Tesis de Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales. Orientación: Matemática

Los instrumentos de evaluación en Matemática en el ingreso universitario: el caso de la construcción y uso de rúbricas en la UNAJ

Autor: Ing. Prof. Russo Miguel Ángel

Director de Tesis: Mag. Bifano Fernando

Co-Directores de Tesis: Mag. Leonardo Lupinacci
Dr. Néstor Biedma

Facultad de Ingeniería Universidad Nacional del Comahue

Julio 2022

Resumen

Título: Los instrumentos de evaluación en matemática en el ingreso universitario: el caso de la construcción y uso de rúbricas en la UNAJ.

El presente trabajo se encuentra enmarcado en la didáctica de la matemática. Se analizó la implementación de un material didáctico y de evaluación de matemática por rúbricas de corrección, destinado al ingreso de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ). Frente a una población de estudiantes que se corresponden con primera generación de estudios universitarios, con un perfil socio económico vulnerable y una masividad creciente de la matrícula, se ha elaborado un material didáctico que apunta a tratar de fortalecer los aprendizajes de los objetos matemáticos elementales de las y los ingresantes. Ante el escenario descripto, se suma también el desafío de la heterogeneidad del plantel docente cuya formación y experiencia de enseñanza dista de poder gestionar con cierta ductilidad un material de enseñanza y un formato de corrección no tradicionales.

El material didáctico analizado resultó ser coherente para la forma no tradicional en la que se orientó su implementación. Presenta recursos didácticos necesarios para que el desarrollo de las clases no sean únicamente magistrales y expositivas por parte del docente. Se obtuvo una muestra representativa de las evaluaciones del ingreso del año 2019 y del análisis realizado se determinó que posee una muy buena confiabilidad. En el estudio estadístico se determinó que ciertos ítems referidos al objeto matemático números racionales en diferentes representaciones semióticas presentaron mayores dificultades. Se procedió a realizar un estudio cualitativo de estos ítems para describir las dificultades que tuvieron las y los estudiantes. La alta confiabilidad obtenida refuerza el estudio cualitativo realizado.

Las conclusiones a las que arribamos en nuestro estudio nos permiten ser optimistas respecto de los aportes que la propuesta ofrece y a la vez abrir la discusión sobre las potencialidades que encierra este tipo de trabajo para mejorar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática en el ingreso universitario.

Palabras clave: Ingreso a la Universidad. Didáctica de la matemática. Evaluación Formativa. Rúbricas de corrección

Abstract

Title: Mathematics assessment instrument in university admission: the case of the construction and use of rubrics at UNAJ.

The present work is framed in the didactics of mathematics. The implementation of a mathematics didactic and evaluation material was analysed by correction rubrics for admission to the Arturo Jauretche National University (UNAJ). Faced with a population of students who correspond to the first generation of university studies, with a vulnerable socio-economic profile and a growing mass enrolment, didactic material has been developed that aims to try to strengthen the learning of elementary mathematical objects of the entrants. Faced with the described scenario, there is also the challenge of the heterogeneity of the teaching staff whose training and teaching experience is far from being able to manage non-traditional teaching material and a non-traditional correction format with some ductility.

The didactic material analysed turned out to be coherent for the non-traditional way in which its implementation was oriented. Presents necessary didactic resources so that the development of the classes are not only lectures and presentations by the teacher. A representative sample of the income evaluations for 2019 was obtained and the analysis carried out determined that it has very good reliability. In the statistical study, it was determined that certain items referred to the mathematical object rational numbers in different semiotic representations presented greater difficulties. A qualitative study of these items was carried out to describe the difficulties the students had. The high reliability obtained reinforces the qualitative study carried out.

The conclusions reached in our study allow us to be optimistic regarding the contributions that the proposal offers and at the same time open the discussion about the potentialities of this type of work to improve the teaching and learning of mathematics in university admission.

Keywords: University admission. Didactics of mathematics. Formative Evaluation. Correction rubrics

Agradecimientos

A mi Director Fernando Bífano y a mis Co-Directores Leonardo Lupinacci y Néstor Biedma por aceptar dirigir la Tesis.

Quiero agradecer muy especialmente a Fernando y a Leonardo. Su generosidad me abrió las puertas del Instituto de Estudios Iniciales de la Universidad Nacional Arturo Jaureteche y me acompañó durante todo el trayecto de escritura. Su profesionalismo, compromiso y responsabilidad, sumados a su calidez fueron una constante. Muchas gracias por permitirme aprender. Sin su apoyo nada hubiera sido posible.

A todas y todos los docentes del Curso de Preparación Universitaria (CPU) que acompañan a las y los ingresantes con tanta dedicación. Por ser parte del comienzo de grandes proyectos.

Dedicatoria

A Patricia, Ignacio y Lautaro, mis tres amores. Porque son las razones para comenzar cualquier proyecto, mi motor y mi sostén.

En primer lugar a mi compañera de vida. Sin dudas nuestro proyecto más movilizante es nuestra familia y todos los demás fueron consecuencia directa de nuestra hermosa relación. Porque hace casi 30 años nos conocemos y nos permitimos crecer aprendiendo juntos. Porque sos la persona que me apoyó e incentivó siempre a mejorar y progresar. Porque sos mi amor y siempre estuviste en toda circunstancia. Gracias por el aguante y a continuar con esta interesante aventura de vivir.

A Ignacio y a Lautaro, porque me enseñan día a día que ser padre es lo más hermoso que me pudo pasar en la vida. Porque son mis amores y los mejores hijos del mundo. Si hay algo que me costó en todo este proceso fue resignar tiempo con ustedes, y cada vez que escuchaba "papá no puede porque está con la computadora" me dolía el alma. Pero nada se logra sin resignar cosas importantes, y nada es más importante que compartir con ustedes mi vida. Los amo.

Índice General

Índice de Figuras

Índice de Tablas

Capítulo 1: Introducción

Es probable que estudiantes a lo largo de su instrucción previa en matemática se encuentren con procesos de enseñanza y aprendizaje basados en tecnicismos rutinizados y en ocasiones descontextualizados, también es probable que se hayan encontrado con procesos enseñanza que sean una llave de apertura al pensamiento matemático, donde docentes motivadores potencien las oportunidades de conocer esa particular forma de pensar, razonar, argumentar y validar, generando un camino que posibiliataría la conceptualización del objeto matemático que se presenta.

Situado en el rol de docente y en constante reflexión sobre mi labor, surge la pregunta ¿qué tanto tengo de cada docente?, pero no se trata de un cambio personal, sino, y siendo más ambicioso, colectivo. Las dificultades asociadas a procesos de enseñanza y aprendizaje de matemática existen en el ingreso y años superiores en las universidades. La motivación del presente proyecto no sólo surge de formar parte del plantel docente de la Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ), sino de la necesidad de analizar procesos diferentes a los conocidos y experimentados.

Indefectiblemente al rememorar mí trayectoria de estudiante, la comparación es ineludible, soy primera generación de estudios universitarios, viví durante todo mi recorrido universitario en Florencio Varela y Berazategui en el seno de un hogar de clase media. Encontrarme en la universidad con procesos de enseñanza que generaban la necesidad de alcanzar un determinado nivel desde donde comenzar, fue el primer gran objetivo a superar. Observé como compañeras y compañeros eran excluidos por factores ajenos a sus capacidades, vinculados a faltas de recursos, tiempo y oportunidades.

En ese entonces, Chiroleu (1998) señalaba que las instituciones en expresión de su tradición meritocrática no habían realizado cambios en sus patrones de funcionamiento, habiendo privilegiado la excelencia académica en desmedro de la igualdad de oportunidades. El nivel de exigencia en la instancia de ingreso no se constituye en el único factor condicionante de la tasa de egreso

(Ramallo y Sigal, 2010). Es posible que éstas sean algunas de las razones que guían a las universidades nuevas del conurbano, atender las necesidades de jóvenes de sectores sociales que no cuentan con las disposiciones requeridas por la universidad es mejorar sus oportunidades. Como nos señala Pierella (2014) el problema actual pasa por encarar mecanismos de inclusión que impliquen no solo mejorar los índices de acceso, sino de permanencia y egreso.

Es posible que la matemática involucrada en los ingresos a las universidades nacionales sea un factor importante en exigencia para nuestros jóvenes. Omar Malet (2016) comienza un artículo referido a la matemática de los ingresos nacionales diciendo; matemática, ingreso, universidad, inclusión: un juego de tensiones, de atracciones y repulsiones, atraviesa y recorre esta enumeración de términos, como cuando intentamos acercar los polos de varios imanes. Entendemos la complejidad de la situación y asumimos el desafío que se nos presenta de intentar mejorar la didáctica de la matemática en el ingreso en la UNAJ, pensar en tratar de “acercar la matemática” a personas que transitaron diferentes instrucciones matemáticas previas es un punto de partida, no descuidar a estudiantes con diferente capital cultural y realidad socio económica es ingresar en un mundo complejo para mejorar sus oportunidades, es intentar contribuir en mejorar nuestra forma de enseñar y aprender matemática.

1.1. Planteo del problema

Estudios previos como los de Carnelli (2014) muestran a la matemática involucrada en los ingresos a las universidades nacionales con predominancia de técnicas rutinizadas, algebraicas y aritméticas, atomizadas y descontextualizadas. El dominio de estas técnicas sería un estándar a alcanzar, con el propósito futuro de tener una trayectoria “sin dificultades” en matemáticas. Si asumiéramos estas técnicas como saberes únicos y necesarios para alcanzar ciertos logros académicos, correríamos el riesgo de deslindar nuestra responsabilidad de las dificultades que surgen en la enseñanza, hacernos cargo es la razón que nos moviliza, para evitar considerar únicamente como causa del problema a la escolaridad previa y solo ceder la responsabilidad futura a las y los estudiantes.

Las primeras experiencias en matemática en la universidad, podrían contemplar factores que logren involucrar y no excluir, intentar potenciar los saberes previos acercando el quehacer matemático y la actividad matemática transversal, evitando únicamente la operatoria numérica y algebraica descontextualizada, tratar de esta forma, de correr el eje de la matemática difícil e inalcanzable que termina en una evaluación solo de naturaleza sumativa. Se debería poder situar al docente como formador y guía que acompañe e integre a grupos tan heterogéneos que ingresan a los estudios superiores y, en nuestro caso de estudio, a la UNAJ.

Pensar en un Curso de Preparación Universitaria que finaliza en cuestión de semanas sería descuidar un aspecto central, vinculado a los diferentes tiempos de aprendizaje que personas con trayectorias educativas muy variadas traen de su instrucción matemática previa, a su vez, el primer contacto que estudiantes tienen con la matemática en la universidad debería estar destinado a resignificar y recuperar saberes relevantes para una continuidad pedagógica.

El proceso de recolección de información para docentes y estudiantes en este período debería considerarse vital. Surgen en este trayecto tres necesidades:

- Generar un material didáctico con potencialidad para poder ayudar a tiempo a estudiantes con dificultades.
- Lograr que el material sea apropiado por profesionales de diversa formación, encargados de dar el Curso de Preparación Universitario (CPU) de la UNAJ.
- Obtener información pedagógica relevante para mejorar el acompañamiento de estudiantes con dificultades.

Ante este triple desafío confluyen las preguntas directrices que motivan a nuestra investigación. Retomaremos en las conclusiones si luego de realizar los análisis se pudo dar respuesta, y si no es así cuáles son los motivos que no lo permitieron.

¿Qué factores habría que considerar en el materíal didáctico para contemplar e integrar saberes previos de la mayoría de las y los ingresantes, generando herramientas que les permitan resignificar objetos matemáticos relevantes?

¿Qué factores deberían ser considerados en el material didáctico que permita al docente proponer un actividad matemática sin un abordaje únicamente expositivo?

¿Qué aspectos deberían prevalecer en una evaluación formativa que permitan identificar y comunicar las principales dificultades en el aprendizaje a estudiantes?

1.2. Objetivo General de la Investigación

Habiendo planteado el problema nos proponemos como objetivo general de nuestra investigación:

- Analizar una propuesta de material didáctico y evaluación de matemática basado en la corrección por rúbricas, aplicada a los alumnos y alumnas ingresantes en la UNAJ durante el año 2019.

1.3. Objetivos Específicos

I. Estudiar la consistencia y claridad de aplicación de una propuesta de evaluación por rúbricas de corrección asociadas al material didáctico brindado a las alumnas y alumnos.

II. Analizar una propuesta didáctica de matemática para el ingreso a la universidad y su forma de implementación.

III. Identificar y analizar las principales dificultades que tienen las y los estudiantes durante el proceso de evaluación en relación a los objetos matemáticos trabajados.

IV. Obtener conclusiones que aporten a la mejora del desarrollo de nuevos materiales didácticos y/o evaluativos.

Capítulo 2

En este capítulo se desarrollará el contexto de aplicación. Al ser una universidad nueva en una zona que carecía de oferta académica, consideramos de importancia identificar y explicar los factores relevantes que afectan directa o indirectamente en el análisis de la propuesta didáctica y evaluativa de matemática ofrecida a las y los ingresantes en su primer trayecto en la universidad , desde el origen y organización de nuestra universidad, donde se puede observar la orientación de la oferta académica en función de la demanda local y nacional hasta la matemática desarrollada en los inicios de cada una, el creciente aumento de la matrícula y el perfil socio económico mayoritario del alumnado. También se realiza una descripción de la matemática implementada en los ingresos a universidades nacionales, donde se plantea un corrimiento de la perspectiva mayoritaria.

2.1. Contexto de aplicación

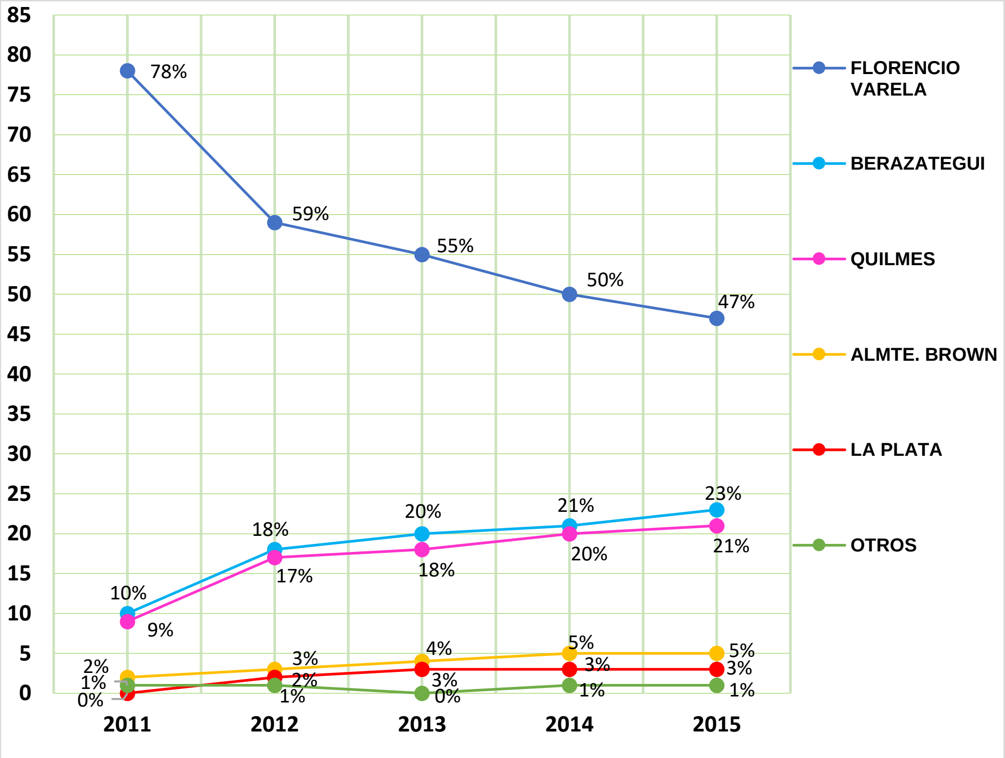
La Universidad Nacional Arturo Jauretche (UNAJ), fue creada a través de la Ley 26.576, el 29 de diciembre del 2009, su cede central se ubica en el partido de Florencio Varela, abre sus puertas en octubre del año 2010 en una zona donde convergen otros dos partidos con grandes poblaciones como son Berazategui y Quilmes, a medio camino entre dos universidades importantes de la Argentina, como son la UBA y UNLP. Este dato no es menor, ya que se trata de poblaciones históricamente relegadas a los estudios superiores, casi el 94% de los ingresantes en el año de apertura eran primera generación de universitarios, un porcentaje que se ha mantenido con pocas variaciones. Otra característica de UNAJ en el año 2010 fue que la edad media de las y los ingresantes era de 26 años.

El total de inscriptos al primer ciclo lectivo fue de 3046 ingresantes, de los cuales el 78.4% correspondía a residentes del partido de Florencio Varela, al año siguiente dicho porcentaje desciende a 59%, simultáneamente, se produce un aumento del porcentaje de alumnas y alumnos de los partidos aledaños cobrando un perfil regional, reconociéndose el incremento de la representación de estudiantes de diversos partidos del conurbano sur (Figura 1). En el 2015 se triplicó la cantidad de inscriptos con respecto al inicio de actividades de la Universidad en 2011, continuando su crecimiento hasta la actualidad, en el año

2020 se registraron 11442 inscriptos para cursar dentro de una oferta académica de 23 carreras.

Figura 1

Porcentaje de ingresantes por partido y por año a la UNAJ



Nota: Tomado dehttps://www.unaj.edu.ar/institucional/la-universidad/historia/

La universidad se organiza a partir de Institutos, que funcionan como unidades académicas con fines de docencia, investigación y extensión en áreas específicas. Inicialmente contó con tres institutos: de Salud, de Ingeniería y Agronomía y de Estudios Sociales y de Administración. Con el objeto de contribuir a mejorar la experiencia formativa de los ingresantes y a fin de revertir posibles situaciones de deserción temprana se diseñó un Ciclo Inicial (Universidad Nacional Arturo Jauretche, 2013). El ciclo se compone de cuatro materias comunes y obligatorias para todas las carreras: Problemas de Historia Argentina, Matemática, Prácticas Culturales, Taller de Lecto Escritura. En virtud de diagnósticos realizados sobre la situación de los ingresantes 2011 por docentes y responsables de gestión, se planteó para inicios del ciclo lectivo 2012 la implementación de una instancia de formación previa para favorecer la nivelación y preparación de los estudiantes a estudios universitarios, esto genera la formación del CPU (Curso de Preparación Universitaria). El CPU no fue creado con criterios de eliminación ni exclusión sino para fortalecimientos de las trayectorias educativas previas de las/os ingresantes.

