Trayectorias ortogonales.

Unidad temática VI:

Integrales impropias de funciones de una variable en intervalos no acotados y cuando la función tiene un punto de discontinuidad infinita. Sucesiones y series numéricas. Series geométricas y telescópicas. Criterios de convergencia de series de términos positivos y alternadas. Convergencia absoluta y condicional. Series de potencias. Radio de convergencia. Polinomio de Taylor.

Bibliografía Básica

- Adams, Robert; Cálculo. 6ª edición. Editorial Pearson – Addison Wesley; España; 2009.
 - Bradley, G.; Smith, K.; Cálculo de varias variables, Volumen 2. Editorial Prentice; 1999.
 - Edwards, C.; Penney, D.; Cálculo Diferencial. 4ª edición. Editorial Prentice - Hall; México; 1997.
 - Kreyszig, Erwin; Matemáticas avanzadas para Ingeniería. Vol. I. 3ra edición. Editorial Limusa; 2003
 - Larson, R.; Bruce, E.; Cálculo 2 de varias variables. 9na ed. Editorial Mc Graw - Hill; México; 2010
 - Leithold, Louis; El Cálculo con Geometría Analítica. 7ª edición. Editorial Oxford; México; 2007.
 - Marsden, J.; Tromba, A.; Cálculo Vectorial. Editorial Addison - Wesley Iberoamericana; Estados Unidos; 1991.
 - Mora Flores, Walter. Cálculo en Varias Variables. Visualización interactiva. 1ra ed. Escuela de Matemática, Instituto Tecnológico de Costa Rica. 2017. ISBN Obra Independiente: 978-9930-541-04-3. [Bajado de la web]
 - Pita Ruiz, Claudio; Cálculo Vectorial. Prentice – Hall Hispanoamericana S.A.; México; 1995
 - Purcell, E.; Varberg, D.; Rigdon, S.; Cálculo. Octava edición. Pearson Educación; México; México; 2001
 - Ross, Shepley L.; Introducción a las ecuaciones diferenciales. 3ra edición. Interamericana Editorial; 1982
 - Salas; Hille; Etgen; Calculus. Volumen II. Editorial Reverté S.A. España. 2005.
 - Smith, R.; Minton, R.; Calculus. Early transcendental functions. 4th ed. Editorial Mc Graw - Hill; USA; 2012.
 - Stein, S.; Barcellos, A.; Cálculo y geometría analítica Volumen 2. 5ª edición; Editorial Mc Graw – Hill; Colombia, 1995.
 - Stewart, James; Cálculo de varias variables. Transcendentes tempranas. 8ª ed. Cengage Learning Editores; México; 2018.
 - Stewart, James; Cálculo de varias variables. Transcendentes tempranas. 8ª ed. Cengage Learning Editores; México; 2018.
 - Stewart, James; Cálculo. Conceptos y contextos. 3ª edición. International Thomson Editores; México; 2006.
 - Swokowski, Earl W.; Cálculo con Geometría Analítica. Grupo Editorial Iberoamérica S.A.; Colombia; 2001
 - Thomas, George; Cálculo. Una variable. 12a edición. Pearson Educación; México; 2010
 - Thomas, George; Cálculo. Varias variables. 12a edición. Pearson Educación; México; 2010
 - Warner, S.; Costenoble, S.; Cálculo Aplicado. 2ª edición; Thomson Learning; México; 2002.
 - Zill, D.; Wright, W.; Cálculo. Transcendentes tempranas. 4ta ed. McGraw-Hill/Interamericana Editores; México; 2011.
 - Zill, Dennis; Ecuaciones diferenciales con aplicaciones de modelado. 6ta ed. Thomson Editores; México; 1997.
 - Zill, D.; Wright, W.; Ecuaciones diferenciales con problemas con valores en la frontera. 8va ed. Cengage Learning; México; 2013
- Videotutoriales en Youtube**
- ✓ Martín Maulhart – FI UBA (este docente ha producido videos de todos los temas de AM II)
- Otros videos recomendados:
- ✓ ¿Qué es una curva paramétrica? ¿Cómo la graficamos?
Video producido en la FI UNMDP: https://www.youtube.com/watch?v=D_4l1pQawdk
 - ✓ ¿Cómo se convierte un par de ecuaciones paramétricas en una rectangular?
Video producido en la FI UNMDP: <https://www.youtube.com/watch?v=5-sdxGwDY-M>
- Para comprender el concepto de plano osculador, plano normal y plano tangente:
Parametrización de curvas (y superficies) Eugenio Díaz Barriga: <https://www.youtube.com/watch?v=7SSMhscfbH8>

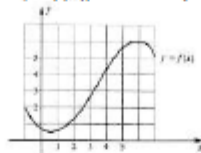
Bibliografía de Consulta

- García Venturini, Alejandro; Análisis Matemático II para estudiantes de ingeniería. 1ra ed. Ediciones Cooperativas; Buenos Aires; 2012
- García Venturini, Alejandro, Scardigli, Mónica; Análisis Matemático I para estudiantes de ingeniería. 1ra ed. Ediciones Cooperativas; Buenos Aires; 2006
- Salinas Martínez y otros. Cálculo aplicado. Competencias matemáticas a través de contextos. Tomos I, II y III. TEC de Monterrey. Cengage Learning; México; 2012