La masividad que se produjo en el ingreso fue en aumento desde su apertura, ello trajo aparejado otro desafío, mantener calidad con inclusión. Es necesario destacar que, en 2008, la tasa de matriculación en Argentina ya superaba el 60 %. Este incremento de la matrícula ha venido acompañado del crecimiento de fenómenos complejos: el abandono y el rezago en los estudios (Ezcurra, 2011), para contrarrestar estos efectos complejos y adversos se crea en septiembre del 2012 el Instituto de Estudios Iniciales (IEI), encargado de organizar, coordinar y articular el Ciclo Inicial y el CPU.

En su plan institucional la UNAJ detalla datos del último censo del año 2010 sobre la población de Florencio Varela, ya que dentro de las múltiples razones que justificaron el proyecto se encuentra la socio económica. Hay que tener en cuenta que la mayoría de los ingresantes sigue siendo de este distrito, si bien en 10 años varios aspectos mejoraron, la crisis económica y la pandemia afectaron fuertemente a nuestra población. Dentro de los datos destacamos los siguientes:

- 54,6% de su población por debajo de la línea de pobreza
- 12% de indigentes
- 30,4% de la población con Necesidades Básicas Insatisfechas.
- 25% de desocupación.
- 18% de subempleo.
- 17% de la población con alto riesgo sanitario.
- 13% de la población vive hacinada (es decir habita en hogares en los que hay más de tres personas por cuarto)
- 26% del distrito con calles asfaltadas.
- La mitad de la población sin agua corriente.
- 70% de la población sin cloacas.
- 1,3% de la población con estudios universitarios terminados.
- 11% de la población con estudios secundarios culminados.
- 15% de la población con estudios primarios no culminados.
- 3,5% de adultos analfabetos.

Con respecto al perfil del alumnado, Vicent Tinto (2009) asegura que el estatus en desventaja es producto de dos factores centrales, el ingreso económico y el nivel educativo de los padres. Se observa en ingresantes situaciones muy generalizadas, las más graves que podemos señalar son: problemas en los ingresos familiares, falta de lugar de estudio apropiado en sus hogares, grado educativo de los padres muy bajo, desempleo, trabajadores de tiempo completo, disponer de una dedicación parcial al estudio, falta de apoyo de familiar, escaso tiempo para estudiar por trabajos full time. Entonces, existe un conjunto de factores convergentes propios de ese estatus en desventaja – y cuantos más operan, mayor es el riesgo de deserción (Ezcurra, 2011). En un informe de CEPAL (Ottone y Sojo, 2007) se señala que solo el 3,1% de alumnos completan el nivel superior con padres con primaria incompleta, mientras que dicho porcentaje va en aumento a mayor nivel educativo de los padres, el 71,6% de alumnos finalizan con padres con estudio superior completo. El factor primera generación no se puede perder de vista en UNAJ, se trata de un porcentaje alto en relación a otras universidades. Ante la realidad descripta, se pone en relieve el concepto de capital cultural propuesto por Pierre Bourdieu, teniendo en cuenta que sectores en desventaja entran y terminan tramos en desventaja, de menor y baja calidad en la educación previa. En Ezcurra (2011) se señala:

> Joseph Berger (2000), de la Universidad de Massachussets, entre otros aspectos, explora el papel del capital cultural a nivel individual y concluye que la acumulación personal de ese capital, muy dependiente de las trayectorias educativas previas, no sólo influye en las posibilidades de ingreso y en qué institución estudiar, sino que además ejerce un rol clave en las oportunidades que los alumnos exhiben en el grado y en particular en la persistencia y el abandono. Un condicionante decisivo, que el autor formula como una proposición: a mayor capital cultural, mayor probabilidad de permanencia, con autonomía del tipo de institución (p.43)

Debemos remarcar, que también, nos encontramos con grupos no mayoritarios de alumnas y alumnos con situaciones muy contrarias y ampliamente favorables para iniciar sus estudios superiores. Desde su concepción la UNAJ apuesta a la inclusión con calidad. Coincidimos en palabras de Chiroleu (2013) sobre su acepción de la igualdad:

> El derecho al aprendizaje por parte de todos, independientemente de sus características individuales, con el fin de proporcionar atención al conjunto de demandantes según sus propias necesidades, lo que implica velar y generar condiciones adecuadas para la obtención de resultados favorables. (p.4)

Únicamente con igualdad de oportunidades no se garantizaría el éxito en el grado del grupo de estudiantes de condición más desfavorable y hay un contexto muy amplio para estudiar tal problema, se requiere un abordaje integral de múltiples factores, no sería nuestro horizonte, pero tenemos ante nuestros ojos un perfil de ingresante no homogéneo tanto en formación como en origen social. Podemos observar que la decisión de la UNAJ y llevada a cabo por el Instituto de Estudios Iniciales (IEI), pone en relieve la estrategia institucional, que es por un lado, jerarquizar el primer año del grado, es decir, otorgarle una alta prioridad en la estrategia institucional. Por otra parte, y en ese marco, se trataría de desarrollar esfuerzos activos por ayudar a los ingresantes en su primera experiencia universitaria. Tampoco se trata de un acceso irrestricto, lo que según Sigal (2003), generaría una selección implícita, excluyendo y provocando rezago, en todo caso, es analizar en qué medida la propuesta plateada contribuye a la orientación de los alumnos y alumnas para evitar atrasos innecesarios.

Por otro lado, el plantel docente que dicta el curso de ingreso está compuesto por profesionales de diferentes ramas: biólogas/os, profesoras/es de matemática, licenciadas/os, doctoras/es, médicas/os, ingenieras/os etc. Esto genera otro desafío al IEI, ya que debe ser capaz de articular y organizar experiencias didácticas que sean abordadas por docentes de distintas especialidades y con diferentes recursos pedagógicos didácticos.

2.2. Matemática en el ingreso

En el caso de las matemáticas para el nivel superior, la situación en cuanto a resultados suele ser similar, con el agravante que la mirada hegemónica sobre las falencias que traen los y las estudiantes del nivel secundario suele ser la respuesta más simple para deslindar responsabilidades a nivel institucional (Bifano y Lupinacci, 2015).

Con respecto a la admisión a la universidad, Carnelli (2014) hace un estudio pormenorizado de análisis de propuestas de enseñanza de matemática en el ingreso a las universidades argentinas. Se describen, entre otros hallazgos, cierta homogeneidad de los contenidos que se abordan en nuestras universidades, como son los aspectos tradicionales referidos a los Números, Álgebra Básica y la Función lineal.

Los contenidos de enseñanza privilegiados por la Matemática en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios pertenecen al ámbito de lo numérico (los racionales e irracionales), de lo algebraico (la resolución de ecuaciones y las expresiones algebraicas) y de las funciones elementales (las funciones en general, las lineales y las cuadráticas) (Carnelli, 2014).

La presencia de la matemática en la admisión de las Universidades Nacionales Argentinas es alta, y sobre la forma en qué se presentan los contenidos, Carnelli (2014), arriba a la siguiente conclusión:

> La Matemática que se enseña en el Ciclo de Inicio a los Estudios Universitarios, se percibe como una pre-Matemática, esto es, como un conjunto de conocimientos asumidos como ya abordados por la escuela media, que se presentan atomizados, divididos en teoría y práctica y con privilegio por las cuestiones vinculadas a la operatoria numérica y algebraica y a las técnicas algorítmicas asociadas a ellas, en desmedro del trabajo sobre las nociones teóricas y sobre la actividad matemática transversal (p.193)

Diversos son los autores que han abordado la dificultad en el aprendizaje de la matemática inicial: la programación, de alta densidad temática, estaría imprimiendo un ritmo tan intenso a la enseñanza, que termina obstaculizando la comprensión y favoreciendo así la decisión de abandonar (Amago, 2006). En cuanto la modalidad de enseñanza Area Moreira (2018) nos señala:

> Existe consenso en el discurso teórico en superar el paradigma pedagógico tradicional o de enseñanza expositiva y aprendizaje por recepción. Esta concepción y práctica educativa está íntimamente

> arraigada en la genética docente universitaria desde sus orígenes y, aunque en el actual discurso oficial o retórica dominante se cuestione, su presencia real sigue vigente en la mayoría de las aulas tanto presenciales como las denominadas virtuales o en línea (p.27)

Deberíamos considerar en el análisis que la presentación de la propuesta didáctica no sea únicamente expositiva por parte de las y los docentes y con un alto índice de contenidos. Destacamos de importancia elaborar y analizar materiales didácticos que logren un acercamiento entre la matemática del nivel universitario con el nivel secundario. La brecha entre la secundaria y la universidad no se puede salvar sólo con base en acercar la matemática de secundaria a la universidad sino también aproximando esta última a las competencias cognitivas de los estudiantes que la reciben (D'Amore y Godino, 2007).

La propuesta implementada en el CPU de la UNAJ involucra como contenidos generales, números enteros, números racionales, y resolución de ecuaciones lineales.

La tabla 1 muestra las carreras universitarias ofrecidas en la UNAJ y las materias con contenidos matemáticos involucrados en ellas:

Tabla 1

Materias en las diferentes carreras con contenido matemático

Carrera Universitaria	Materias centradas en contenidos matemáticos
• Tecnicatura universitaria en emergencias sanitarias y desastres. • Tecnicatura universitaria en emprendimientos agropecuarios. • Tecnicatura universitaria en farmacia hospitalaria. • Medicina. • Licenciatura en enfermería. • Licenciatura en Kinesiología y fisiatría. • Licenciatura en organización y asistencia de quirófanos. • Licenciatura en trabajo social.	• Matemática Inicial
• Tecnicatura universitaria en producción vegetal intensiva. • Tecnicatura universitaria en información clínica y gestión de paciente. • Tecnicatura universitaria en producción vegetal intensiva. • Licenciatura en relaciones del trabajo. • Licenciatura en administración	• Matemática Inicial • Estadística
• Licenciatura en administración	• Matemática Inicial • Estadística • Matemática Financiera
• Bioquímica	• Matemática Inicial • Bioestadística • Análisis Matemático I • Análisis Matemático II
• Ingeniería en petróleo • Ingeniería electromecánica • Ingeniería en informática • Ingeniería industrial	• Matemática inicial • Matemática I, II y III • Probabilidad y estadística

(Fuente: Bifano y Lupinacci, 2015)

En la tabla 1 se observa que matemática inicial es común a todas las materias. El primer proceso de aprendizaje en matemática en UNAJ comienza en el CPU. Si debiéramos dar un cierre a este proceso de aprendizaje lo podríamos ubicar en la acreditación de matemática inicial. No debemos perder de vista que el presente estudio se centra en el primer contacto que tienen las y los estudiantes con la matemática en la universidad, y como tal se trata de un curso de preparación universitaria. En caso de no ser aprobado, las y los estudiantes deberán realizar y aprobar un taller complementario. Existe una continuidad pedagógica con los contenidos desarrollados en el CPU y el taller. Una vez aprobado el taller podrán inscribirse en matemática inicial. Ambos procesos están destinados a disminuir la brecha entre los conocimientos que poseen algunas y algunos estudiantes y los conocimientos necesarios para cursar matemática inicial.

En el siguiente capítulo desarrollaremos el marco teórico con relación a la matemática involucrada en la unidad didáctica y evaluativa del CPU.

Capítulo 3: Marco Teórico

A continuación, se presentarán las nociones centrales que comprenden nuestro marco teórico. Con el fin de abarcar la complejidad del análisis del material pedagógico evaluativo se realizó una selección de las principales ideas de investigadores reconocidos en el campo de los conceptos que “atraviesan” nuestro estudio. El trabajo se enmarca dentro de la didáctica de la matemática, a partir de ahora nos referiremos a objeto matemático como todo aquello que es indicado, señalado, nombrado cuando se construye, se comunica o se aprende matemáticas (Godino, 2004).

Situando como eje transversal el registro de las representaciones semióticas, se desarrollarán a continuación las principales dificultades del proceso de enseñanza y aprendizaje de los objetos matemáticos involucrados en nuestro trabajo, números enteros, números racionales y ecuaciones. Se finalizará con un recorrido sobre la evaluación formativa con rúbricas, su objeto, ventajas y desventajas estudiada por especialistas.

3.1. Representaciones semióticas

Desde la perspectiva teórica del registro de las representaciones semióticas de Duval (1993), basada en los procesos cognitivos propios del pensamiento matemático, se evidencia que en todo proceso de enseñanza y aprendizaje de cualquier objeto matemático es necesario elaborar un registro de representación, las y los estudiantes, deberían ser capaces de reconocer el mismo objeto matemático en otro contexto de representación, bajo esta perspectiva el autor se pregunta cuál es el papel que juegan estos distintos contextos de representación en la comprensión y aprendizaje de las matemáticas.

La importancia de la semiótica en matemática radica principalmente en que los conceptos no existen en la realidad concreta, una recta r, una cónica c, la fracción 3/5, no son objetos concretos sino abstractos por lo tanto para representarlos necesitaremos un registro semiótico, la complejidad de la situación es producida por la amplia variedad de recursos semióticos que existen para representar un mismo objeto matemático. En la matemática encontramos distintos sistemas de escritura para los números, notaciones simbólicas para objetos geométricos, escrituras algebraicas, funcionales, lógicas, utilizadas para representar un objeto, solo para mencionar algunos.

El término noética está referido al aprendizaje conceptual, siendo éste preliminar a cualquier otro y considerado por muchos autores como el primer aprendizaje matemático. La semiótica es la representación de los objetos mediante sistema de signos. El aprendizaje semiótico permite interpretar distintas representaciones semióticas de un mismo objeto matemático. Aquéllo que se aprende a manejar, en nuestra disciplina, no son los objetos, sino sus representaciones semióticas. El aprendizaje de los objetos matemáticos parte necesariamente de sus representaciones. Las representaciones del objeto permiten su expresión y deben ser el medio para llegar a observar la funcionalidad que representa el objeto. (Valdez y García, 2022).

La semiótica en matemática y en didáctica de la matemática es por lo tanto un aspecto a considerar, pero se debería intentar no descuidar la independencia de la conceptualización con relación a toda actividad semiótica, que el autor reconoce y cita en palabras de Vergnaud (1990), quien la considera externa y secundaria.

En las representaciones semióticas, designar un registro implica admitir que esos sistemas de representación cumplen con las tres actividades cognitivas inherentes a toda representación: formación, transformación y objetivación:

> Estos registros constituyen grados de libertad de los que puede disponer un sujeto para objetivarse el mismo, una idea confusa, un sentimiento latente, para explorar las informaciones o, simplemente comunicarlas a un interlocutor. La cuestión entre semiosis y noesis concierne únicamente a los sistemas que permiten las tres actividades de representación y no a todos los sistemas semióticos (Duval, 2004, p. 69).

Se elige el registro que mejor se adapte a las características distintivas del objeto que se quiere representar (formación), luego se distinguen dos clases de transformaciones fundamentales: el *tratamiento* y la *conversión*.

El registro es la forma adoptada de representación, por ejemplo, si queremos representar la idea de dividir en 4 partes y adoptamos como registro el lenguaje aritmético, una representación podría ser la escritura fraccionaria 1/4, otra representación, la escritura decimal 0,25. Si el registro fuera: el lenguaje algebraico, la representación semiótica podría ser $\{x \in Q: 4.x - 1 = 0\}$. El pasaje de una representación semiótica en otra manteniendo el mismo registro se llama *tratamiento*, en el ejemplo, una transformación posible es pasar ¼ a 0,25, por supuesto hay que considerar que las transformaciones tienen sus reglas internas y no se deberían descuidar.

El pasaje de un registro semiótico a otro es la *conversión*, es considerada por el autor como la más compleja y donde mayores dificultades se generan. Continuando con el ejemplo anterior, supongamos que al registro lenguaje coloquial que establece que se debe dividir por cuatro partes iguales a una cantidad x lo convertimos al lenguaje aritmético, nos quedaría $\frac{1}{4}$. x ó 0,25. X. Como docentes tenemos el concepto (noética), pero si pensamos en las o los estudiantes que no poseen el concepto está conversión le resultaría muy conflictiva. Podríamos decir que la noética nos permite realizar dicha transformación, ¿y en el caso de las y los estudiantes?

En 1993 Duval pone en evidencia la paradoja cognitiva que se esconde en la actividad matemática. La representación semiótica posibilita la actividad sobre objetos matemáticos, pero el aprendizaje de objetos matemáticos es un aprendizaje conceptual. Las y los docentes que conocen el concepto ofrecen a las y los estudiantes (que no conocen el concepto) representaciones semióticas, con la intención que construyan el aprendizaje conceptual (noética) de dicho concepto, pero sólo tienen representaciones semióticas. Surgen de esta paradoja dos cuestiones, la primera, las y los estudiantes pueden confundir los objetos matemáticos con sus representaciones semióticas, y la segunda, ¿cómo lograr que dominen los tratamientos matemáticos de las representaciones semióticas ante la falta de un aprendizaje conceptual del objeto matemático? En palabras de Duval (2006):

> El contenido de cada representación semiótica no depende sólo de los conceptos o de los objetos representados, sino también de los

> sistemas semióticos de representación empleados. Por ello cambiar de un sistema a otro significa cambiar el contenido de representación sin cambiar las propiedades matemáticas representadas. Entonces, ¿Cómo el contenido matemático puede ser discriminado de lo que es específico del sistema semiótico usado y de lo que no tiene relevancia matemática? (p.158)

En sus palabras, el autor pone en evidencia la necesidad de realizar la separación entre el concepto y el sistema semiótico para poder efectuar la representación. En la adquisición conceptual de un objeto matemático prevalecen dos cuestiones importantes, la utilización de más de un registro de representación y la creación y desarrollo de sistemas semióticos nuevos, siendo considerado por el autor como el umbral de conversión de representación, y a su vez, como un profundo problema de comprensión que es específico del aprendizaje de las matemáticas.