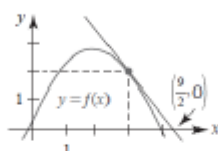
Anexo 4: Trabajos prácticos

TP1: Calculo diferencial: “Derivada de una función en una variable” – Matemática 1

1. Dada la gráfica de la función $y = f(x)$, indicar el signo de: $f'(0)$, $f'(2)$, $f'(5)$, $f'(6)$



2. Encontrar una ecuación de la recta tangente mostrada en la figura. ¿Cuál es el valor de $f'(3)$? ¿Cuál es el punto de intersección de la recta tangente con el eje y ?



3. Para cada afirmación, indicar cuál es la/s expresión/es resulta más conveniente utilizar para realizar el cálculo correspondiente.

a) Calcular, por definición, la derivada de la función $f(x) = 2x^4 + 1$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(x+h)^4 + 1 - [2(x)^4 + 1]}{h} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{2(7+h)^4 + 1 - [2(7)^4 + 1]}{h} \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x^4 + 1 - 1}{x - 0}$$

b) Calcular, por definición, la derivada de $f(x) = \sqrt{x+3}$ en $x = 1$.

$$\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1} \quad \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\sqrt{(x+h)+3} - \sqrt{x+3}}{h}$$

c) Calcular, por definición, la derivada de $f(x) = \frac{1}{x^2-1}$ en $x = 2$.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{3}}{x - 2} \quad \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\frac{1}{x^2-1} - \frac{1}{3}}{x - 2} \quad \lim_{h \rightarrow 0} \frac{\frac{1}{(2+h)^2-1} - \frac{1}{3}}{h}$$

4. En los siguientes casos usar las reglas de derivación para hallar $f'(x)$:

a) $f(x) = ax^4 + 3 \cosh(x) - \ln(x)$ b) $f(x) = 5x^3 - 2x^{-2}$

c) $f(x) = \frac{e^x}{1+b}$ d) $f(x) = \operatorname{cosec}(x) + \tan(x)$

5. Suponiendo que $f(x)$ y $g(x)$ son funciones derivables tales que:

$$f(-1) = 3 \quad g(-1) = -2 \quad f'(-1) = -3 \quad f'(-2) = 2 \quad g'(-1) = 1 \quad g'(3) = 1$$

Encontrar en $x = -1$ el valor de:

a) $\frac{d}{dx} \left[(f(x) + g(x))^3 - \frac{f(x)}{3} \right]$ b) $\left(\left(\frac{5f}{2g} \right)^3 \right)'(x)$ c) $(g \circ f)'(x)$

6. Hallar la derivada de las siguientes funciones:

a) $f(x) = (x^4 - 1)^{\frac{2}{3}}(3x^2 + 5x)^{-2}$ b) $f(x) = \frac{1 + \sin(x)}{x \cos(x)}$

c) $f(x) = e^{-4x} \sinh(x^2)$ d) $f(x) = \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} \right) (4x^3 + 27)$

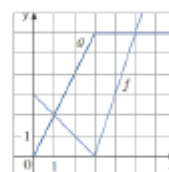
e) $f(x) = \frac{3x^2}{\sqrt{x^4 - x}}$ f) $f(x) = \sqrt[3]{\frac{2x^2 + \ln(5x)}{x^2}}$

g) $f(x) = \sin(x \sin(x))$ h) $f(x) = \tan(\ln x) + \cos\left(\frac{3}{e^x}\right)$

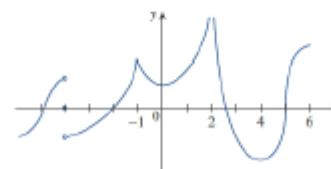
7. Si f y g son las funciones cuyas gráficas se muestran a continuación y se definen las siguientes funciones:

$$P(x) = f(x) \cdot g(x); \quad Q(x) = f(x)/g(x) \quad \text{y} \quad C(x) = f(g(x)). \quad \text{Encontrar:}$$

a) $P'(2)$ b) $Q'(2)$ c) $C'(2)$



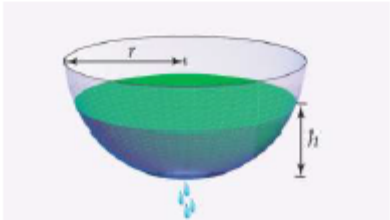
8. A partir de la gráfica de f dada, indique los números en los que f no es derivable. Justifique en cada caso.



9. Un vehículo se mueve de acuerdo a la función posición $x(t) = t^2 + 4t + 3$, donde x se expresa en metros y t en segundos.

a) Determina la velocidad media en el intervalo de tiempo (1,3)

b) Determina la velocidad instantánea en el tiempo $t = 1$

Matemática I Trabajo práctico N°4		Matemática I Trabajo práctico N°4																			
10. Dada la función de posición $x(t) = t^3 - t^2 + 3t + 14$, vincule las afirmaciones de la columna A con las respuestas correspondientes de la columna B. <table border="0" style="width: 100%;"> <tr> <th style="text-align: left;">Columna A</th> <th style="text-align: left;">Columna B</th> </tr> <tr> <td>a) La velocidad media de cambio de $t = 5$ a $t = 10$</td> <td>I. 25</td> </tr> <tr> <td>b) Derivada en $t = 1$</td> <td>II. 3</td> </tr> <tr> <td>c) Velocidad en $t = 2$</td> <td>III. 116</td> </tr> <tr> <td>d) Razón media de cambio de $t = 2$ a $t = 4$</td> <td>IV. 163</td> </tr> <tr> <td></td> <td>V. 4</td> </tr> <tr> <td></td> <td>VI. 29</td> </tr> <tr> <td></td> <td>VII. 11</td> </tr> <tr> <td></td> <td>VIII. 125</td> </tr> </table>				Columna A	Columna B	a) La velocidad media de cambio de $t = 5$ a $t = 10$	I. 25	b) Derivada en $t = 1$	II. 3	c) Velocidad en $t = 2$	III. 116	d) Razón media de cambio de $t = 2$ a $t = 4$	IV. 163		V. 4		VI. 29		VII. 11		VIII. 125
Columna A	Columna B																				
a) La velocidad media de cambio de $t = 5$ a $t = 10$	I. 25																				
b) Derivada en $t = 1$	II. 3																				
c) Velocidad en $t = 2$	III. 116																				
d) Razón media de cambio de $t = 2$ a $t = 4$	IV. 163																				
	V. 4																				
	VI. 29																				
	VII. 11																				
	VIII. 125																				
11. Obtener la derivada de las siguientes funciones exponenciales: a) $f(x) = x e^{x^2}$ b) $f(x) = e^{\sin x}$ c) $f(x) = x^{\pi+1}$ d) $f(x) = (x^2 + x)^{\cos x}$																					
12. Hallar la $f^{-1}(6)$ para $f(x) = x^2 + 2x + 3$, donde $\text{Dom } f = [-1, \infty)$.																					
13. Si $f(x) = \frac{x^2+2}{x^2+1}$, $x \geq 0$ hallar $f^{-1}(3/2)$.																					
14. Sea $f(x) = \arctan(x^2 - x)$. Obtener $f'(x)$, comprobar si la respuesta obtenida es razonable comparando las gráficas de $f(x)$ y $f'(x)$.																					
15. Determinar la ecuación de la recta tangente y la ecuación de la recta normal a la curva con ecuación $f(x) = 2x^2 - 5$, en el punto $(1, -3)$.																					
16. Dada $f(x) = ax^2 + 3x + b$, determinar a y b para que la recta de ecuación $y = 5$ sea tangente al gráfico de la función en el punto $(2, f(2))$.																					
17. Una recta L_1 es tangente a la curva $y = x^2$ en el punto $(1,1)$. Otra recta L_2 es tangente a la misma curva en el punto (c, c^2). ¿Cuál debe ser el valor de c para que las rectas L_1 y L_2 sean perpendiculares?																					
18. Sea $f(x)$ una función derivable en $x = 4$ tal que la ecuación de la recta tangente en dicho punto es $y = \frac{1}{2}x - 1$. Sea $g(x) = [f(x^2 - 5)]^3$. Hallar la ecuación de la recta tangente a $g(x)$ en $x = 3$.																					
19. Probar que las rectas tangentes en el origen a las curvas con ecuaciones: $4y^3 - x^2y - x + 5y = 0$ y $x^4 - 4y^3 + 5x + y = 0$ son perpendiculares entre sí.																					
20. Determinar la ecuación de la recta normal a la curva con ecuación $x - y = \sqrt{x+y}$ en el punto $(3, 1)$.																					
21. Hallar la ecuación de la recta tangente a la función $g(x)$ en el punto $(f(3), 3)$, siendo $g(x)$ la función inversa de $f(x) = x^3 - 3x^2 - 1$, $x \geq 2$.																					
22. Una partícula se está moviendo sobre una curva cuya ecuación es: $\frac{xy^3}{1+y^2} = \frac{8}{5}$ Suponga que la coordenada x se está incrementando a razón de 6 unidades/seg cuando la partícula está en el punto $(1, 2)$ a) ¿Con qué rapidez está cambiando la coordenada y del punto en ese instante? b) ¿La partícula está ascendiendo o descendiendo en ese instante?																					
23. Cuando un plato circular de metal se calienta en un horno, su radio aumenta a razón de 0,01 cm/min. ¿Cuál es la razón de cambio del área cuando el radio mide 50 cm?																					
24. A un depósito cilíndrico de base circular y 5 m de radio, le está entrando agua a razón de 0,025 m³ por segundo. Calcular la rapidez a la que sube la superficie del agua.																					
25. La caja de un camión transportador de granos está siendo llenada con el grano proveniente de un silo a razón de 0,5 m³/min. El grano forma un cono circular recto cuya altura es constantemente igual a $\frac{5}{4}$ del radio de la base. Calcular: a) ¿A qué velocidad está subiendo el vértice del cono cuando la altura es de 1,50 m? b) ¿Cuál es el radio de la base del cono en ese momento y a qué velocidad está variando?																					
26. El agua está goteando del fondo de un depósito semiesférico de 8 dm de radio a razón de 2 dm³/hora. Si el depósito estaba lleno en cierto momento, ¿con qué rapidez baja el nivel del agua cuando la altura es de 3 dm? <i>Nota: El volumen V de un casquete de altura h de una esfera de radio r es:</i> $V = \frac{\pi}{3} h^2 (3r - h)$																					
																					