Como se ha aclarado previamente la mediación semiótica es externa y posterior a la comprensión conceptual, eso nos orienta a considerar a las representaciones semióticas en el análisis del pensamiento matemático y a orientar intervenciones que permitan que las representaciones que puedan surgir no se encuentren desconectadas de los saberes previos, necesarios para la adquisición del nuevo objeto matemático. La operación cognitiva de objetivación se establece cuando un sujeto puede reconocer un objeto matemático a través de procesos de transformación, en diferentes representaciones. La objetivación corresponde al descubrimiento por el sujeto mismo de aquello que hasta entonces no sospechaba, incluso si otros se lo hubieran explicado (Duval, 2004).

Por otro lado, se debe considerar que no existe una mediación semiótica homogénea y única, sino muchas y en muchos casos poco relacionadas. Por eso la comprensión matemática requiere de una coordinación interna entre los diversos sistemas de representación semióticos posibles que se puedan elegir y usar (Duval, 2000). Según el autor lo más importante en la enseñanza de la matemática no pasa por la mejor elección del sistema de representación semiótica, sino en que las y los estudiantes sean capaces de relacionar muchas maneras de representar los objetos matemáticos.

3.1.1. Enteros Negativos

Podríamos pensar que el objeto números enteros ya fue adquirido conceptualmente en estudiantes del ingreso a las universidades nacionales, es más, si retrocedemos en la escolaridad previa de las y los ingresantes, se trata de un contenido de primer año de los planes de estudio de las escuelas secundarias, para luego ser aplicado en años siguientes en diferentes situaciones, pero ¿es un conocimiento aprendido? No es el objetivo del presente trabajo estudiar como adquieren los alumnos el concepto de números enteros, pero si saber, si se ha alcanzado la conceptualización del objeto. Para ello sería necesario analizar las diferentes miradas y aportes sobre su enseñanza, poniendo el foco en los principales modelos enseñanza de este objeto matemático.

La historia de este conocimiento nos muestra que fue una noción ampliamente resistida por la comunidad matemática. En sus comienzos eran conocidos como "números deudos" o "números absurdos", Gerolamo Cardano, en el siglo XVI, llamaba a los números negativos "falsos". Todavía muchos matemáticos del Siglo de las Luces (XVIII), cuando un problema se traduce en una ecuación que conduce a una solución de este tipo, optaban por decidir que se trataba de un problema mal planteado, porque así planteado no tiene solución (Gallardo y Hernández, 2005), y es en este punto de la historia donde se le podría dar "vida" a los negativos, donde se genera el conflicto. El álgebra surge como técnica de resolución de problemas aritméticos, los datos y las soluciones deberían ser "números" ya que representaban magnitudes. En este contexto, un sustraendo aislado no podía tener sentido porque indicaba que había que sustraer «de donde no había», acción totalmente imposible de llevar a cabo, o bien porque indicaba una cantidad que era «menos que nada», lo que también era un sinsentido (Cid, 2002). De esta forma la génesis de las cantidades negativas está signada al álgebra.

Nos deberíamos preguntar si esta resistencia de tantos siglos a ser incorporado en la civilización tiene alguna vinculación con su enseñanza y aprendizaje en la actualidad, justamente es uno de los tres grandes grupos establecidos por Eva Cid (2002) en estudios referidos a la enseñanza de este objeto matemático, es denominado, implicaciones didácticas de la epistemología del número negativo, los otros dos son: por propuestas de enseñanza y por dificultades de aprendizaje y errores de los alumnos, no se los toma como grupos independientes, por el contrario, pueden coexistir. En “Emergencia de los números enteros” Gallardo y Hernández (2005) repasan los trabajos realizados por diferentes autores en estos tres grupos.

Particularmente sería de interés referirnos a propuestas de enseñanza de este objeto matemático, en tal caso, deberíamos acudir al concepto de modelización. En las ciencias básicas se utiliza a la modelización como medio para comprender la naturaleza de un fenómeno, en este caso el fenómeno es el objeto de estudio, en el campo de la enseñanza de matemática, el modelo se utiliza para comprender una noción matemática, el modelo se trata de una representación semiótica adecuada que distingue características importantes del objeto que se desea enseñar, para ello se presentan modelos físicos para lograr enseñar una noción abstracta, podemos comprender que el fenómeno de estudio es muy diferente, para la ciencia es el objeto final a comprender, y en la enseñanza, el modelo físico debería ser conocido por las y los alumnos y servir de medio para lograr la conceptualización. En la medida que el docente dé cuenta que las y los estudiantes han construido el concepto matemático buscado, puede presentar diferentes situaciones donde la matemática vuelve a su razón natural de ser, y generar que estudiantes modelicen situaciones nuevas con el concepto adquirido.

Los modelos utilizados para la enseñanza de los números enteros son muchos y variados. Eva Cid (2002) parte de una clasificación establecida por Janvier (1983) y los clasifica en dos grandes grupos: “modelos de neutralización” y “modelos de desplazamiento”. Estos modelos permitirían la utilización de diferentes registros semióticos y sus transformaciones, su introducción dependerá de diagnósticos previos y del objeto que se desea enseñar. La autora los describe de la siguiente manera:

> En los modelos de neutralización los objetos que se manejan son cantidades de magnitud que pueden tener el mismo sentido o sentidos opuestos. Cuando dos cantidades de magnitud son iguales en valor absoluto, pero de sentidos opuestos, se neutralizan entre sí. En este

> caso, los signos predicativos indican el sentido de la cantidad de magnitud y los signos operativos se relacionan con las acciones de añadir, quitar, reunir o separar. (p.531)
>
> En cambio, en un modelo de desplazamiento los números enteros indican desplazamientos o posiciones y los signos predicativos el sentido del desplazamiento o la situación de la posición a uno u otro lado de la posición origen. En cuanto a los signos operativos, pueden significar composición de desplazamientos o aplicación de un desplazamiento a una posición para obtener otra posición. (p.531)

Bruno (1997) realiza una investigación sobre la enseñanza de números negativos entre alumnas y alumnos de 12 y 13 años. Entre las conclusiones la autora señala que es propicio la introducción de negativos utilizando como sistema de representación el contexto deber-tener, debido a la familiaridad de los estudiantes con el mismo, en cambio, para un sistema de representación vinculado a un orden cronológico será necesario un trabajo específico de vocabulario y comprensión de situaciones temporales (años antes o después de Cristo, años vividos, etc.), es necesario, según Bruno, trabajar con problemas aditivos en la recta, pero de ninguna manera un modelo de recta debería estar descontextualizado. Es probable que las y los estudiantes que recibimos en el ingreso hayan interactuado durante su enseñanza con algún problema contextualizado de un modelo de desplazamiento, sería un sistema semiótico adecuada para poder observar que tipo de conversiones y tratamientos realizan.

Ante los planteos de Küchemann (1981) y Liebeck (1990), sobre abandonar el modelo de la recta para enseñar números negativos, Bruno plantea que en sus estudios utilizan un modelo de recta descontextualizado o sin trabajo previo que conecte a estudiantes a situaciones concretas, poniendo en relieve la importancia de la dimensión contextual planteada en su estudio. Esta búsqueda de actividades con sentido para estudiantes son acciones que refieren a un rol activo del docente. Un docente que analice nuevas estrategias y diseños metodológicos sin descuidar la amplia heterogeneidad del grupo, estableciendo problemas contextualizados que involucren los saberes previos de las mayorías. El trabajo docente es partir de representaciones acordes para lograr que el alumno pueda darle sentido al objeto matemático presentado. De hecho, la comprensión conceptual surge de la coordinación de los diversos sistemas semióticos usados, y darse cuenta de la forma específica de representar para cada sistema semiótico es condición cognitiva para la comprensión (Duval, 2006). Al resolver un problema, el alumno dota de significado a las prácticas matemáticas realizadas, ya que comprende su finalidad (Godino, 2004).

Con respecto a las dificultades en el aprendizaje y errores en estudiantes adolescentes, autores como Küchemann (1980, 1981), Borba (1995), Bell (1982), Murray (1985), observan que, el porcentaje de errores es mayor en la resta de enteros que en la suma y producto. Bell a su vez, analiza las estrategias utilizadas y comprueba que utilizan procedimientos basados en la recta numérica, llegando a la conclusión que las y los estudiantes no se acostumbran a ver la resta de positivos como el resultado de la diferencia, sino que viene ligada al concepto de quitar el sustraendo al minuendo.

En el plano del álgebra y la negación de resultados negativos Gallardo, (2002) dice: "tal evitamiento de la solución negativa está acompañado por lo general de una separación, en la práctica escolar, entre el manejo operativo de los números con signo y la resolución de ecuaciones algebraicas", a su vez la autora estudia la transición de lo aritmético al álgebra y remarca la importancia de la extensión del dominio numérico de los naturales a los enteros antes que las y los estudiantes adquieran el lenguaje algebraico. Lo considera determinante para que resuelva ecuaciones y problemas con éxito, es el momento en que el alumno da significado a los números negativos. Recordemos que la negación de la solución negativa de ecuaciones fue un problema histórico en la conceptualización de los números negativos, en parte, su origen.

Resultaría de interés analizar si dichas dificultades en la conceptualización y la operatividad se encuentran presentes en nuestra población de estudio. Autores como Gallardo y Hernández (2005) afirman que estas dificultades continúan en niveles superiores.

Si nos referimos a obstáculos epistemológicos en la noción de números negativos, existen muchas disidencias entre diferentes autores para el establecimiento de los mismos, dentro de las coincidencias (Brousseau, 1983; Cid, 2000; Glaeser, 1981; Schubring, 1986) proponen como obstáculo epistemológico para el reconocimiento de los números negativos al hecho de que los números solo tienen sentido como cantidades de magnitud y en palabras de Gallardo (2002) aceptar los números negativos, implica romper la visión tradicional de los números como nociones que expresan el resultado de la medida de una cantidad de magnitud absoluta.

En línea con autores mencionados Herrera José Luis y Alberto Zapatera (2019) realizan un estudio en 57 alumnas y alumnos adolescentes sobre dificultades en el aprendizaje de números enteros. Los autores plantean que tales dificultades son producidas por dos obstáculos epistemológicos: la consideración del número como cantidad de magnitud y la doble vía de abordaje de su enseñanza por parte de docentes, el plano formal y el plano concreto. Las conclusiones más importantes a la que arriban los investigadores son las siguientes:

> (...) los estudiantes mantienen las concepciones aprendidas en la Educación Primaria en el campo de los números naturales: el número como cantidad real y concreta, la suma como aumento, la resta como disminución, la multiplicación como multiplicación natural, la división como división natural y las relaciones de orden de los enteros como lo aprendieron con los números naturales (p.217).

3.1.2. Números Racionales

Otros objetos matemáticos que se presumirían aprendidos por alumnos y alumnas ingresantes a la universidad son números racionales, orden de los números racionales, operaciones con fracciones, resolución de problemas que involucren porcentajes. En todos los ingresos en los que interviene matemática están involucrados, ya sea en alguna representación o en algún tratamiento referidos al objeto de estudio u a otro objeto. El número racional ya es abordado desde la escuela primaria, diversos autores han estudiado en profundidad el proceso de enseñanza y aprendizaje de racionales desde distintas perspectivas. Una de las particularidades de los racionales radica en sus distintas formas de representación, se pueden representar en forma fraccionaria, decimal, porcentual, algebraica, exponencial etc. En referencia a las representaciones semióticas, es un conjunto numérico que admite muchas representaciones dentro de un mismo registro. Estudios e investigaciones (Perera y Valdemoros, 2007; Fandiño, 2005) lo muestran como uno de los conceptos donde más dificultades surgen en el proceso de enseñanza aprendizaje. Carnelli, (2014), en concordancia con la teoría que venimos desarrollando, nos señala:

> Esta ductilidad de los racionales requiere por parte de la enseñanza de un trabajo específico sobre cada una de ellas y sobre las conversiones de una forma a la otra, favoreciendo un manejo flexible de estas distintas representaciones que permita elegir la más conveniente según la acción que se realice y reconocer las ventajas y desventajas de una forma u otra. (p.24)

En el ingreso de la Facultad de Ciencias Económicas de la Universidad Nacional del Litoral y en el Profesorado del Instituto N° 10 de Helvecia, Santa Fe, Nardoni, Camara y Pochulu (2015) realizaron un estudio sobre la comprensión que alcanzan los estudiantes sobre números racionales, utilizando el marco teórico y metodológico del enfoque ontosemiótico del conocimiento e instrucción matemática. Entre las conclusiones a las que arriban los autores podemos destacar que las y los estudiantes integrantes de la experiencia no tienen una comprensión cabal de los números racionales como objeto matemático, en tanto no han podido utilizarlo de manera competente en diferentes prácticas. Los autores sugieren organizar planes de enseñanza y aprendizaje cuidadosamente planificados.

En Fandiño (2009), se exponen los principales significados que la palabra fracción puede asumir en el proceso de enseñanza-aprendizaje. Es importante resaltar que su trabajo se origina en el análisis de los principales autores sobre el tema desde los años 70 y 80 hasta el año de su publicación 2009. Dentro de la diversidad de conceptos que encuentra, señala los siguientes:

- La fracción como parte de la unidad-todo, a veces continua y a veces discreta.

- La fracción como cociente.
- La fracción como relación.
- La fracción como operador.
- La fracción en probabilidad.
- La fracción en los puntajes.
- La fracción como número racional.
- La fracción como punto de una recta orientada.
- La fracción como medida.
- La fracción como indicador de cantidad a elección.
- La fracción como porcentaje.
- La fracción en el lenguaje cotidiano.

Al ver los diferentes significados de la fracción y basándose en la teoría de Vergnaud, la autora señala que: se entiende inmediatamente, como consecuencia obvia, que con la elección de un único significado para la “fracción” no se logra la conceptualización en la totalidad de sus múltiples aspectos (Fandiño, 2009). Claramente considera a esta polisemia como una de las razones principales en las dificultades de aprendizaje. Fandiño también propone una categorización exhaustiva de las dificultades en su aprendizaje, estás son:

1. Dificultades en el ordenamiento: Ya sea entre fracciones, entre números con coma, o entre una combinación de estos, dificultades que radican principalmente en querer buscar el “sucesivo” y en el desconocimiento de la densidad de los números racionales.

2. Dificultades en la realización de operaciones: Las mismas surgen de un aprendizaje formal y carente de significado para el estudiante, en palabras de la autora, es necesario siempre dar sentido a lo que se está haciendo y esto sucede a través del manejo de varios registros semióticos y con la implicancia personal del estudiante en la construcción del propio conocimiento (Fandiño, 2009)

3. Dificultades en el reconocimiento de esquemas: Preguntas formuladas sobre esquemas que suelen confundir al estudiante, ya que no son perfectamente explicativas, con prevalencia del error en los casos discretos ya que tienen más dificultades para identificar la unidad de estudio.

4. Dificultades en la gestión del adjetivo igual: En el momento de actividades que requieran la división en partes iguales de figuras, por ejemplo, de un rectángulo, puede haber cierta “predilección” por ciertas fracciones como por ejemplo ¼ , ½, es decir divisiones por números pares, quizás por costumbre y reiteración por parte de docentes, es decir parte del contrato didáctico.

5. Dificultades en la gestión de la equivalencia: En la mayoría de los casos esta dificultad viene asociada a la falta de dominio de la fracción como razón.

6. Dificultades en la gestión de la “fracción irreducible”, la reducción a los mínimos términos: La búsqueda de fracciones equivalentes dividiendo numerador y denominador por un mismo número, es una operación rápida que en ocasiones conduce a una errónea cancelación de términos, nuevamente involucrado en el contrato didáctico.

7. Dificultades en la gestión de figuras no estándar: Hay una tendencia a privilegiar fraccionar figuras estándar con respecto a las que no lo son, hay evidentes dificultades cuando las figuras presentadas son poco convencionales.

8. Dificultades al pasar de una fracción a la unidad que la generó: En gran parte de la bibliografía se suele pedir dividir una figura geométrica y señalar una fracción determinada, son muchas menos las actividades donde se pida armar el entero dada una fracción, cuestión que implicaría dividir por el numerador y multiplicar por el denominador, lo que rompería con un esquema muy instaurado de realizar lo inverso con el “agravante” de tener varias respuestas posibles, las y los alumnos suelen esperar una respuesta, la solución que tiene el “profesor”.

9. Dificultades en la gestión autónoma o espontánea de esquemas, figuras o modelos: Si el estudiante durante su formación convivió siempre con esquemas y modelos ya preconstruidos, estereotipos convencionales, es posible que se le presenten serias dificultades al momento de pedirle que presente esquemas, diagramas, gráficos de forma autónoma y espontánea, la autora remarca siempre ofrecer actividades donde intervengan los diferentes registros semióticos.

Consideramos a la investigación de Fandiño (2009) como exhaustiva y pertinente para nuestra investigación. En relación a la diversidad del concepto de fracción que establece, se analizarán las implicadas en el material didáctico. En lo que respecta a la clasificación de dificultades, son generales de los procesos de aprendizaje y se observará si aparecen en las resoluciones de estudiantes.

En González-Forte, Fernández y Llinares (2019) se realiza un estudio sobre los razonamientos de las y los estudiantes en tareas que impliquen la multiplicación de un número natural por un racional. La investigación se centra en el fenómeno natural number bias estudiado por diversos autores. Este fenómeno explica que las dificultades surgen de la aplicación inadecuada de propiedades de los números naturales a los números racionales, por ejemplo, para comparar 3/5 y 4/9 las y los estudiantes consideran que 4/9 es mayor por tener el numerador y denominador mayor. Si se trata de comparar números decimales considerar que entre 0,7 y 0,8 no hay ningún número debido a que entre 7 y 8 no hay ningún natural o considerar que 3,345 es mayor a 3,89 debido a que 345 es mayor a 89.

Justamente uno de los resultados relevantes de la investigación realizada, destaca que hay un alto porcentaje de estudiantes que consideran al producto de la multiplicación como un número mayor, como ocurre en los naturales. La aprehensión de los números racionales se entiende como un proceso de noesis, relativo a la discriminación de la diferencia entre un número natural y un número racional, situación que por los resultados obtenidos no se evidencia en un grupo de estudiantes. En relación con la teoría de las representaciones semióticas las y los estudiantes realizan tratamientos inconsistentes con el objeto matemático presentado.

3.1.3. Ecuaciones

Las ecuaciones figuran como contenidos en los programas de educación secundaria en la Argentina. Se esperaría que ingresantes hayan tenido en alguna oportunidad contacto con este tema, y quizás, hayan logrado la conceptualización, sin embargo, persistirían ciertos errores en los ingresos a las universidades y en el tiempo. No profundizaremos en las causas ya que no es el objetivo de nuestro trabajo. Como antecedentes podemos citar el estudio de errores y dificultades en matemática realizado en la Universidad Nacional de Villa María por Abrate, Pochulu y Vargas (2006), el mismo señala que un error frecuente deviene de interferencias o asociaciones incorrectas realizada por estudiantes, las que originan nuevas “reglas” de transposición de términos a partir de las que conocían. Las y los estudiantes tienden a recordar de memoria ciertas reglas como: “lo que está multiplicando pasa dividiendo”, “lo que está sumando pasa restando”, “la potencia pasa como raíz”, etc. Por supuesto estas reglas nemotécnicas operan de obstáculos al generalizarlas a todas las ecuaciones que se les presentan. Uno de los errores más comunes que generan es no respetar la jerarquía de las operaciones. Hay cierta predilección por el procedimiento de despeje en contraposición al de realizar operaciones, miembro a miembro en igualdades, que permiten obtener ecuaciones equivalentes.

Por otro lado, se remarcan falencias en la comprensión de los conceptos de variable, ecuación y solución. Con respecto al concepto de variable Booth (1984) expresa que hay una tendencia en los alumnos a interpretar las letras como objetos en sí mismos. El autor señala que cuando la variable es interpretada como incógnita, es asumida como un valor desconocido y no como un rango de valores de variación. También señala otras interpretaciones que dan las y los estudiantes: “diferentes letras representan diferentes números”, “una misma letra representa siempre el mismo valor”, “las letras que en el alfabeto están después representan números mayores”.

Otra dificultad que se aprecia en la resolución de ecuaciones es el proceso de conversión al lenguaje simbólico. El proceso de transición de la aritmética al álgebra trae consigo muchas dificultades para los estudiantes, pues son varios los años de trabajo con símbolos numéricos para superar dificultades, asimilar y aplicar correctamente las propiedades de las operaciones. (Valdez y García, 2022).

La adquisición del lenguaje algebraico requiere del dominio de muchos objetos matemáticos previos, como, por ejemplo; proporcionalidad, fracciones, números negativos, porcentajes, áreas, entre otros. No se trata de una simple traducción. Una posible explicación a este hecho es señalada en Abrate, Pochulu y Vargas (2006),

> (…) creemos que en el Nivel Medio las ecuaciones adquieren un papel más destacado como técnica algorítmica que como una herramienta para resolver problemas, lo que se puso en evidencia, inclusive, a través del elevado porcentaje de alumnos que no lograron traducir a un lenguaje matemático las expresiones formuladas en lenguaje natural. Esta dificultad, derivada, entre otras causas, de un énfasis en la enseñanza descontextualizada del Álgebra. (p.117).

En la misma línea de este pensamiento podemos citar a Papini (2003). La autora señala que las dificultades en el aprendizaje del álgebra tienen que ver con características propias de este conocimiento o con una necesidad de ruptura de conocimientos algebraicos respecto de los aritméticos, pero también con fenómenos de tipos didácticos por promover mayor énfasis en las clases por la mecanización, en desmedro del uso modelizador de estas herramientas. Justamente es este mecanicismo que autores como Carnelli (2014) detectan en gran parte de los ingresos a las universidades nacionales. La adquisición de dicho concepto pudo haber sido abordada desde distintos procesos de enseñanza-aprendizaje por las y los ingresantes.

En Del puerto, Minnaard, Seminara (2006) se realiza un estudio de errores en alumnos de 2° año del nivel medio, 2° año de nivel terciario y 1° año de nivel universitario de distintas instituciones de Buenos Aires, en el mismo se utiliza una categorización de errores de Radaltz (1979) y citada por Rico (1995). Describimos una categoría, que nos resulta de interés, tal cual lo hacen las autoras:

> Errores debido a un aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conceptos previos: son los cometidos por deficiencias en el manejo de algoritmos, hechos básicos, procedimientos, símbolos y conceptos matemáticos (p.4)

Un hecho significativo que observan las autoras, es que en esta categoría se produce la mayor discrepancia entre los tres niveles educativos estudiados, con un porcentaje de errores bastante superior en los estudiantes universitarios con respecto a los demás niveles. Una posible explicación de este hecho es la variedad de conceptos diferentes puestos en juego por las y los estudiantes al contar con un bagaje más amplio de conocimientos (Del Puerto, Minnard, Seminara, 2006). Reiterando los aportes de Papini (2003) dichos errores también podrían estar relacionados con el aprendizaje mecanicista. En estos aprendizajes prevalece la necesidad de repetir procedimientos y algoritmos en contenidos nuevos, como por ejemplo las mencionadas reglas del pasaje estudiadas por repetición nemotécnica.

La adquisición del dominio algebraico estaría relacionado a una dicotomía, por un lado, el álgebra tiene su punto de apoyo en la aritmética, y por el otro, requiere de una ruptura de esta última para su dominio. Es así que observamos como alumnos suelen forzar un resultado numérico de ecuaciones con infinitas soluciones o sin solución, tomando como resultado un número de la identidad o falsa identidad obtenida, por ejemplo; en una ecuación en la cual la expresión final es $5 = 5$, tomar como resultado $x = 5$, y si la expresión final es por ejemplo, $5 = 7$, establecer como solución el 5 o el 7.

Otra dificultad que se aprecia en estudiantes, es la negación de la solución negativa, al respecto, Gallardo (2002) nos señala la importancia que las y los estudiantes hayan realizado con éxito la extensión de los naturales a los enteros para evitar o disminuir este tipo de dificultad.

El instrumento de evaluación utilizado incorpora rúbricas de corrección, es necesario enmarcar el tipo de evaluación utilizada para su posterior análisis. Por esta razón, se realiza un recorrido sobre investigaciones realizadas por especialistas sobre la importancia de la evaluación formativa y específicamente sobre sus características.

3.2. Evaluación con rúbricas de corrección

Álvarez Méndez (2001) define a la evaluación como una actividad crítica de aprendizaje, en sus palabras el alumno aprende de y a partir de la propia evaluación y de la corrección. Consideramos de esta forma como una unidad la propuesta de enseñanza y evaluación, en diferenciación de una evaluación sumativa y con el único objetivo de calificar, en efecto, la evaluación formativa es el proceso que se centra en el proceso real efectivo, en tanto, la evaluación sumativa se centra en el producto final (Scriven, 1967).

Actualmente el acceso a la información es masivo mundialmente, conocimientos de toda índole se encuentran al alcance de la mano. Existen diferentes recursos para acceder al conocimiento, diferentes aplicaciones de celulares contribuyen a facilitar el dominio de muchos saberes, el docente podría tener la posibilidad de potenciar estos recursos, y si quisiera, reformular su rol. No sé encargaría únicamente de brindar clases magistrales, sino también de otorgar un lugar al protagonismo del alumno en su aprendizaje. Una herramienta posible para contribuir en ello sería implementando una evaluación formativa. Esto permitiría a estudiantes mejorar su autorregulación del aprendizaje y a docentes obtener información relevante sobre las trayectorias de sus estudiantes. Autores como Brown (2006) replantean la función docente en un cambio de roles.

> Nuestro modo de evaluar a los alumnos en Educación Superior tiene tal impacto en el aprendizaje de los alumnos, que necesitamos repensar todo el proceso de programación y diseño del currículum y traer la evaluación al primer plano. Nuestros roles en cuanto profesores deben cambiar radicalmente de manera que podamos concentrar nuestro tiempo y energías más en la evaluación formativa y en proporcionar feedback a nuestros alumnos que en explicarles la materia, ya que los alumnos tienen fácil acceso a muchas fuentes de información (Brown, 2006).

Haciendo referencia al impacto de la evaluación en nuestros alumnos la aprobación tiende a ser percibida como el resultado académico central (Ezcurra, 2005), los alumnos entienden la desaprobación como fracaso y no como un modo de aprendizaje, las consecuencias podrían ser graves, en efecto, la reprobación reiterada al comienzo, es un factor de abandono (Amago, 2006). La fuerte connotación que trae aparejada la reprobación no se desprende exclusivamente de los alumnos, sino del propio sistema, lo que incluye instituciones y prácticas educativas. En efecto, en los ámbitos escolarizados la evaluación de los aprendizajes usualmente se equipara con acreditación y, por lo tanto, equivale a calificación (Palou de Maté, 1998). En Ezcurra (2011) se menciona como un condicionante básico para el éxito o fracaso académico a la capacidad de los alumnos para reconocer y responder a los parámetros que los docentes utilizan para evaluar, y se explica que dicha capacidad es una forma de capital cultural, desigualmente distribuido según a la clase social. El capital cultural también abarca la imagen sobre el capital cultural del que se dispone (Perrenoud, 1995), en efecto, alumnos de primera generación, de entornos desfavorecidos, usualmente poseen poca confianza en sí mismos, en sus aptitudes académicas (Ezcurra, 2011).

Del Puerto y Seminara (2011) analizan una experiencia evaluativa en un curso de Álgebra y Geometría Analítica, de primer año de las carreras de ingeniería de la Universidad Tecnológica Nacional de la República Argentina, la misma consiste en una evaluación formativa periódica y una evaluación sumativa, enriquecida en el trabajo áulico con el objetivo de buscar información relevante de realimentación de procesos enseñanza aprendizaje. Los autores señalan que existe la creencia de los docentes de los niveles superiores, que la evaluación formativa puede ser soslayada sin perjudicar la calidad educativa, se da por sentado que los alumnos poseen cierta autonomía para regular sus aprendizajes y que la misión del docente es sólo proveer información disciplinar, por lo general de manera expositiva para luego certificar los saberes mediante una evaluación tradicional, rutinaria y mecanizada. En esta misma línea encontramos los estudios de Carnelli (2014) sobre la matemática en los ingresos de Universidades Argentinas.

Del Puerto y Seminara (2011) toman como fundamento de su investigación una sugerencia significativa, formulada por Morales Vallejo (2010), el cual señala:

> El carácter formativo de la evaluación sumativa habitual dependerá del feedback o información de retorno que demos a nuestros alumnos, como corregimos y comunicamos resultados, etc. […] si nos proponemos, toda evaluación sumativa puede (y ciertamente debería) ser también formativa.

En relación a este concepto se introduce en la propuesta la utilización de rúbricas de corrección o claves de corrección, como proceso de feedback para los alumnos y docentes. Una rúbrica es, un registro evaluativo que posee ciertos criterios o dimensiones a evaluar y lo hace siguiendo niveles o gradaciones de calidad y tipificando los estándares de desempeño (Cano, 2015). En Jirón, Aragones y Vega (2018) se señala:

> (…) se asimila a una matriz de valoración que incorpora en un eje los criterios de ejecución de una tarea y en el otro eje una escala y cuyas casillas interiores están repletas de texto (no en blanco, como sucede con las escalas para que el evaluador señale el grado de adquisición de cada criterio). En cada casilla de la rúbrica se describe qué tipo de ejecución sería merecedora de ese grado de la escala (p.4)

En función de la retroalimentación, se trata de dar a los estudiantes información a tiempo acerca de su desempeño y también de proporcionar orientaciones sobre cómo mejorarlo (Cols, 2008), según la autora, contribuye a mejorar la metacognición, la que refiere a la capacidad para pensar acerca del propio aprendizaje. Esta capacidad debería trabajarse y desarrollarse en los primeros años. Son las y los docentes, en ese contacto estrecho con estudiantes, los primeros que perciben si está presente. Es necesario preguntarnos qué ofrecemos a los estudiantes para que den cuenta de su aprendizaje, de ahí que la función de los profesores sea decisiva; por ejemplo, armar experiencias que prueben a los estudiantes que sí pueden, brindar retroalimentación significativa y trabajar con aquellos que requieren apoyo adicional (Ezcurra, 2011).

En Cano (2015) se realiza un análisis de las ventajas y desventajas de la utilización de rúbricas, dentro de las razones en contra se clasifican las siguientes:

a) Porque no todo se puede encapsular.
b) Porque hacer una buena rúbrica es difícil.
c) Porque hacerla para una actividad es un coste excesivo en términos de tiempo.
d) Porque se hace para los alumnos y no con los alumnos.
e) Porque para su misma finalidad, existen alternativas eficaces.

Dentro de las razones a favor, la autora señala las siguientes:

a) Por su valor formativo (versus sumativo) y formador.
b) Por la posibilidad de guiar un proceso (versus valorar un producto).
c) Por el valor de construirla (versus consumirla).
d) Por el valor de la rúbrica de titulación (versus la rúbrica de asignatura).
e) Por la existencia de algunos ejemplos valiosos (versus la necesidad de construirlas).

Cano (2015) señala que diversos autores coinciden en la necesidad de ampliar la investigación acerca de las rúbricas, y a la vez, alertan sobre limitaciones de las investigaciones realizadas debido a la diversidad de factores que confluyen en una evaluación. Por otro lado, hay coincidencia en la utilización de las rúbricas para el aprendizaje y la autorregulación, estudios como los de Panadero, Alonso Tapia y Huertas (2012) y Panadero y Jonsson (2013) lo demuestran. Es importante resaltar la pertinencia de su utilización en las primeras evaluaciones en poblaciones donde la amplia mayoría son primera generación de universitarias y universitarios. Bajo esta perspectiva, sus primeras experiencias también estarían centradas en cómo aprender y autorregular el aprendizaje. Contribuyendo a mejorar en las y los estudiantes su capacidad autónoma en materias futuras.

En Vázquez (2022) se sugiere la utilización de rúbricas para que la evaluación sea justa y acertada, considerándolas como un instrumento acorde a la visión de competencia de la educación superior. La autora señala que la aplicación de rúbricas en un proceso evaluativo presenta los siguientes beneficios para docentes y estudiantes:

- Permite una calificación transparente.
- Muestra a los estudiantes los diferentes niveles de logro que puedan alcanzar.
- Otorga un marco de autoevaluación, reflexión y revisión.
- Posibilita a los docentes una evaluación objetiva, justa e imparcial de los trabajos de los estudiantes. (p. 159)

En Saavedra, Cádenas, Orihuela, Mejía y Rivera (2022) se analiza la influencia de la aplicación de la rúbrica en el logro de las competencias de estudiantes de las áreas tecnológicas en el proceso de producción como bienes y servicios. Las autoras mostraron que los contenidos conceptuales y procedimentales mejoraron significativamente utilizando la rúbrica como instrumento de evaluación.

En Peralta y Menzala (2021) se realiza una revisión de bibliográfica científica entre el período 2017- 2020 relacionada a la utilización de la rúbrica como instrumento de evaluación en la educación superior. Destacamos las siguientes citas de las autoras:

> La mayor fortaleza de las rúbricas radica en el establecimiento de criterios de evaluación definidos en diferentes niveles con descripciones cualitativas, complementada con el uso formativo de las mismas, lo cual otorga transparencia no solo a la evaluación, sino también beneficia a quienes la usan en la comprensión de los objetivos de aprendizaje, otra característica es la validez y fiabilidad del instrumento, aspecto de suma importancia, también para otros sistemas alternativos (Alcón y Menéndez, 2018) (p.1029)

> Según Menéndez et al. (2017) existe ausencia de estudios que contengan diseños metodológicos con consistencia, que señalan la fiabilidad y validez de las rúbricas, así también, el autor manifiesta la falta de estructura y contenido en las publicaciones. Así mismo, Dorantes y Tobón (2017) refieren que las viejas técnicas o estrategias de evaluación, son consideradas demasiado rígidas y poco pertinentes. (p. 1029)

3.3. Conclusiones del marco teórico

Los estudios descriptos nos permiten ampliar la mirada sobre los pasos a seguir en nuestro análisis, reconocer cuáles son las dificultades históricas que surgen en los procesos de enseñanza de los objetos matemáticos involucrados, nos permitiría observar si los alumnos ingresantes a los estudios superiores conviven con las dificultades planteadas en las referencias citadas, o en todo caso, si surgen otras. Por otro lado, nos ayuda a conceptualizar sobre la información que podemos obtener del instrumento de evaluación.

Un punto a destacar, es el escaso lugar que tiene la evaluación formativa en los estudios superiores. El instrumento de evaluación planteado debería aportar información a tiempo a docentes y estudiantes, para permitir reformular el proceso de enseñanza sí se requiriese, ya sea el tipo de intervenciones y/o material didáctico. Recordemos que el CPU no culmina con la evaluación si las y los estudiantes no logran alcanzar los objetivos, sino que tiene una continuidad pedagógica con un taller complementario, para regresar sobre las dificultades que puedan surgir en las diferentes trayectorias educativas.

El marco teórico nos direcciona a realizar un análisis cualitativo del material didáctico y evaluativo, será necesario observar si existe una coherencia interna entre la teoría desarrollada y dichos instrumentos.

Capítulo 4: Material Didáctico

En el presente capítulo se realiza una descripción analítica del material didáctico utilizado, desde su confección e implementación hasta su desarrollo clase a clase. Se pretende describir, las potenciales intervenciones docentes que podrían surgir y el sentido atribuido a las actividades propuestas por los autores.