TP2: Cálculo integral: “Ecuaciones Diferenciales” – Matemática 2

**Trabajo Práctico N° 8****Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden**

- Escribir una ecuación diferencial que sea un modelo matemático de la situación descripta.
 - La aceleración de un auto deportivo es proporcional a la diferencia entre 250 km/h y la velocidad del auto.
 - La rapidez de reproducción de las bacterias cuyo número es N , es proporcional al número de ellas presentes en un momento dado.
 - En una población fija de P habitantes, la razón de cambio del número N de personas que han escuchado cierto rumor es proporcional al número de personas que aún no lo han escuchado.
 - En una población fija de P habitantes, la razón de cambio del número N de personas infectadas con una enfermedad es proporcional al número de interacciones entre personas infectadas y no infectadas.
 - La magnitud de la fem ($\mathcal{E}$) inducida en un circuito es directamente proporcional a la tasa de cambio entre el flujo magnético a través del circuito y el tiempo.
- Clasifica las siguientes ecuaciones diferenciales ordinarias (EDO) según orden y grado. Justificar.
 - $(1-x)y'' - 4xy' + 5y = \cos x$
 - $x \frac{d^3y}{dx^3} - \left(\frac{dy}{dx}\right)^4 + y = 0$
 - $(y^{10})^2 - t^3y'' + 6y = 0$
 - $\frac{d^2u}{dr^2} + \frac{du}{dr} + u = \cos(r+u)$
- Verifique que la función indicada es una solución de la ecuación diferencial dada en el intervalo $(-\infty, \infty)$.
 - $\frac{dy}{dx} = x + y$; $y = 2e^x - x - 1$
 - $y'' - 2y' + y = 0$; $y = xe^x$
- Determinar una función $y = f(x)$ que satisfaga la ecuación diferencial dada y la condición inicial que se indica:
 - $\frac{dy}{dx} = 2x + 1$; $y(0) = 3$
 - $\frac{dy}{dx} = (x-2)^2$; $y(2) = 1$
 - $\frac{dy}{dx} = \frac{1}{1+x^2}$; $y(0) = 0$

**Trabajo Práctico N° 8****Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden**

- Sabiendo que $y = -\frac{1}{x^2+c}$ es una familia de soluciones de la ED de primer orden $y' + 2xy^2 = 0$, determine una solución del PVI que consiste en esta ecuación diferencial y la condición inicial dada. Menciona el intervalo I más grande en el cual está definida la solución.
 - $y(2) = \frac{1}{3}$
 - $y(-2) = 1/2$
 - $y(0) = 1$
 - $y\left(\frac{1}{2}\right) = -4$
- Compruebe que la expresión indicada es una solución implícita de la ecuación diferencial dada.
 - $\frac{dx}{dt} = (x-1)(1-2x)$; $\ln\left(\frac{2x-1}{x-1}\right) = t$
 - $2xy \, dx + (x^2 - y) \, dy = 0$; $-2x^2y + y^2 = 1$

Métodos de resolución para EDO

- Resuelva las siguientes ecuaciones diferenciales según los métodos enunciados.

Variables separables	
a)	$\frac{dy}{dx} = \sin 5x$
b)	$\frac{dy}{dx} = e^{3x+2y}$
c)	$\frac{dx}{dt} = 4(x^2 + 1)$; $x\left(\frac{\pi}{4}\right) = 1$
d)	$x^2 \frac{dy}{dx} = y - xy$; $y(-1) = -1$
Exactas y reducibles a exactas	
a)	$(3x^2 + 4xy)dx + (2x^2 + 2y)dy = 0$
b)	$(2y^2 + 3x)dx + 2xydy = 0$
c)	$\left(\frac{3y^2 - t^2}{y^5}\right) \frac{dy}{dt} + \frac{t}{2y^4} = 0$; $y(1) = 1$


Trabajo Práctico N° 8
 Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden

d)	$(x^2 + y^2 - 5)dx = (y + xy)dy; \quad y(0) = 1$
Ecuaciones lineales de primer orden	
a)	$x^2y' + xy = 1$
b)	$(x^2 - 1)\frac{dy}{dx} + 2y = (x + 1)^2$
c)	$y\frac{dx}{dt} - x = 2y^2; \quad y(1) = 5$
d)	$(x + 1)\frac{dy}{dx} + y = \ln x; \quad y(1) = 10$

8. Resolver las siguientes ecuaciones diferenciales por el método que consideres apropiado.

a)	$\frac{dy}{dx} + y = e^{2x}$
b)	$dy - (y - 1)^2 dx = 0$
c)	$(\sin y - y \sin x)dx + (\cos x + x \cos y - y)dy = 0$
d)	$(2x + y)dx + (x + 6y)dy = 0$
e)	$x\frac{dy}{dx} - y = x^2 \sin x$

9. Evaluar en los problemas de valor inicial del punto 7 el teorema de existencia y unicidad y bosqueje un esquema gráfico de cada situación utilizando Geogebra.
10. Determinar si el Teorema de existencia y unicidad se aplica en los siguientes casos. Analizar la existencia, y una vez establecida, analizar la unicidad.


Trabajo Práctico N° 8
 Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden

a) $\begin{cases} y' - yx^2 = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$	b) $\begin{cases} y' = \frac{2-x}{x+y} \\ y(1) = -1 \end{cases}$
c) $\begin{cases} y' = xy^{\frac{1}{2}} \\ y(1) = 0 \end{cases}$	d) $\begin{cases} y' = x - y \\ y(2) = 2 \end{cases}$

Problemas con ecuaciones diferenciales

- La vida media VM , de un isótopo radiactivo se define como el tiempo necesario para que la mitad de su masa se desintegre. Calcular el valor de " k ", sabiendo que la VM es de 8310 años.
- En mayo de 1993 la población mundial alcanzó los 5.5 mil millones y a partir de entonces aumentó a la tasa de 250 mil personas por día. Suponiendo que las tasas de nacimiento y muerte fuesen constantes, ¿para cuándo se esperaría una población mundial de 9 mil millones?
- El carbono extraído de un antiguo cráneo solo contenía un sexto de C_{14} que el carbono extraído de un hueso actual. ¿Cuántos años hace que murió la persona, correspondiente al cráneo, si consideramos un $k = -0.000120$?
- Suponga que se utiliza "Pentobarbital Sódico" para anestesiarse a un perro. El perro queda anestesiado cuando su corriente sanguínea contiene por lo menos 45 mg del medicamento por kg de peso. Suponga que el medicamento es eliminado de la corriente sanguínea en forma exponencial, con una vida media de 5 hs. ¿Qué dosis única debe ser administrada para tener anestesiado durante 1 h a un perro de 35 kg?
- Un tarro de crema, inicialmente a 25°C, se va a enfriar colocándola a una temperatura de 0°C. Si la temperatura de la crema ha descendido a 15°C luego de 20 min, ¿Cuándo estará a 5°C?
- La temperatura de un motor en el momento en que se apaga es de 200°C. La temperatura del aire que le rodea es de 30°C. Después de 10 min, la temperatura de la superficie del motor es 180°C.
 - ¿Cuánto tiempo tomará que la temperatura del motor baje a 40°C?

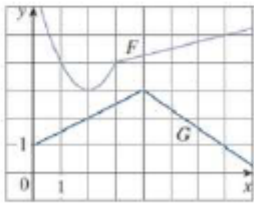

Trabajo Práctico N° 8
 Ecuaciones Diferenciales Lineales de Primer Orden

- b) Para una temperatura dada entre 200°C y 30°C, sea $t(T)$ el tiempo que se necesita para que el motor se enfríe de 200°C a T . Encuentre la fórmula para $t(T)$ y grafique la función. (La temperatura ambiente sigue siendo 30°C.)
7. Un tanque contine 200 litros de un líquido en el que se han disuelto 30 g de sal. Salmuera que tiene 1 g de sal por litro entra al tanque con una razón de 4 L/min; la solución bien mezclada sale del tanque con la misma razón. Encuentre la cantidad $A(t)$ de gramos de sal que hay en el tanque al tiempo t .
8. La población de un pueblo crece con una razón proporcional en el tiempo t . La población inicial de 500 aumenta 15% en 10 años. ¿Cuál será la población pasados 30 años? ¿Qué tan rápido está creciendo la población en $t = 30$ años?
9. Inicialmente había 100 miligramos de una sustancia radiactiva. Después de 6 horas la masa disminuyó 3%. Si la razón de decaimiento, en cualquier momento, es proporcional a la cantidad de la sustancia presente al tiempo t , determine la cantidad que queda después de 24 horas.