4.1. Origen e implementación del Material Didáctico

El Curso de Preparación Universitaria (CPU) es destinado a la totalidad de ingresantes, salvo las exceptuadas y los exceptuados. Se divide en comisiones de entre 30 y 40 estudiantes cada una. Las y los docentes tienen a cargo de 1 a 4 comisiones de acuerdo con su dedicación. La totalidad de ingresantes que realizaron el CPU del año 2019 fue de 6450 alumnas y alumnos y se organizaron en 168 comisiones divididas en los tres turnos. Las clases desarrolladas fueron de dos horas, dos veces por semana.

El material es distribuido en cuadernillos en formato papel y también en digital, según sea la necesidad de cada estudiante. Las áreas que involucra el cuadernillo son tres: Taller de Vida Universitaria, Lengua y Matemática.

El material pedagógico de matemática fue desarrollado y organizado por coordinadoras y coordinadores de matemática del IEI de la UNAJ. Las unidades intervinientes son: Conjuntos numéricos y expresiones algebraicas. Tanto la unidad didáctica como la evaluación por rúbricas se facilitan en los anexos (Apéndices B, C y D). Las y los docentes encargados de dar clases en el CPU se citaron a reuniones previas, destinadas organizar y planificar el trabajo en el aula donde se explicitó cuáles son los objetivos del trabajo. El material fue proporcionado previamente a las reuniones para que realicen una primera observación por si surgían interrogantes. Se les brindó también, el cronograma de implementación y sugerencias de recorrido por clase, en los mismos, se señalan posibles intervenciones docentes a modo de sugerencia para orientar hacia un mejor aprovechamiento de las clases y del material didáctico. A su vez, se les informó sobre el instrumento de evaluación a implementar, explicándoles como fue diseñado y en que consiste la evaluación por rúbricas. Se remarcó la importancia de comunicar a las y los ingresantes durante la primera clase, como serán evaluados. Asimismo, se resaltó el carácter central que tiene la devolución individual de la evaluación y se promovió generar un intercambio donde las y los docentes puedan escuchar o brindar sugerencias sobre posibles intervenciones. Recordemos que al ser tan disímiles las formaciones de docentes, podrían coexistir diferentes posturas y abordajes de mismos contenidos. Por otro lado, al ser un tiempo acotado, se establecieron formas y vías de comunicación en un formato de cadena entre coordinadores y docentes.

El tiempo de implementación del material es de tres semanas, dos clases por semana durante las dos primeras semanas. La cuarta clase de estas dos semanas se utilizará como repaso e integración de los contenidos. Se destina a trabajar sobre las situaciones problemáticas brindadas en el epílogo y como consulta. Durante la primera clase de la tercera semana se realizará el examen y la clase siguiente la devolución personal a cada alumna y alumno.

4.2. Descripción del material didáctico

En líneas generales el material es estructurado con una lógica similar: un texto de apertura relacionado con la temática a trabajar. Siempre se propone que los alumnos realicen la lectura de los textos con los que se trabajará previo a la clase. A continuación, se realizarán una serie de actividades y problemas para resolver y discutir colectivamente. En una primera observación se evidencia el trabajo activo que deberá realizar el docente durante la clase, no sigue una secuencia tradicional, de entrada “rompe” con el esquema de la clase magistral e invita al docente a pensar alternativas de vinculación y a trabajar sobre el emergente de la clase que pueda surgir de representaciones previas que las y los estudiantes tengan de los objetos de estudio. Entre los objetivos que se plantean los autores en el programa (Apéndice A) figuran:

Que los alumnos:

- Realicen una traducción de un escenario del mundo real al área de la matemática.
- Interpreten información matemática en textos de diversas características, pudiendo argumentar sobre el sentido de los mismos.
- Identifiquen las variables matemáticas que intervienen en un problema y sus limitaciones.

- Apliquen conceptos, datos y/o procedimientos matemáticos para resolver problemas.
- Reflexionen críticamente sobre los resultados obtenidos en la resolución de un problema (Bifano, Lupinacci, Putica Sinatra, Ribas, 2019).

Se destaca que el primer objetivo sea la realización de una conversión entre dos registros, se deberá realizar sobre un problema contextualizado, situación que acerca a las y los estudiantes acontecimientos de la vida real que podrían facilitar la elección de registros, vinculando saberes matemáticos ya adquiridos con la situación planteada, ésto proporcionaría un sentido a la representación semiótica empleada.

4.2.1. Presentación

Las primeras palabras de la presentación del material invitan al estudiante a reflexionar sobre la matemática en el ingreso, el por qué de ella y a su vez, busca cuestionar una creencia socialmente aceptada por muchas y muchos, que asocia el conocimiento matemático a la inteligencia de la persona. Se intenta movilizar y motivar a las y los estudiantes. Ya en la presentación se observa una forma de esclarecer los criterios que utilizarán las y los docentes para la corrección y calificación del examen, en palabras de los autores:

> …nos proponemos que cada uno de las/os destinatarias/os de este material tenga, al momento de enfrentarse con lo hecho, la claridad y la certeza de que se han apropiado de determinados aspectos, así como de los que necesitan seguir revisando en sus futuros trayectos formativos. (Bifano y Lupinacci, 2019, p.2)

Se busca disminuir la fuerte connotación que trae aparejada la reprobación, se intenta no transmitir a la reprobación como un fracaso, en todo caso, invitar a revisar los aspectos que no han quedado claros, continuando con ellos. Se centra la atención en el aprendizaje de los alumnos y se sitúa a la evaluación como uno modo de aprendizaje y no como el resultado académico central. Estos aspectos son conversados en reuniones previas con los docentes y deberán ser abordados por intervenciones docentes durante las clases.

4.2.2. Clase I

Se inicia la clase I con la lectura, o relectura, de un texto de divulgación matemática, la misma es una adaptación del texto, ¿Qué es la matemática? de Adrián Paenza publicado en el diario Página12 (2006) (Apéndice B). Se deja abierta la posibilidad que lo lean individualmente y luego realizar una lectura grupal, el texto actuaría de disparador para comenzar a trabajar la actividad 1 referida a conjuntos numéricos.

1. Adrián Paenza propone en este texto, un breve recorrido histórico que toma en cuenta hitos en la matemática desde sus inicios hasta la actualidad.

   Los siguientes, son problemas que les proponemos para seguir pensando lo que leímos en el texto anterior.

   En pequeños grupos respondan:

   ¿Cuáles son los conjuntos numéricos que nombra Paenza en el texto? ¿Ustedes utilizan esos conjuntos numéricos? ¿Dónde? Escriban algunos ejemplos.

2. Distintas civilizaciones han utilizado a lo largo de la historia diversas formas de escribir los números (por ejemplo, los números romanos que utilizaron letras tales como IV o X; el sistema mixto babilónico que combina símbolos en base 10 y base 60, etc.). Las reglas que regulan la escritura constituyen la esencia de cada sistema de numeración: cantidad de símbolos, las repeticiones posibles, los agrupamientos, etc. El que nosotros usamos para contar, para pesar, para medir longitudes, entre otras cosas se llama Sistema Decimal. Describan todas las características que conozcan sobre él. ¿Cómo funciona?

3. El autor afirma que un número racional es el cociente de dos números enteros. Este cociente se puede escribir de formas distintas. Escriban por lo menos tres de esas formas (el texto les da pistas para eso).

4. Podemos escribir un número racional con una fracción. ¿Hay alguna que cumpla con cada una de las condiciones que se piden a continuación? En cada caso ¿es la respuesta hallada la única posible?

   a) Una fracción que sea mayor al entero:
   b) Una fracción que sea la mitad del entero:
   c) Una fracción que sea la mitad del entero con denominador 8:
   d) Una fracción que sea la quinta parte de un entero:
   e) Una fracción que sea la quinta parte de un entero con denominador 15.
   f) Una fracción que sea la cuarta parte de un entero con denominador 12.

El texto es una adaptación de un artículo de divulgación, motivo por el cual, podríamos presumir que sea accesible y comprensible. Es posible que sirva para recuperar los conocimientos que traen las y los estudiantes sobre el sistema decimal y los conjuntos numéricos, más específicamente, sobre números enteros y racionales. Desde los recorridos se propone trabajar en grupos reducidos las primeras actividades. No son extensas por lo que es aceptable generar el intercambio entre pares y con el docente, se busca arribar a una puesta en común. El material propuesto permite cierta flexibilidad, volver sobre el texto leído, interactuar, justificar, validar, exponer, conjeturar, debatir, todas actividades ligadas al pensamiento matemático. Es una buena actividad para generar vínculos entre pares y/o entre docente y estudiantes, generando diferentes representaciones que deberían ser abordadas en la clase. La interacción facilitaría al docente un diagnóstico inicial sobre saberes previos y a los ingresantes para recordar ciertos conceptos y observar cómo en ocasiones cotidianas, suelen aplicar ciertos objetos matemáticos. Luego de la puesta en común y del intercambio de la producción de los pequeños grupos de trabajo se sugiere al docente definir juntamente con los alumnos los diferentes conjuntos numéricos.

La actividad 2 podría ser útil para generar una indagación sobre nuestro sistema de numeración decimal, cuáles son sus características y cómo funciona. Esta actividad le permitiría al docente realizar un intercambio breve con alumnas y alumnos sobre diferentes sistemas de numeración que conozcan. El intercambio podría orientarse para arribar a deducciones sobre que nuestro sistema de numeración es posicional en contraposición de otro que surja del intercambio. Se abre la oportunidad de recuperar o resignificarlos saberes que las y los estudiantes tienen sobre nuestro sistema de numeración.

En la actividad 3 surge como objeto matemático de estudio la fracción, se comienza a trabajar con la definición dada en el texto sobre número racional. Recordemos que en Fandiño (2009), se describen todos los significados de número fraccionario que aparecen en la bibliografía del tema hasta el momento de su publicación. En el texto solo se menciona uno de ellos, la fracción como cociente de números enteros, se trataría del registro semiótico lenguaje aritmético. Se permite en la actividad que las y los estudiantes obtengan diferentes representaciones dentro de ese registro, luego en las actividades siguientes se estudiarán otras representaciones. Es necesario aclarar que debido al tiempo y a una presentación ordenada del tema sería dificultoso abordar los diferentes registros y representaciones existentes sobre números fraccionarios, esto requeriría un trabajo áulico más extenso. Con la elección de un único significado para la “fracción” no se logra la conceptualización en la totalidad de sus múltiples aspectos (Fandiño, 2009). La conceptualización se da cuando las y los estudiantes eligen un registro apropiado para representar las características distintivas del objeto matemático, pudiendo cambiar diferentes registros semióticos a través de transformaciones de tratamiento y conversión, para luego, trasladarlos a problemas nuevos que involucren al objeto en cuestión. Deberíamos preguntarnos si la mayoría de nuestros alumnos tienen una conceptualización o solo una representación semiótica aislada que en alguna oportunidad le dio resultados positivos. Es una actividad que permitiría al docente generar un debate sobre diferentes representaciones semióticas de la fracción, a partir del conocimiento previo de los alumnos, la fracción como medida, como parte, como número racional, es de destacar que, en los recorridos, los autores orientan a los docentes sobre este tipo de intervenciones.

En la actividad 4 se pide escribir la fracción correspondiente dada una condición en el registro del lenguaje común, será necesario realizar una transformación de conversión. El objetivo es escribir una fracción, esto significa cambiar de registro a uno aritmético en alguna de sus representaciones posibles.

Es imprescindible que distingan elementos fundamentales del objeto, si no existiera un concepto formado sobre estos elementos no se podría realizar tal transformación. Por ejemplo, en ítem d) se pide escribir una fracción que sea la quinta parte de un entero, si no se tiene la conceptualización de partes, de división por 5, de denominador de la fracción, aparecerán dificultades. Deberán relacionar estos conceptos para lograr una transformación correcta, pero estos vienen muy ligados a problemas de la vida real, es muy probable que alumnas y alumnos del ingreso hayan trabajado previamente con este concepto. Podría tratarse de una actividad acorde para trabajar en grupos reducidos, permitiría luego de unos minutos de trabajo, que las y los alumnos socialicen sus respuestas de forma oral o escrita y al docente trabajar sobre las producciones individuales y grupales. Las orientaciones en los recorridos van en ese sentido, si bien la actividad tendría como objetivo la comparación y el orden de las fracciones, se abre una perspectiva de formalizar el concepto de fracción equivalente. Regresando sobre ideas de Fandiño (2009), es necesario siempre ofrecer actividades donde intervengan los diferentes registros semióticos. En relación a esta idea, cobraría importancia tener un material didáctico que permita amplitud en la intervención docente, para generar representaciones mucho más valiosas. En caso que las representaciones no surjan por las y los estudiantes, la intervención docente debería focalizarse en esa dirección.

4.2.3. Clase II

Durante la primera parte de la clase II se trabajará en las actividades de la 5 a la 8. Estas son:

5. Escriban números que sean menores y mayores que cada uno de los que aparecen a continuación.

a) 5
b) 0
c) 0,2
d) -2
e) 1/3

¿Están de acuerdo en afirmar que hay muchas respuestas posibles para cada uno de los ejemplos? ¿Qué propiedad de los números racionales les permite responder?

6. El texto relata que los matemáticos griegos se preocuparon por el estudio de la geometría durante el período que abarcó desde los 500 años antes de Cristo hasta los 300 después de Cristo ¿cuántos años dedicaron a esta tarea? ¿Es la respuesta hallada la única posible? Expliquen su respuesta.

7. Ordenen cronológicamente los siguientes sucesos:

Guerra del Peloponeso 431 a.C
Revolución de Mayo 1810 d.C
Llegada de los españoles a América 1492 d.C
Comienzo de la construcción de la gran Muralla China 214 a.C
¿Qué criterios utilizaron para hacerlo?

8.Fernando, Leo y Paula salieron a bailar. Al volver tomaron el colectivo. Con su tarjeta SUBE Leo pagó el pasaje de los tres. Los boletos de Fernando y Paula costaron $13 cada uno y el de Leo, $18,60.

a) Si Leo tenía en la SUBE un saldo de $22, ¿con cuánto saldo quedó luego de pagar su boleto y el de sus amigos?
b) ¿Cuánto dinero debería cargar para quedar con un saldo de $150?

En la actividad 5 se pide que escriban números mayores y menores a los dados en forma decimal y fraccionaria. Se propone abordar al menos en una primera aproximación, que las y los estudiantes razonen sobre la densidad del conjunto de números racionales, a través de la contrastación de las diferentes producciones que puedan surgir. Nuevamente nos encontramos con una actividad que requiere la intervención docente como guía para lograr su objetivo, sería muy ambicioso pensar que las y los estudiantes puedan adquirir la conceptualización de la densidad de los números racionales sin una guía que logre facilitar el intercambio, y solo con esta actividad. Las orientaciones están dirigidas a caracterizar la propiedad de densidad como un rasgo distintivo del conjunto de los racionales, en comparación con los enteros.

En las actividades 6 y 7 se cambia el objeto de estudio, se introducen los números enteros, se plantea un modelo cronológico en ambas actividades, se ofrece un problema contextualizado, basado en hechos históricos. Se pide elaborar una línea de tiempo y se realizan preguntas sobre la misma. Durante la escolaridad previa, las y los estudiantes posiblemente realizaron algún tipo de representación perteneciente a alguno de los modelos de enseñanza de números enteros establecidos por Cid (2002), “modelo de desplazamiento” y “modelo de neutralización”.

El modelo de representación más acorde con la actividad 6 corresponde a uno de desplazamiento. La actividad ofrece la posibilidad que aparezcan diferentes estrategias de resolución, desde rectas numéricas hasta cálculos. La orientación brindada en los recorridos señala trabajar con las diferentes producciones que surjan en la clase. El nivel de abstracción o de conceptualización de las y los estudiantes se podrá observar de los registros y transformaciones que realicen. Si una producción solo argumenta su respuesta por la representación en la recta, sería un recurso válido, pero dejaría en evidencia un bajo nivel de abstracción, podríamos situarlo en proceso de construcción. En la actividad 6 será necesario realizar una transformación para elegir la representación semiótica adecuada, podría tratarse de una conversión a un cálculo aritmético o utilizar un modelo de recta para hallar la diferencia. La consigna permite que las y los estudiantes decidan el mejor registro para ellos. Por otro lado, para argumentar la respuesta será necesario haber adquirido el concepto de aproximación.

En la actividad 7 se pide ordenar cronológicamente ciertos hechos históricos, es una actividad que induce a pensar en una representación semiótica de la recta. El objeto de estudio es el orden en los números enteros, será necesario tener conceptualizado el hecho del cero como punto de referencia y asumir al valor como el nacimiento de Cristo. Posibilitaría al docente generar preguntas para que las y los estudiantes realicen tratamientos en sus representaciones, como por ejemplo tiempos transcurridos entre dos hechos cualesquiera.

Resumiendo, en la actividad 6 se pide una conversión a una representación adecuada y en la actividad 7 se induce a utilizar una representación como la recta, para estudiar el orden y posibilitar realizar tratamientos para dominar las operaciones aditivas entre enteros.

En la actividad 8 se trabaja específicamente con cantidades negativas que surgen de un problema sobre la vida cotidiana, referido a la tarjeta de transporte SUBE. Se esperaría que los alumnos tengan un grado de participación más activo debido a su familiaridad con la misma. En las orientaciones a los docentes se sugiere en todo momento generar el debate entre pares e incentivar el trabajo grupal. En caso de no ofrecer sus producciones por alguna razón, sugerir trabajar con sus producciones anónimamente respetando su negación a exponer, pero dando identidad al trabajo intelectual realizado.

Las intervenciones concernientes sobre estos problemas deberían estar dirigidas a promover el trabajo de grupos de alumnas y alumnos con inseguridad para participar. No se analizará si se trata de estudiantes en desventaja, ya sea por su capital cultural individual u otros factores que sean un condicionante decisivo en el abandono o permanencia en los estudios. Se trata de ofrecer situaciones reales que permitan un acercamiento entre los conceptos que poseen y el objeto de estudio, podría ser propicio para generar confianza en sí mismo.

Durante la segunda parte de la clase II se propone comenzar con la lectura de la sección, “Algunos números de nuestra universidad”. La actividad describe información de interés para los ingresantes que suelen desconocer, es una actividad que podría ser movilizadora en cuanto a que se encarga de poner a las y los estudiantes en contexto. En la misma, se hace referencia al crecimiento de su matrícula desde el año 2011 hasta el año 2016, la distribución de las y los estudiantes regulares por carrera a la fecha y el crecimiento de los planteles docentes y no docentes a diciembre del año 2015. El texto es una adaptación de la “Primera Autoevaluación Institucional 2010-2015”. Se continúa trabajando con números racionales, esta vez, desde otras representaciones establecidas por Fandiño (2009), la fracción como relación (razón) y la fracción como porcentaje. A continuación, transcribimos la actividad 1.

Actividad 1:

Respondan las siguientes preguntas cuyas respuestas surgen de la información leída en el texto.

1. En el texto se afirma que en el sistema de las universidades públicas existe una relación de 29 estudiantes por cada trabajador no docente.

a) ¿Qué valores numéricos se usaron para hallar esa relación? ¿Qué cálculo/cálculos matemáticos permiten obtenerla?

b) Calculen la relación de estudiantes por cada trabajador/a no docente en la UNAJ para el año 2015.

c) Comparen la relación calculada para nuestra universidad con la relación existente en el sistema universitario. ¿A qué conclusiones pueden arribar?

d) Afirmamos que una universidad diferente de la UNAJ tiene una relación de 42,3 estudiantes por cada trabajador/a no docente. ¿Consideran adecuado presentar así la información? Si están de acuerdo expliquen por qué. Si no están de acuerdo propongan otra forma de presentar el dato.

La actividad propone específicamente adentrarse en el cálculo y el análisis de razones y proporciones. Desde las orientaciones se sugiere a los docentes tratar de generar la discusión, acerca de la identificación de los datos para la obtención de los valores indicados y/o requeridos. En tal sentido, algunos de los valores no están indicados en el texto de forma numérica: se apunta en este caso a definirlos de forma categórica, como por ejemplo la cantidad de estudiantes del sistema universitario argentino y la cantidad de trabajadores no docentes del sistema.

En el ítem “b” se pide la relación que existe entre la cantidad de estudiantes en relación a trabajadoras/es no docentes. Hay que tener en cuenta que la información que se brinda es en relación a la cantidad de ingresantes y no al número efectivo de estudiantes en la universidad. Este ítem permite observar un déficit de trabajadores en la Universidad en ese momento, está reflexión se espera que surja en el ítem “c”. En parte se intentaría mostrar con una simple razón matemática un problema contextualizado que atraviesa la vida de todos los actores intervinientes, pudiendo ser útil en concientizar sobre la importancia de una buena lectura de los datos y el sentido numérico dado al momento de argumentar.

En el ítem “b” se propone analizar la información de valores numéricos cuando estos se refieren a variables discretas. El problema permitiría reflexionar sobre una comunicación matemática adecuada. En el caso de la relación planteada expresada en términos de personas, se buscaría promover la información en números enteros, ya sea mediante el redondeo (42 estudiantes por cada trabajador no docente) o expresando la relación en otras cantidades (423 estudiantes por cada 10 trabajadores no docentes).

A continuación, transcribimos la actividad 2.

Actividad 2:

En el texto, la distribución de estudiantes en algunas carreras de nuestra universidad se presenta escrita con porcentajes.

a) ¿Cómo definen un porcentaje? ¿En qué ocasiones los utilizan?

b) En el texto se afirma que el 33% de las/os estudiantes de la UNAJ en 2015, pertenecían a las carreras de Enfermería y Kinesiología. ¿Cuál es la cantidad total de estudiantes que cursaban esas carreras?

c) Por citar sólo algunos ejemplos, durante el año 2015 había 1554 estudiantes regulares de Ingeniería en Informática; 1108, en Bioquímica y 1287 en Relaciones del Trabajo. ¿Qué porcentaje representa cada una de esas cantidades respecto del total de estudiantes regulares en el año 2015?

d) En el artículo se menciona la cantidad de docentes que trabajaban en 2015 en cada uno de los institutos. ¿Cómo se distribuyen porcentualmente respecto del total?

La actividad 2 continúa con el objeto matemático número racional. Esta vez se inicia desde un lugar diferente, se comienza con una pregunta acerca de su representación porcentual y utilidad, esto permitiría propiciar y conducir el debate sobre las diferentes argumentaciones de las representaciones que tienen las y los estudiantes. El ítem a) oficiaría de disparador donde se podría observar si se encuentran familiarizados con esta representación y que tipo de transformaciones se pueden realizar al presentar diferentes ejemplos.

A continuación, se plantea en el ítem b) el cálculo de porcentajes a partir de valores absolutos, y en el ítem c) la obtención de porcentajes dadas ciertas cantidades. La actividad no parece novedosa, pero sí pertinente para poder observar las diferentes representaciones y tratamientos que se hacen del objeto, en este sentido es una actividad propicia, ya que dentro de los tratamientos podrían surgir técnicas mecanizadas y rutinarias que se suelen utilizar, como por ejemplo regla de tres simple o cálculos aritméticos.

En el marco teórico se ha señalado que los procesos de enseñanza vinculados al número racional suelen ser complejos, debido a las diferentes representaciones semióticas que se pueden realizar del objeto. Particularmente, al mencionar la palabra porcentaje la elección del registro de representación es directa, no con ello podríamos asegurar que se tiene la conceptualización, tal vez solo se trate del dominio de la representación semiótica. Al realizar operaciones, es posible que surjan tratamientos a través de técnicas y reglas rutinarias, obteniendo en muchos casos el valor correcto. La actividad puede servir para tratar de identificar si las reglas internas del tratamiento son correctas, pero no se debería perder de vista que solo se trata de tratamientos sobre representaciones semióticas, en tal sentido, como docentes deberíamos fijar nuestro horizonte en guiar a estudiantes en la adquisición del saber e identificar tal adquisición.

La actividad 3 continúa con el mismo objeto de estudio, esta vez introduciendo porcentajes de variación.

Actividad 3:

Los porcentajes suelen utilizarse también para indicar variaciones (tanto aumentos como disminuciones) de ciertos valores numéricos.

a) Si un cierto valor varía de 2.000 a 3.000 puede afirmarse que aumentó un 50%. ¿Cómo se calculó?

b) En el texto se indican las cantidades correspondientes a los estudiantes ingresantes en distintos años de la UNAJ. ¿Cómo varió porcentualmente la cantidad de ingresantes en el año 2012 respecto a 2011? ¿Y en el año 2015 respecto a 2014?

c) Describan alguna situación de la vida cotidiana o laboral en que se utilicen los porcentajes para indicar variaciones.

El ítem “a” plantea la apertura de la discusión en torno al sentido de la variación y a las estrategias de cálculo, elementos que se retoman en el ítem siguiente en cuanto al cálculo de variaciones a partir de diversos valores informados en el texto original de la clase. El último ítem propone abrir los intercambios acerca de los usos de los porcentajes para informar variaciones, este hecho es señalado en las orientaciones de los recorridos dejando libertad absoluta al docente para presentar opciones y contextos que no hayan aparecido durante el intercambio. Es un ítem para buscar amplitud y translación del objeto de estudio a otras situaciones que resulten de interés. De manera complementaria se sugiere a las/os docentes que indiquen a las y los estudiantes que realicen las actividades del Epílogo, específicamente la de los textos “Grandes aportes de grandes matemáticos” y “Mezcla de colores”, también se solicita a quien pueda, descargar la aplicación photomath.

4.2.4. Clase III

El objeto matemático por tratar durante esta clase es el algoritmo. Si bien no es algo poco común comenzar una clase con la lectura de un texto, no deja de ser interesante la lectura en voz alta sugerida en los recorridos a las y los docentes del texto “Algoritmos de ayer y de hoy”, ya sugerido en clases anteriores como tarea. Se considera de importancia la relectura por dos aspectos, para introducir el objeto de estudio y para asegurarse que todas y todos lo hayan leído por lo menos una vez. En los señalamientos que se realizan en los recorridos, se orienta a discutir el sentido detrás de las técnicas y mecanismos rutinizados para resolver ecuaciones, partiendo de la definición de algoritmo y trabajando sobre ella, para luego traer las limitaciones que se muestran en el texto sobre el método retórico de “falsa posición”. Al respecto, se señala en los recorridos:

> Como bien señala el texto, no se trata de aprender un método obsoleto y limitado como el de la “falsa posición”, sino justamente discutir el alcance del mismo. En ese sentido, también aparece la discusión acerca de las formas actuales en que operan las aplicaciones de celulares o los softwares, muchas veces invisibles, pero que permiten precisamente habilitar la reflexión no solo sobre las propiedades que hay detrás de los mismos, sino del significado de los resultados obtenidos.

Las dos primeras actividades son las siguientes:

> Para seguir pensando:
>
> 1. A partir de la definición de algoritmo, propongan dos ejemplos de rutinas para cumplir un determinado objetivo. Expliciten el objetivo de la tarea y escriban la secuencia organizada de pasos a seguir.
>
> 2.Escriban las siguientes ecuaciones usando el estilo retórico egipcio que leyeron en el texto:
>
> a) $x + \frac{1}{2}x = 8$
>
> b) $x + 3x = 12$

En línea con las ideas de Papini (2003) y Carnelli (2014) la dificultad en el aprendizaje del Álgebra también es debida a promover mayor énfasis en las clases por la mecanización, justamente es una clase que permitiría “correrse” de ese proceso. En el material se presentan ecuaciones lineales con una incógnita. Se esperaría que los alumnos no tengan muchas dificultades para resolverlas. Podría generarse un intercambio que permita reflexionar sobre las técnicas de resolución, sobre los pasos a seguir, serviría para confrontar secuencias de pasos diferentes seguidos por estudiantes y resaltar el valor de seguir un lenguaje común. Para ello y antes de comenzar la actividad 1, se orienta al docente a que realice una secuencia de pasos de alguna rutina sencilla y elemental, podría ser la lectura sugerida del libro de Historias de Cronopios y de famas de Julio Cortázar, “Instrucciones para subir una escalera”. En otros términos, lo que se busca, es el dominio correcto de las leyes del tratamiento interno que se realizan en las ecuaciones. Sin un tratamiento correcto, las transformaciones entre diferentes representaciones y entre los diferentes registros no podrían realizarse de forma correcta.

Las actividades siguientes son:

3. ¿Cómo resolverían ustedes la ecuación que con la falsa posición no se pudo?

4. Enfoquen la siguiente ecuación lineal con la aplicación “Photomath” (que se puede descargar gratuitamente en el celular). Pídanle a la aplicación que les muestre las propiedades que consideró en cada paso del algoritmo. Discutan entre todos, en qué consiste cada una de ellas.

$$2(\mathrm{X}+8)+2=20$$

5. Resuelvan las siguientes ecuaciones al estilo del “Photomath”:

$$2(\mathrm{X}+1)=2\mathrm{X}+4$$

$$6\mathrm{X}+2-2\mathrm{X}=2+4\mathrm{X}$$

$$9\mathrm{X}+8=2-3\mathrm{X}+3$$

Para la realización de las actividades 3 y 4 se recomienda la utilización de la aplicación Photomath. Lo novedoso radica principalmente en que el tratamiento de la ecuación lo realice íntegramente una aplicación tecnológica. No necesariamente todas y todos los estudiantes la necesitarán, con un celular sería suficiente. El docente quizás necesite copiar las propiedades detalladas por la aplicación en el pizarrón. En esta instancia, se orienta al docente, a originar un debate sobre formas de enunciación no familiares utilizadas por la aplicación, nuevamente nos encontraríamos frente a un ámbito propicio para discutir sobre el sentido del lenguaje compartido y un código común para los símbolos. Es posible que algunas y algunos estudiantes no recuerden determinadas propiedades o tengan mecánicamente incorporados procedimientos de resolución erróneos. Las interferencias o asociaciones incorrectas podrían ser ocasionadas por reglas nemotécnicas generalizadas a todas las ecuaciones, oficiando de obstáculos. A estas conclusiones arriban los estudios de Abrate, Pochulu y Vargas (2006).

4.2.5. Clase IV

La clase IV es destinada a la integración de los contenidos y a la consulta previa a la evaluación, se trabaja con las actividades del Epílogo. Se comienza con un breve prólogo donde se recuerda a las y los estudiantes la modalidad de la evaluación individual. Se las/os motiva a continuar tratando de disminuir la incertidumbre que puede ocasionar la forma de evaluación. En un breve texto denominado “Matemática: entre los números y las letras” se realiza un recorrido de los conceptos trabajados durante las tres clases. Luego se los invita a trabajar en la integración de los contenidos con las actividades de la sección, éstas son coherentes con la forma de trabajo que vienen teniendo. Los textos que se abordan son: “Grandes aportes de grandes matemáticos”, “Mezclas de colores”, “Las ofertas” y “Ecuaciones de bolsillo”. Se observa una coherencia en las actividades de cierre, continuando con la misma forma de abordaje que las actividades de las demás clases.

Capítulo 5: Instrumento de Evaluación

En el presente capítulo se describe el instrumento de evaluación por rúbricas. Se mostrará uno de los temas utilizados realizando una breve descripción del proceso de construcción, sus características y objetivo. Luego se describirá su estructura y las actividades propuestas con relación al marco teórico. Se focalizará en aspectos vinculados a la coherencia y continuidad con el material didáctico implementado, observando si las rúbricas empleadas presentan una vinculación con el objeto matemático que se pretende evaluar.

5.1. Descripción del Instrumento de Evaluación

El proceso de construcción de rúbricas fue realizado por los docentes de matemática del IEI. Se reunieron en varias oportunidades, se dividieron por grupos y debatieron en un intercambio cada rúbrica en particular. Luego se juntaron y se volvió a debatir sobre las producciones de cada grupo. El proceso de decisión requirió varias reuniones hasta acordar las rúbricas. Se establecieron 4 niveles para cada contenido a ser evaluado de acuerdo con los alcances de cada estudiante, éstos son: No resuelve o resuelve mal, Incipiente, En Proceso y Consolidado. El instrumento consta de 4 problemas (Apéndice C y D). Están estructurados siguiendo los mismos criterios implementados en las clases previas, un texto para interpretar y luego una serie de preguntas para responder. Al final de los problemas se encuentra la tabla con las rúbricas, que el docente utilizará para la corrección.

En reuniones obligatorias entre el equipo de coordinación con las y los docentes se informó la importancia de explicar las rúbricas a estudiantes previamente al día de la evaluación. Se acordó dejar explicitado cuál es su objetivo y alcance. Para aprobar deben tener 6 o más ítems en proceso o consolidado. Por reglamento del CPU de UNAJ la calificación no es numérica, se establece como Aprobado o Desaprobado. Los docentes deben informar a las y los estudiantes que deben concurrir a la clase de devolución, remarcando la importancia de esta como parte de su proceso de aprendizaje. Las notas no son enviadas una vez realizada la corrección para que las y los estudiantes concurran a la devolución. En caso de no aprobar se deben inscribir al taller complementario de matemática.

Se puede interpretar a toda la situación de evaluación como una continuidad del proceso de enseñanza, en ningún momento parece desconectarse de la secuencia de enseñanza. En todo caso es una evaluación de un proceso que termina con la aprobación de matemática inicial, donde se debe señalar claramente a las y los desaprobados no solamente los errores, sino que deberán realizar la inscripción al taller complementario[1]. En el mismo tendrán una continuidad del proceso pedagógico comenzado donde se intentará abordar las dificultades de cada estudiante, se presume que la evaluación tendrá la potencialidad para incrementar esta información más allá de las dificultades conocidas por estudiantes. Todo este proceso parecería ser adecuado para disminuir la connotación del “ser desaprobado”, mitigando las creencias asociadas al desaprobado como un fracaso, pero por sobre todas las cosas, se ocuparía de las dificultades de enseñanza y aprendizaje promoviendo un taller complementario para continuar aprendiendo.

A continuación, se muestran los problemas correspondientes al tema 3 de las evaluaciones, los diferentes temas siguen la misma estructura. Luego de cada problema se muestra una tabla donde se exponen los contenidos involucrados por ítem y la descripción de cada rúbrica elaborada por las y los docentes.

Problema 1

- Desde los inicios, grandes ideas han signado el camino de la humanidad a través de su historia. Estos son algunos de los inventos.
- Máquina a vapor: Para el 1698 d.C. hizo su gran aparición y fue muy utilizada durante la Revolución Industrial para el movimiento de las máquinas.
- Los primeros helados aparecen en China aproximadamente en el año 2000 a.C.

[1] Recordemos que los talleres complementarios de matemática son obligatorios para quienes no aprobasen matemática del CPU. Se trata de una instancia con la misma carga horaria presencial de matemática del CPU pero extendida a lo largo de todo un cuatrimestre, lo que supone un trabajo más pausado. Los temas del CPU se retoman y profundizan en esta instancia. Recién cuando los estudiantes aprueban el taller, están en condiciones de cursar Matemática Inicial.

- La Rueda: Creada antes del 3500 a.C. califica como una invención fundamental para el desarrollo humano, ya que a partir de ella se pudo fabricar maquinaria y transporte, entre otras cosas.
- La pólvora: Creada alrededor del año 1000 d.C. fue utilizada para propulsar los proyectiles de las armas.
- Las primeras prótesis aparecen en del año 550 a.C.

A partir de lo mencionado se pide:

a) Ordena los inventos desde el más antiguo hasta el más reciente, utilizando una recta numérica para ubicarlos.

b) ¿Cuántos años pasaron desde la creación de la rueda hasta la invención de la pólvora? Explicá tu respuesta mostrando el cálculo o algún esquema de cómo lo resolvés.