Anexo 5: Exámenes

Matemática 1

PD1: Primer parcial de Matemática 1

	MATEMATICA I	Primer Parcial 26/09/2023
Apellido y Nombre:		TEMA 1
Ejercicio 1 (25 P)		
Dada la función $f(x) = \frac{x-5}{x+4}$		
a) Determinar, de forma analítica, el dominio de $f(x)$. ¿El punto $(1, -1)$ pertenece a la función? Justificar. b) Indicar la expresión de la función $g(x)$ que se obtiene a partir de desplazar a $f(x)$ dos unidades hacia arriba y una unidad a la izquierda. ¿Cuál es el dominio de $g(x)$? c) Hallar analíticamente las asíntotas que posea la función $f(x)$, para esto plantear y resolver los límites que definen dichas asíntotas.		
Ejercicio 2 (25 P)		
2.1) Hallar el valor de k para que la función dada sea continua en todo su dominio, siendo:		
$f(x) = \begin{cases} 2x^2 + 1 & \text{si } x \leq 2 \\ \sqrt{k} + \frac{2}{x} & \text{si } x > 2 \end{cases}$		
2.2) Sabiendo que la función $f(x) = -3x^3 - x$ es uno a uno; sin determinar la inversa encontrar el punto sobre la gráfica de f^{-1} para el cual $x = -4$.		
Ejercicio 3 (25 P)		
3.1) Se tiene un cubo de hielo en el cual la longitud de su lado está disminuyendo a razón de 2 cm/min . Se quiere determinar a qué tasa cambia el área de la superficie del cubo en el instante en que el lado es de 3 cm . 3.2) Sea $P(x) = F(x) \cdot G(x)$, donde $F(x)$ y $G(x)$ son las funciones cuyas gráficas se muestran. Hallar, mostrando los cálculos y la explicación de lo realizado:		
a) $P'(2)$ b) $G'(4)$		
		
Ejercicio 4 (25 P)		
4.1) Determinar la pendiente de la recta tangente a la curva $x^2 + 2xy - 3y^2 = 0$ en el punto $(1, 1)$. 4.2) Utilizando lo obtenido en el 4.1) obtenga la ecuación de la recta normal a la curva dada en el punto $(1, 1)$.		

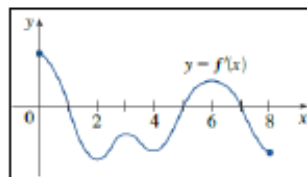
PD2: Segundo parcial de Matemática 1

Apellido y Nombre:.....

TEMA 1**Ejercicio 1 (25 P)**

1.1) Un agricultor desea alambrear un terreno rectangular de 15000 m^2 y posteriormente dividirlo por la mitad mediante una cerca, del mismo alambre, paralela a uno de los lados del rectángulo. Determinar las dimensiones óptimas del terreno para minimizar la cantidad de alambre necesaria.

1.2) La gráfica dada corresponde a la derivada de primer orden $f'(x)$ de una función $y = f(x)$. A partir de la misma, indicar para qué valores de x la función $f(x)$ tiene un máximo o mínimo relativo. Justificar a partir de los conceptos teóricos relacionados.

**Ejercicio 2 (25 P)**

2.1) Encontrar una ecuación vectorial de la recta que pasa por el punto $(6, 7, 1)$ y es paralela a la recta $L: x = 1 + 2t, y = 2 - t, z = 3t$; con $t \in \mathbb{R}$

2.2) Determinar la ecuación paramétrica de la recta tangente a la curva $r(t) = \cos t \, i + \sin t \, j + t \, k$ en el punto $P\left(\frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}, \frac{\pi}{4}\right)$

Ejercicio 3 (25 P)

3.1) Describir el dominio de la función dada como puntos del plano y representarlo gráficamente.

$$z = \frac{1}{9 - x^2 - y^2}$$

3.2) ¿La función $f(x, y)$ es continua en el origen? Justificar analíticamente.

$$f(x, y) = \begin{cases} \frac{x+y}{x-y}, & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0, & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

Ejercicio 4 (25 P)

Determine la dirección en la cual la función $f(x, y) = \frac{x+y}{y+1}$ aumenta más rápidamente en el punto $P(0, 1)$ y hallar esa razón de cambio.

Apellido y Nombre:

Importante: En todas las resoluciones indicar los conceptos teóricos involucrados que utilizó para dar su respuesta.

Ejercicio 1

1.1) Los gastos mensuales en euros que una familia tiene en alimentación vienen dados por la función:

$$f(x) = \begin{cases} 0,4x + k & 0 \leq x \leq 1000 \\ \frac{2000x}{x+3000} & x > 1000 \end{cases}$$

donde x son los ingresos de la familia en euros

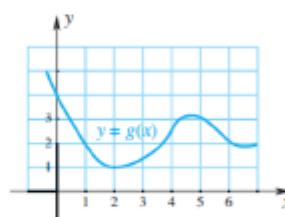
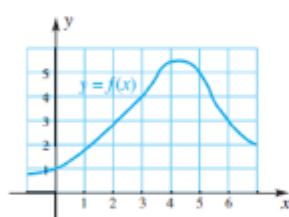
a) Hallar el valor de k para que la función sea continua.

b) ¿Hacia qué valor tienden los gastos de alimentación de las familias con ingresos más elevados?