Tabla 2

Rúbrica de Enteros

ítem	Eje/dimensión/ contenido a ser evaluado	Calificación			
		No resuelve o Resuelve mal	Incipiente	En proceso	Consolidado
a)	Orden de los números enteros	Ordena mal o No ordena	Ordena mal alguno de los datos y no utiliza una escala conveniente	Ordena bien Los datos y no utiliza una escala conveniente	Ordena bien y utiliza una escala adecuada
b)	Operaciones con números enteros	No puede resolver o lo hace de manera confusa y mal	Llega a un resultado, pero no explica o se apoya en cálculos que no coinciden con el problema	Resuelve bien pero no plantea el cálculo, explica con coherencia lo que obtuvo	Resuelve y plantea bien el cálculo acorde al problema

Problema 2

En el último tiempo se puso de moda entre niñas y niños el slime, que es una mezcla viscosa para jugar. Se puede comprar lista, pero también se puede hacer en forma casera. Estos son los ingredientes de la receta.

1/4 de cucharada de bórax - 3/4 de taza de agua caliente - 1/3 taza de cola blanca – 2/3 de cucharada de colorante comestible.

A partir de la información respondé a las preguntas, explicando cómo lo hacés en cada caso.

a) Esta receta ¿lleva más de agua o de cola?

b) Si se quieren hacer 5 de estas mezclas de slime ¿qué cantidad de tazas de agua serán necesarias?

c) Si la quiere hacer con detergente en lugar de bórax es necesario poner una cantidad que esté entre las cantidades de bórax y de colorante. ¿Qué fracción de cucharada podría llevar?

Tabla 3

Rúbrica de Racionales

ítem	Eje/dimensión/ contenido a ser evaluado	Calificación			
		No resuelve o Resuelve mal	Incipiente	En proceso	Consolidado
a)	Ordenar racionales y explicar	No ordena u ordena mal sin explicar como lo hizo	Ordena bien y no explica	Ordena con algún error de cálculo y explica bien. Ordena bien, pero explica en forma incompleta	Ordena bien y explica cómo lo hace
b)	Operar con racionales	No responde o responde mal	Opera bien pero no explica	Opera con un error de cálculo y explica como lo hace. Opera bien, pero explica en forma incompleta	Opera correctamente y muestra y explica cómo lo resuelve
c)	Encontrar una fracción entre dos dadas	No encuentra ninguna fracción o la encuentra mal	Encuentra una fracción entre las dadas, pero no explica o lo hace mal	Encuentra una fracción entre las dadas, pero no explica completamente o coherentemente como lo hace. Encuentra una fracción que no esté entre las dadas por un error de cálculo, pero su explicación es correcta	Encuentra una fracción entre las dadas y explica como lo hace

Problema 3

El censo nacional de población, hogares y viviendas realizado en nuestro país durante el año 2010 relevó que el partido de Florencio Varela tenía 426005 habitantes. El anterior dato relevado en el censo 2001 había arrojado una cantidad de 348970 habitantes. Como dato de comparación, en el año 2001, se habían registrado 518788 habitantes en el partido de Quilmes, cantidad que aumentó un 12% para el año 2010.

Retomando con algunos valores del año 2010 para el partido de Florencio Varela, la cantidad de habitantes de entre 15 y 19 años era en esa fecha de 43067, mientras que los habitantes de entre 50 y 54 años fueron de 18100.

En base a la información respondé las siguientes preguntas mostrando como lo hacés.

a) Para el año 2010 en Florencio Varela ¿Qué porcentaje representaron los habitantes de entre 50 y 54 años respecto del total?

b) Durante el año 2001, los habitantes de Quilmes representaban el 3,75% de los habitantes de la Provincia de Buenos Aires ¿Cuál fue la cantidad total de habitantes de la provincia durante ese año?

c) En función de los datos presentados ¿Qué cantidad de habitantes tuvo el partido de Quilmes durante el año 2010?

Tabla 4

Rúbrica de Racionales (Porcentajes)

<table>
<tr><th rowspan="2">ítem</th><th rowspan="2">Eje/dimensión/ contenido a ser evaluado</th><th colspan="4">Calificación</th></tr>
<tr><th>No resuelve o Resuelve mal</th><th>Incipiente</th><th>En proceso</th><th>Consolidado</th></tr>
<tr><td>a)</td><td>Calcular porcentajes a partir de cantidades</td><td rowspan="3">No resuelve o, si lo hace, selecciona datos y variables incoherentes con la consigna solicitada</td><td rowspan="3">I)Selecciona los datos adecuados, pero los relaciona erróneamente a partir de los cálculos.

II)Selecciona algún dato erróneamente y comete además errores de cálculo (por más que ellos hayan sido planteados correctamente)</td><td rowspan="3">I)Selecciona los datos adecuados y los relaciona coherentemente con la consigna, pero comete errores de cálculo menores.

II)Plantea y realiza correctamente los cálculos, pero selecciona un dato no adecuado (posible distractor no del todo incoherente)</td><td rowspan="3">Selecciona adecuadamente los datos, plantea y resuelve correctamente los cálculos e interpreta correctamente los resultados obtenidos.</td></tr>
<tr><td>b)</td><td>Establecer cantidades absolutas a partir de porcentajes</td></tr>
<tr><td>c)</td><td>Obtención de porcentajes y cantidades relacionados con variaciones</td></tr>
</table>

Problema 4

Adrián y Luna están estudiando y encuentran diferentes aplicaciones en su celular para resolver ecuaciones. Tienen dudas porque no comprenden la respuesta que les da la pantalla a la ecuación:

$$6.x + 4 = 4.x + 2 . (x - 2)$$

$$0 = -8$$

a) Luna dice que la respuesta significa que el valor de x es - 8. Adrián, en cambio, sostiene que la ecuación no tiene solución. ¿Quién tiene razón y por qué?

b) Si quisieras resolver la ecuación "a mano", ¿cómo lo harías? Resolvela y explicá los pasos que hiciste.

Tabla 5

Rúbrica de Ecuaciones

ítem	Eje/dimensión/ contenido a ser evaluado	Calificación			
		No resuelve o Resuelve mal	Incipiente	En proceso	Consolidado
a)	Interpretar y sostener argumentos relacionados con la solución de una ecuación	No Interpreta la respuesta correcta ni explica adecuadamente	Interpreta la respuesta correcta pero su argumento no es coherente	Interpreta la respuesta correcta pero su argumento no termina de explicar las razones de la elección	Interpreta la respuesta correcta y argumenta completa y adecuadamente cual es la solución
b)	Resolver ecuaciones y explicar los pasos seguidos en la resolución	Resuelve mal la ecuación independientemente de la explicación de los pasos seguidos	Resuelve bien la ecuación, pero no explica o si lo hace es en forma incompleta	I)Resuelve bien la ecuación, pero la explicación no es totalmente adecuada o completa. II)Comete errores de cálculos menores, pero explica coherentemente en forma completa y adecuada arrastrando el error	Resuelve bien la ecuación y la explicación es adecuada y completa

5.2. Estructura del Instrumento de Evaluación

El instrumento de evaluación se organiza a través de cuatro problemas. El problema 1 es referido a números enteros, los problemas 2 y 3 se refieren a números racionales y el problema 4 involucra ecuaciones. Específicamente cada ítem de cada punto se relaciona con una noción diferente dentro de los tres objetos matemáticos evaluados.

- El ítem a) del problema 1 corresponde a ordenar números enteros y el b) a operaciones con enteros.
- El ítem a) del problema 2 corresponde a ordenar racionales, el ítem b) a operar con racionales y el c) a encontrar una fracción entre dos fracciones dadas.
- El ítem a) del problema 3 es de cálculos de porcentajes a partir de cantidades, el ítem b) se trata de calcular cantidades absolutas a partir de porcentajes, y el ítem c) se trata de obtener porcentajes y cantidades a partir de variaciones
- El ítem a) del problema 4 trata de argumentar sobre la solución de una ecuación y el ítem b) resolver la ecuación explicando los pasos realizados.

Se observa que la estructura del instrumento involucra todos los objetos matemáticos abordados en el curso. La secuencia respeta el orden de las clases desarrolladas para cada objeto. En la última hoja se ofrece una tabla de corrección para docentes donde se señala la rúbrica involucrada para cada ítem, sin la explicación de los alcances para cada categoría, tanto docentes como estudiantes deberían contar con esa información previamente. Los coordinadores solicitan en las reuniones previas a las y los docentes que la explicación de los alcances de cada rúbrica se realice durante las clases o en una clase en particular. Se indica claramente en el último renglón de las rúbricas la cantidad de ítems que deben ser ponderados como en proceso o consolidado para considerar la evaluación como aprobada.

5.3. Actividades propuestas

La actividad 1 propone trabajar con el objeto matemático números enteros. En el ítem a) se pide ordenar ciertos eventos en la recta numérica. Se orienta explícitamente a utilizar como sistema de representación semiótica la recta numérica para ubicar los eventos. Para ello surge la posibilidad que las y los estudiantes realicen una conversión para cambiar el registro a números negativos ya que los eventos vienen simbolizados con a.C. o d .C., también es posible que los ubiquen con el registro dado. Un factor que influye en la calificación de este ítem, también señalado en la rúbrica, es la utilización de una escala adecuada. No es determinante la utilización del registro de notación en negativos o a.C y d.C pero si podría aportar claridad la escala adecuada.

Para la realización del ítem b) una herramienta posible podría ser la utilización de algún modelo de resolución como los señalados por Eva Cid (2002). Por ejemplo, el modelo de desplazamiento para calcular la diferencia entre un par de eventos dados. Para ser considerado un proceso consolidado la rúbrica señala el planteo de un cálculo acorde al problema. En este ítem se podrá observar si las y los estudiantes efectúan un cambio de registro de la recta a un cálculo acorde, sin mantener la concepción de la resta como disminución (Herrera y Zapatera, 2019).

La actividad 2 propone trabajar con números racionales. El ítem a) permite una comparación entre dos fracciones. Será necesario recurrir a algún tratamiento en el registro para reconocer cual es la mayor fracción. Se observará si surgen dificultades de ordenamiento tales como las señaladas por Fandiño (2009) y, además, la posibilidad del surgimiento de dificultades asociadas con el fenómeno natural *number bías* estudiado por González-Forte, Fernández y Llinares (2019). El ítem b) propone una multiplicación de un natural por una fracción. En vinculación con el estudio de estos autores, se podrá observar si las y los estudiantes asocian el producto de la multiplicación a un número mayor de los factores. Un indicador de un proceso consolidado para las y los docentes serían respuestas en función de la unidad utilizada, por ejemplo, en el tema 2 es la taza de leche y la fracción resultante es 7/4. Si en la resolución se explica que esa fracción equivale a 1 ¾ taza de leche, se efectúa un tratamiento en el mismo registro pero aportando el sentido del problema. Es necesario siempre dar sentido a lo que se está haciendo y ésto sucede a través del manejo de varios registros semióticos y con la implicancia personal del estudiante en la construcción del propio conocimiento (Fandiño, 2009).

En el ítem c) se propone encontrar una fracción entre dos fracciones. Entra en juego la propiedad de densidad en los racionales, justamente una propiedad que diferencia a este conjunto numérico de los naturales. Las y los estudiantes podrán realizar diferentes tratamientos en el mismo registro de la representación. Si el registro es el lenguaje aritmético, podrán buscar cantidades intermedias utilizando como representación la escritura fraccionaria o la escritura decimal. Las dificultades asociadas a estos casos nuevamente se vinculan al fenómeno natural de *number bias* o a las dificultades en el ordenamiento que radican principalmente en querer buscar el "sucesivo" y en el desconocimiento de la densidad de los números racionales (Fandiño, 2009)

En la actividad 3 se continúa con números racionales en su representación de porcentaje. En el ítem a) se pide hallar un porcentaje a partir de una cantidad absoluta y en el ítem b) hallar una cantidad a partir de un porcentaje dado. Se podrá observar en estos ítems si surgen dificultades estudiadas por Fandiño (2009), ya sea en la realización de las operaciones y/o en pasar una fracción a la unidad que la generó. Se deberá buscar si se originan razonamientos equivocados relacionados al fenómeno *de number vías* vinculados a la multiplicación de una fracción por un entero. En el ítem c) se trabaja específicamente con variaciones por lo cual será necesario poder reconocer al entero al que se refiere la consigna. En estos ítems se deberá saber distinguir los datos correctos de la lectura del enunciado para poder utilizar una representación acorde para su resolución. Esto último es justamente a lo que se refiere la rúbrica del proceso consolidado para los tres ítems.

En el problema 4 se involucra el objeto matemático ecuaciones lineales con una incógnita. El ítem a) muestra una resolución y dos puntos de vista contrarios acerca de cuál es la solución. En este caso se muestra un tratamiento incompleto en la representación, la ecuación original y el último paso de su resolución sin indicar cual es la solución. Se busca que las y los estudiantes obtengan su propia conclusión de acuerdo a sus conocimientos y den cuenta que se trata de una ecuación sin solución. En el ítem b) se pide que se resuelva la ecuación planteada en a) explicando cada uno de los pasos que se realizan. El enfoque de la rúbrica correspondiente a un proceso consolidado en este ítem está dado en la justificación de cada paso del tratamiento que las y los estudiantes realizan sobre la representación dada. Se evalúa la argumentación del proceso.

5.4. Conclusiones sobre la observación del Instrumento de Evaluación

De la observación del instrumento de evaluación se obtienen las siguientes conclusiones:

- El instrumento respeta la misma estructura que el material didáctico: un texto con información contextualizada en un problema seguido de preguntas que involucran los objetos que se pretenden evaluar. Se incorporan la totalidad de los objetos matemáticos trabajados.

- Las actividades permiten el reconocimiento del objeto y la representación en algún registro semiótico establecido convenientemente por las y los estudiantes para su resolución.

- En algún caso se promueve que realicen un tratamiento de la representación dada en búsqueda de una solución, que se deberá reconocer como tal y comunicar. Como por ejemplo cuando se solicita resolver la ecuación explicando cada paso.

- Las explicaciones que se piden sobre lo resuelto permitirían a las y los docentes observar si los desarrollos de las y los estudiantes se apoyan en conceptualizaciones o en tratamientos inconexos y/o memorísticos.

- La interpretación de los niveles centrales de la rúbrica –incipiente y en proceso- para algunos de los ítems, requiere de un alto grado de precisión y claridad en cuanto a los descriptores indicados; evitando la generación de indecisiones al momento de la corrección.

De acuerdo a Alcón y Menéndez (2018) existe ausencia de estudios que contengan diseños metodológicos con consistencia, que señalen la confiabilidad y validez de las rúbricas. Sobre esta base, el presente estudio se centrará en los objetivos específicos I y III. A través de un estudio estadístico de la muestra se realizará:

1. Un estudio de confiabilidad del instrumento de evaluación para dar un mayor sustento al análisis cualitativo posterior.

2. Un análisis descriptivo de la muestra que señale cuáles son los ítems que mayores dificultades generaron.

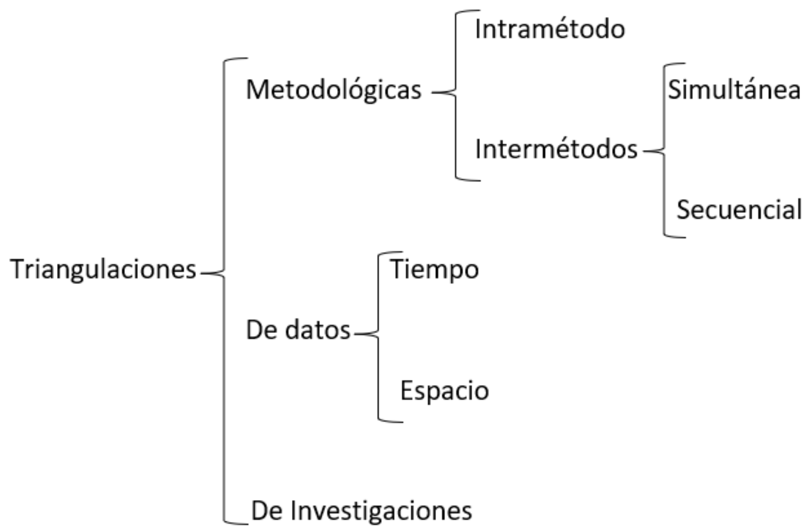
Capítulo 6 - Metodología de Investigación

6.1. Fundamentación

Nuestra investigación se posiciona como metodología mixta (cuantitativa – cualitativa), sosteniendo que ambos paradigmas de producción de conocimiento no serían mutuamente excluyentes, sino que, por el contrario, sería viable una articulación productiva entre ambos (Forni y De Grande, 2020). En la figura 2 los autores muestran una clasificación de triangulaciones posibles establecidas por Denzin (1978).

Figura 2

Tipos de Triangulación



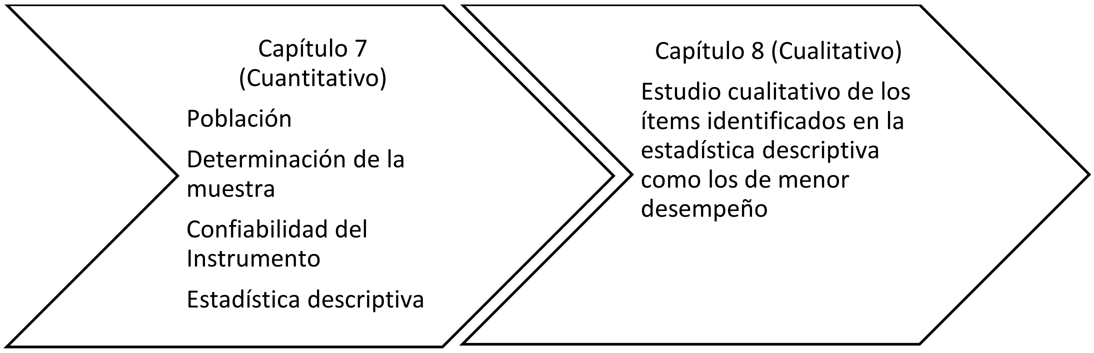
Fuente: Denzin (1978)

En Archenti, Piovani y Marradi (2007) se señala que entre los autores que defienden la combinación de métodos cualitativos y cuantitativos hay cierto consenso en que ambos métodos no son incompatibles, hecho del que deriva la posibilidad de integración siempre que esto repercuta en mejor abordaje del problema en cuestión. Su premisa central es que el uso de abordajes cuantitativos y cualitativos de estudio, en combinación, brinda una mejor comprensión de los problemas de investigación (Cresswell y Plano Clark, 2011) (pp. 168-169)

La progresión de aplicación de los métodos se establece del capítulo 7 (cuantitativo) al capítulo 8 (cualitativo) como muestra la figura 3.