1.2) Utilice las gráficas dadas para hallar las derivadas que se indican a continuación:

I) $\left(\frac{f}{g}\right)'$ en $x = 2$

II) $(f \circ g)'$ en $x = 6$



Ejercicio 2

2.1) Dados los vectores $v = 2\hat{i} - 4\hat{j} - 3\hat{k}$ y $w = -\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k}$ determinar un vector unitario perpendicular al plano que contiene a v y w

2.2) Determinar y graficar el dominio de la función z definida por

$$z = \ln[(x+3)(y-2)]$$

Ejercicio 3

Una empresa confecciona dos tipos de calzado deportivo: zapatillas de correr (x) y zapatillas de crossfit (y). Los ingresos totales viene dada por $R(x, y) = -5x^2 - 8y^2 - 2xy + 42x + 102y$, donde x e y están en miles de unidades. Hallar los valores de x e y que hagan máximo los ingresos totales.

Ejercicio 4

La temperatura en el punto (x, y, z) de una habitación viene dada por la función $T(x, y, z) = 3x^2 - 2xy + yz$, con T expresada en $^{\circ}\text{C}$. Un insecto que está situado en el punto $P(1, 1, -7)$, ¿a qué temperatura se encuentra? ¿En qué dirección debe moverse para que su temperatura aumente lo más rápidamente posible?

Apellido y Nombre:.....

Importante: En todas las resoluciones indicar los conceptos teóricos involucrados que utilizó para dar su respuesta.

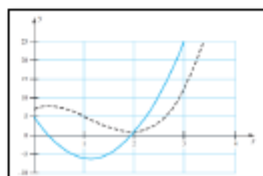
Ejercicio 1

1.1) En una compañía, para niveles de producción menores o iguales a mil unidades, la función costo está dada por $C(x) = 5000 + 8x$, donde x es el nivel de producción. Para niveles mayores a mil unidades se debe abrir una nueva línea de montaje y la función costo pasa a ser $C(x) = 9000 + 6x$.

Responder los siguientes incisos, justificando en cada caso:

- Escribir la ecuación que define la función; indicar su dominio de definición.
- ¿Cuánto cuesta fabricar 800 unidades? ¿Y 1600 unidades?
- Estudiar la continuidad de la función. En caso de presentar alguna discontinuidad, clasificarla.

1.2) La figura muestra dos funciones, una es $f(x)$ y la otra es su derivada primera $f'(x)$. Utilizando los conceptos teóricos involucrados identificar cuál es la función y cuál su derivada primera.

**Ejercicio 2**

Se van a construir cinco corrales idénticos uno al lado del otro con una superficie total de 1000 m^2 , como se muestra en la figura. Obtener las dimensiones para minimizar la cantidad de alambre utilizado para delimitar los corrales. ¿Cuál es la cantidad de alambre que se deberá adquirir?

**Ejercicio 3**

3.1) Determinar y graficar el dominio de la función z definida por

$$z = \frac{\sqrt{49 - x^2 - y^2}}{x - y}$$

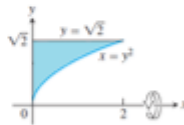
3.2) Para la función $f(x, y) = x^2 + 4y^2$ obtener la curva de nivel que pasa por el punto $P(-2, 0)$ y un vector perpendicular a esa curva de nivel en P . Realizar un bosquejo de esta situación.

Ejercicio 4

- Sea $z = 2x^2 - 3xy + 8y^2 + 2x - 4y + 4$ determinar la ecuación del plano tangente a la superficie en el punto $(2, -1, 34)$
- Indicar una ecuación de la recta normal a la superficie $z = 2x^2 - 3xy + 8y^2 + 2x - 4y + 4$ en el punto $(2, -1, 34)$.

Matemática 2

PI1: Primer parcial de Matemática 2

Matemática II 1er Parcial		FÜ FACULTAD DE INGENIERÍA
Apellido y Nombre.....	DNI N°.....	17/09/2023
Ejercicio 1 (20 p) a) Teniendo en cuenta que $\int_{-1}^2 [5g(x)] dx = 15$, calcular $\int_{-1}^2 [3g(x) - x^2] dx$. Indicar las propiedades de la integral definida que ha utilizado b) Sea f integrable en $[-2, 4]$ si el valor promedio de f en dicho intervalo es $\frac{103}{2}$. Calcular $\int_{-2}^4 f(x) dx$. Justificar indicando el marco teórico que avala lo realizado. Ejercicio 2 (20 p) a) Hallar $G'(x)$ si $G(x) = \int_{\cos(x)}^{x^2} \frac{1}{\sqrt{2+t^4}} dt$ Ejercicio 3 (20 p) a) Calcular el volumen del sólido de revolución generado al hacer girar la región sombreada alrededor del eje x.  Ejercicio 4 (20 p) Hallar el área de la región limitada por la recta $y = -x + 2$ y la parábola $y = -x^2 + 1$ en el primer cuadrante. Ejercicio 5 (20 p) Dada la integral $\iint_R xy \, dA$ siendo $R = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 \leq 2y; y \leq \sqrt{3}x\}$ a) Representar gráficamente el recinto de integración R. b) ¿Es conveniente realizar algún cambio de sistema de coordenadas? En tal caso, ¿cuál? c) Calcular la integral.		

PI2: Segundo parcial de Matemática 2

Matemática II
1erº Llamado Regular/Libre – Noviembre – 2023

**Ejercicio 1**

Dada la región comprendida entre las curvas:

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x = y^2 \end{cases}$$

- Calcular el área
- De qué otra manera es posible realizar este cálculo. Justificar

Ejercicio 2

Dado el campo de fuerzas $\vec{F}(x, y) = x\vec{i} + \frac{1}{x^2+y^2}\vec{j}$ y la partícula que describe la trayectoria $x^2 + y^2 = 4$:

- Calcular el trabajo realizado por el campo de fuerzas sobre la partícula.
- ¿Es posible plantear este problema de otra manera? En caso afirmativo, especificar cómo y bajo qué condiciones. En caso negativo, proporcionar una justificación.

Ejercicio 3

Dado el campo vectorial $\vec{F}(x, y, z) = x\vec{i} + y\vec{j} + z\vec{k}$ y las superficies:

$$\begin{cases} z = \sqrt{-x^2 - y^2 + 9} \\ z = 1 \end{cases}$$

- Calcular el flujo a través de la frontera del sólido formado por las superficies dadas
- ¿Es posible plantear este problema de otra manera? En caso afirmativo, especificar cómo y bajo qué condiciones. En caso negativo, proporcionar una justificación.

Ejercicio 4

Analizar la convergencia o divergencia de la siguiente serie. Justificar lo realizado.

$$\sum \frac{n^4}{2n^5 + 5}$$

Ejercicio 5

Supongamos que tenemos una muestra de un material radiactivo cuya tasa de desintegración es proporcional a la cantidad presente. Al principio, la masa de la muestra es de 100 *gramos* y después de 10 *días* se reduce a 50 *gramos*.

- Encuentra la ecuación diferencial que modela el decaimiento radiactivo de la muestra en función del tiempo.
- ¿Cuál será la masa de la muestra después de 20 días?

Apellido y Nombre.....DNI N°..... 17/11/2023
 Número de teléfono

Ejercicio 1:

Calcular el trabajo realizado por la fuerza $\mathbf{F} = (2xy, x^2)$ sobre una partícula que se mueve sobre una curva C que es frontera de la región R entre un cuarto de circunferencia de radio 2 y dos segmentos sobre los ejes coordenados. Si utilizara algún teorema analizar las condiciones de aplicabilidad.

Ejercicio 2:

Calcular el volumen de región acotada por las superficies $z = x^2 + y^2$ y $z = 4 - x^2 - y^2$

Ejercicio 3:

Dado el campo vectorial $\mathbf{F}(x, y, z) = z\mathbf{i} - x\mathbf{j} + z\mathbf{k}$ de velocidades de un fluido. Hallar cuántos $\frac{m^3}{s}$ fluyen a través de la superficie $(y - 1)^2 + z^2 = 1$ limitada por los planos $x = 0$ y $x = 2$.

Si utilizara algún teorema analizar las condiciones de aplicabilidad.

Problema 4:

La temperatura de un motor en el momento en que se apaga es de $200^\circ C$. La temperatura del aire que le rodea es de $30^\circ C$. Después de 10 min , la temperatura del motor es $180^\circ C$.

¿Cuánto tiempo tomará que la temperatura del motor baje a $40^\circ C$?

Problema 5:

Calcular el área de la parte del cono $z^2 = x^2 + y^2$ que está en el primer octante y dentro del cilindro $x^2 + y^2 = 9$

FI2: Segundo final de Matemática 2

Matemática II
2º Llamado Regular/Libre – Noviembre –
Diciembre 2023



Apellido y Nombre..... DNI N°..... 22/12/2023
 Número de teléfono

Ejercicio 1

Dado el campo vectorial $F: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3 / F(x, y, z) = (x, x + y, z)$ determinar el flujo del campo vectorial F a través de una superficie cerrada $S: z = 1 + x^2 + y^2; z = 5$.

Si utilizara algún teorema, indicar cuál será y verificar las condiciones de aplicabilidad del mismo.

Ejercicio 2:

Inicialmente había 100 miligramos de una sustancia radiactiva. Después de 6 horas su masa disminuyó en un 3%. Si en un instante cualquiera la rapidez de desintegración es proporcional a la cantidad de sustancia presente, determinar la cantidad que queda después de 24 horas.

Ejercicio 3:

Hallar el trabajo realizado por el campo de fuerzas $F(x, y) = \frac{1}{2}xy\mathbf{i} + \frac{1}{4}x^2\mathbf{j}$ sobre una partícula que se mueve de (0,0) a (2,4).

Justificar con un marco teórico adecuado.

Problema 4

Calcular la derivada de la función $F(x) = \int_1^{x^2} e^{t^2} dt$

Problema 5:

a) Analizar la convergencia o divergencia de la serie: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2+1}{n!}$.

Indicar el criterio de convergencia de series de términos positivo que utiliza.

b) Analizar si la serie $\frac{3}{2} + \frac{3}{2^3} + \frac{3}{2^5} + \frac{3}{2^7} + \frac{3}{2^9} + \dots$ tiene suma y en caso afirmativo calcularla.