Figura 3:

Secuencia Metodológica de la Investigación



Fuente: Elaboración Propia

En la triangulación intermétodos secuencial los resultados de un método son esenciales para poner en marcha el siguiente (Ruiz, 2005). De esta forma, se introduce cierto orden en las cuestiones que están siendo analizadas (Olsen, Haralambos y Holborn, 2004).

Si bien nuestro estudio de las resoluciones de las y los estudiantes sigue la progresión cuantitativa-cualitativa, los estudios previos realizados, en particular respecto de la unidad didáctica, del instrumento de evaluación y sus categorías, han respondido a una lógica cualitativa de análisis.

En el capítulo 8 se analizan cualitativamente los ítems que se identifican en el estudio cuantitativo del capítulo 7 como los que generaron mayores dificultades. A su vez se mide la confiabilidad del instrumento de evaluación: una de las razones es que las evaluaciones son corregidas por diferentes docentes. Si bien las rúbricas de corrección y las orientaciones de los coordinadores son explícitas puede existir sesgo en la corrección. Analizar los ítems señalados en el capítulo 6 a partir de un instrumento confiable proporciona mayor sustento al estudio cualitativo posterior. En este sentido, una de las prioridades de la triangulación como estrategia de investigación es aumentar la validez de los resultados y mitigar los problemas de sesgo (Blaikie, 1991).

6.2. Estudio Cuantitativo y de Confiabilidad

En relación al capítulo 7 se describen y se realizan los siguientes puntos:

Población: La población es la totalidad de las y los ingresantes de la UNAJ del año 2019 que realiza el CPU y rinde la evaluación de matemática. El total de la misma fue de 6450 ingresantes.

Muestra: La muestra es aleatoria ya que cada individuo de la población tiene la misma probabilidad de ser escogido. Se realiza un muestreo por racimo o conglomerados, considerando a cada comisión como conglomerado, heterogénea como la población, mutuamente excluyente y colectivamente exhaustiva. Se establece probabilísticamente el tamaño de una muestra de 366 ingresantes. Se seleccionan por sorteo 11 comisiones de diferentes docentes de los que se obtiene la totalidad de las evaluaciones por rúbricas

Procesamiento y análisis de datos: El procesamiento y análisis de los datos se realiza por los programas Excel y R, cargándose en este último los paquetes R-Commander (Rcmdr) y Psych. Se establece una escala Lickert (Tabla 7) para nuestro estudio y así poder graduar los desempeños en cuatro niveles y proceder a la carga de datos en los programas mencionados. La estadística descriptiva de la totalidad de los ítems se realiza con el programa R.

Confiabilidad del Instrumento: Se realiza tanto con Excel como con el paquete Psych y R-Comander cargados en el programa R. El coeficiente principal utilizado es alfa de Cronbach, pero el mismo paquete permite obtener el coeficiente Lambda 6 de Guttman ($\lambda 6$).

Una vez realizado el análisis descriptivo y de confiabilidad se procede a la selección de los ítems para el estudio cualitativo, la decisión de cuántos y cuáles son se desprende del análisis descriptivo. En virtud de los objetivos perseguidos en la investigación, se establece como criterio de selección de ítems para el análisis, aquellos considerados de bajo rendimiento; entendiendo el bajo rendimiento en relación con puntuaciones de 1 y 2 de la escala Lickert.

6.3. Estudio Cualitativo

Para el proceso de selección de resoluciones de estudiantes para el análisis cualitativo, se establecen los siguientes criterios:

- ✓ Tomar la totalidad de las resoluciones de estudiantes de la muestra de cada ítem seleccionado.

- ✓ Analizar todas las resoluciones de las evaluaciones con puntuación de la escala likert como 1 (no resuelve ó resuelve mal), 2 (incipiente) y 3 (en proceso). Se buscan dificultades relacionadas con las señaladas en el marco teórico, por esta razón descartamos los ítems que corresponden a las mejores puntuaciones.

- ✓ Se descartan las resoluciones que no resuelve o lo realiza muy escasamente de forma tal de no permitir analizar el procedimiento empleado.

- ✓ Se descartan las resoluciones en el nivel más elevado de la escala Likert 4 (consolidadas) ya que se entiende que las o los estudiantes en esa situación dan cuenta del aprendizaje de dicho objeto.

- ✓ Si surgen resoluciones con dificultades similares se agruparán para su análisis ya que se intentará analizar patrones semejantes de razonamientos equivocados en relación directa a las investigaciones señaladas en el marco teórico.

- ✓ De los errores más frecuentes se consideran aquéllos que ofrecen la posibilidad de mayor descripción y desarrollo para su estudio. De esta forma si encontramos 10 resoluciones con una dificultad en común tomaremos uno o dos para su análisis.

Buscamos de esta forma ser lo más abarcativos posibles de las muestras obtenidas para proceder al análisis cualitativo referido a las dificultades contempladas en la teoría expuesta.

Capítulo 7: Confiabilidad del Instrumento de Evaluación y Análisis Estadístico de la Muestra

7.1. Obtención de la Muestra y Organización de los Ítems

El muestreo realizado fue de naturaleza probabilística. El objetivo central es la medición de la confiabilidad del instrumento de evaluación y la descripción de los datos.

Dada la naturaleza del CPU, realizado por comisiones de entre 30 y 40 estudiantes, único para todos los que lo realizan, siendo cada grupo, heterogéneo como la población, mutuamente excluyente y colectivamente exhaustivos, se decide realizar una muestra por racimo o conglomerados.

Lo primero que se determinó fue el tamaño de la muestra. La población a estudiar está compuesta por 6450 ingresantes, para la obtención del tamaño de la muestra se utilizó la siguiente fórmula.

$$n = \frac{z_{\propto}^2 \,.\, N \,.\, p \,.\, q}{e^2 \,.\, (N-1) + z_{\propto}^2 \,.\, p \,.\, q}$$

$N = 6450$

$p = 0{,}5$ (probabilidad tomada por defecto)

$q = 0{,}5$ (probabilidad tomada por defecto)

$z_{\propto} = 1.96$ (Cuantil de normal para un nivel de confianza del 95%)

$e = 0{,}05$ (error muestral)

$$n = \frac{1{,}96^2 \,.\, 6450 \,.\, 0{,}5 \,.\, 0{,}5}{0{,}05^2 \,.\, (6450-1) + 1{,}96^2 \,.0{,}5 \,.0{,}5} = 362{,}61$$

Se decidió tomar 11 comisiones, las mismas se sortearon para no perder aleatoriedad. El total de la muestra a estudiar asciende a 366 estudiantes.

El instrumento de evaluación consta de 10 ítems. Los contenidos involucrados en cada ítem se detallan a continuación:

Tabla 6

Descripción de Ítems del Instrumento de Evaluación

Ítem 1	Ordenar números enteros
Ítem 2	Operaciones con enteros
Ítem 3	Ordenar racionales
Ítem 4	Operar con racionales
Ítem 5	Hallar una fracción entre dos
Ítem 6	Calcular porcentajes a partir de cantidades
Ítem 7	Establecer cantidades absolutas a partir de porcentajes
Ítem 8	Obtención de porcentajes y cantidades relacionados con variaciones
Ítem 9	Interpretar y sostener argumentos relacionados con la solución de una ecuación
Ítem 10	Resolver ecuaciones y explicar los pasos seguidos en la resolución

Al tratarse de una evaluación con corrección por rúbricas sin puntuación numérica, fue necesario realizar una escala Likert para realizar el tratamiento de los datos. La escala establecida es la siguiente:

Tabla 7

Escala Likert

No Resuelve o resuelve mal	**Incipiente**	**En proceso**	**Consolidado**
1	**2**	**3**	**4**

Se procedió para el tratamiento de los datos a la utilización de los programas Excel y R, cargándose en este último los paquetes R-Commander (Rcmdr) y Psych. El paquete Psych es utilizado para la medición de confiabilidad a través del coeficiente alfa de Cronbach, entre otros coeficientes, con la ventaja de proporcionarnos un intervalo de confianza del 95% para el alfa.

7.2.1. Descripción de Medidas que Intervienen en el Análisis de Confiabilidad

El coeficiente central utilizado en el paquete Psych de R es el Alfa de Cronbach. Es un coeficiente basado en el promedio de las correlaciones de los ítems, su fórmula de cálculo es la que se detalla a continuación:

$$\propto = \frac{K}{K-1} \cdot \left[1 - \frac{\sum V_i}{V_t}\right]$$

$\propto = \text{Coeficiente alfa de Cronbach}$

$\mathrm{K} = \text{Número de ítems}$

$\mathrm{V_i} = \text{Varianza de cada ítem}$

$\mathrm{V_t} = \text{Varianza del total}$

El coeficiente Alfa puede asumir valores entre 0 y 1. Valores cercanos a 1 son mejores, pues indican mayor consistencia interna. Por convención y para fines prácticos, valores de Alfa iguales o mayores a 0.7 se consideran aceptables, mayores a 0.8 son buenos, y mayores a 0.9 son excelentes. Valores por debajo de 0.5 y cercanos a 0 indican que una escala tiene una pobre confiabilidad. En el programa aparece como raw_alpha, mientras que std.alpha es el valor de coeficiente alfa con las puntuaciones estandarizadas, ello será útil cuando los ítems no tienen el mismo rango de valores, para evitar sesgar resultados, no es el caso de nuestro análisis. Se puede destacar que el programa nos proporciona un intervalo de confianza de un 95% por defecto para el coeficiente Alfa de Cronbach, el mismo aparece como: **95% confidence boundaries,** se muestran los límites, inferior (lower) y superior (upper). A longitudes más amplias, mayor confianza pero menor precisión. El coeficiente Alfa tambien fue calculado por Excel, coincidiendo su valor con el obtenido con el paquete Psych.

Otra medida de confiabilidad que nos proporciona el paquete Pysch es Lambda 6 de Guttman (λ6), en el análisis aparece como G6, esta medida es obtenida a partir del coeficiente de determinación de cada ítem con respecto a los demás. Lo interesante de Lambda 6 es que tiende a ser menos sensible al número de ítems en la escala, también asume valores entre 0 y 1, cuando más cercano a

1 mejor, y a los fines prácticos lo interpretaremos del mismo modo que el alfa de Cronbach.

Por último, también se obtiene del análisis el coeficiente average_r, el mismo representa un valor promedio de correlación entre los ítems, cuanto más cercano este a 1 más correlación habrá entre ellos.

7.2.2. Carga y Análisis de los datos

Los datos fueron cargados en una planilla de excel como se muestra en la figura 4.

Figura 4

Planilla de Excel con fracción de los datos.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K
1	Alumno/a	Item 1	Item 2	Item 3	Item 4	Item 5	Item 6	Item 7	Item 8	Item 9	Item 10
2	1	4	3	3	4	4	4	4	4	2	2
3	2	4	3	3	3	1	4	4	3	3	4
4	3	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
5	4	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
6	5	4	4	3	3	4	1	2	2	3	4
7	6	3	4	3	3	1	4	1	3	1	1
8	7	4	4	4	3	4	4	4	4	3	3
9	8	2	3	3	3	2	4	1	3	3	3
10	9	2	3	4	3	4	4	3	1	3	4
11	10	3	4	3	4	1	4	4	1	3	3
12	11	3	4	3	1	1	4	1	1	3	3
13	12	1	1	3	3	3	4	2	1	3	4
14	13	4	4	3	3	1	4	3	3	3	3
15	14	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
16	15	3	4	3	4	3	4	3	1	3	3
17	16	2	3	3	3	1	4	1	1	4	4
18	17	1	4	3	4	1	4	1	1	1	2
19	18	4	4	1	2	2	1	1	1	1	2

Nota: Solo se muestra una fracción de los datos

Luego se importan desde el R-Commander y se realiza el estudio de confiabilidad utilizando el paquete Psych. A continuación, pueden observarse los resultados obtenidos, la muestra fue denominada Betadatos como se observa en tabla 8.

Tabla 8

Estudio de confiabilidad con R

```
> alpha(Betadatos)

Reliability analysis
Call: alpha(x = Betadatos)

  raw_alpha std.alpha G6(smc) average_r S/N   ase mean   sd median_r
      0.83      0.83     0.84      0.32 4.8 0.013  2.7 0.78     0.32

 lower alpha upper     95% confidence boundaries
0.8 0.83 0.85

 Reliability if an item is dropped:
        raw_alpha std.alpha G6(smc) average_r S/N alpha se  var.r med.r
Item.1       0.82      0.82    0.83      0.34 4.5    0.014 0.0113  0.32
Item.2       0.83      0.83    0.83      0.34 4.7    0.013 0.0098  0.33
Item.3       0.81      0.81    0.82      0.32 4.2    0.015 0.0118  0.31
Item.4       0.81      0.81    0.82      0.32 4.3    0.015 0.0117  0.31
Item.5       0.82      0.82    0.83      0.34 4.6    0.014 0.0113  0.33
Item.6       0.81      0.81    0.81      0.32 4.1    0.015 0.0092  0.31
Item.7       0.80      0.80    0.81      0.31 4.1    0.015 0.0095  0.31
Item.8       0.82      0.81    0.82      0.33 4.4    0.014 0.0104  0.32
Item.9       0.80      0.80    0.80      0.31 4.1    0.015 0.0080  0.31
Item.10      0.81      0.81    0.80      0.32 4.1    0.015 0.0076  0.31
```

Los resultados generales que se observan de la tabla 8, nos proporcionan un buen nivel de confiabilidad del instrumento, el coeficiente Alfa de Cronbach obtenido es de 0,83, su intervalo de confianza del 95% es (0,8 ; 0,85). El mismo coeficiente es obtenido utilizando excel. Un valor similar se obtiene del Lambda 6 de Guttman, este es de 0,84, lo que refuerza el concepto de un instrumento con buena confiabilidad. La correlación promedio entre los ítems que nos proporciona el average_r es relativamente baja, pero no afecta la confiabilidad del instrumento. Se puede observar también que el programa proporciona un coeficiente para cada ítem. A continuación podemos observar la tabla 9 proporcionada por el análisis, referida a la estadística de los ítems:

Tabla 9

Estadística de los Ítems

Item statistics

	n	raw.r	std.r	r.cor	r.drop	mean	sd
Item.1	366	0.54	0.56	0.48	0.44	3.5	1.0
Item.2	366	0.50	0.51	0.41	0.37	3.0	1.2
Item.3	366	0.65	0.65	0.60	0.54	2.9	1.2
Item.4	366	0.63	0.63	0.57	0.51	2.9	1.3
Item.5	366	0.56	0.56	0.47	0.43	2.2	1.3
Item.6	366	0.70	0.68	0.65	0.58	2.7	1.4
Item.7	366	0.70	0.69	0.66	0.60	2.3	1.4
Item.8	366	0.61	0.60	0.53	0.49	2.0	1.2
Item.9	366	0.70	0.70	0.69	0.60	2.8	1.3
Item.10	366	0.68	0.68	0.66	0.58	3.0	1.2

En la tabla 9 se pueden observar las correlaciones (r) de los ítems con la puntuación total de la escala, valores más cercanos a 1 proporcionan una correlación más fuerte entre ítem y puntuación total. La correlación más baja corresponde al ítem 2 (operaciones con números enteros) y es de 0,5. Las correlaciones más altas se dan en los ítems 6 (calcular porcentajes a partir de cantidades), 7 (establecer cantidades absolutas a partir de porcentajes) y 9 (Interpretar y sostener argumentos relacionados con la solución de una ecuación). Analizaremos desde una perspectiva didáctica en qué medida pueden considerarse que estos ítems presentaron o no dificultades.

La media más alta de las puntuaciones es de 3.5 y corresponde al ítem 1 (ordenar números enteros). La media más baja de las puntuaciones es de 2 y corresponde al ítem 8 (obtención de porcentajes y cantidades relacionados con variaciones), asi mismo, es el ítem que posee la variabilidad más baja con desvio de 1.2, se deberá estudiar más detalladamente. Los ítems que presentaron mayor variabilidad son 6 y 7, vemos que los agrupamientos se dan hacia los extremos, esto es, en relación a las calificaciones más bajas y a las más altas.

En la tabla 10, se puede observar en más detalle las frecuencias de respuestas por ítems. Se debe considerar que en la columna de respuestas perdidas (miss) aparece cero, esto se debe a que la opción de no respuesta está considerada en el ítem 1 conjuntamente con respuesta incorrecta.

Tabla 10

Frecuencia de puntuación por ítem

Non missing response frequency for each item

	1	2	3	4	miss
Item.1	0.12	0.03	0.11	0.74	0
Item.2	0.23	0.04	0.23	0.50	0
Item.3	0.22	0.09	0.28	0.41	0
Item.4	0.27	0.06	0.21	0.46	0
Item.5	0.48	0.11	0.17	0.25	0
Item.6	0.37	0.05	0.09	0.49	0
Item.7	0.49	0.08	0.10	0.33	0
Item.8	0.55	0.11	0.13	0.21	0
Item.9	0.27	0.07	0.19	0.46	0
Item.10	0.22	0.07	0.22	0.49	0

El porcentaje más alto es del 74% y se obtiene en respuestas con puntuación 4 (consolidadas) que corresponden al ítem 1. A su vez, en este ítem se obtiene el porcentaje más bajo de la puntuación 1 (no responde o respuesta incorrecta), con un 12%. Se trata del ítem referido a ordenar números enteros, es donde las y los estudiantes mostraron mejor desempeño.

El porcentaje más alto de la puntuación 1 se da en el ítem 8 con un 55% de alumnas y alumnos que no lo responden o lo responden mal, a su vez, sólo el 21% lo responde con puntuación 4, siendo el valor más bajo de respuestas en un proceso consolidado. Esta distribución nos aporta información sobre este ítem, referido a obtención de porcentajes y cantidades relacionados con variaciones, se lo puede considerar como el que más dificultades causó, será necesario profundizar sobre dicho ítem, observar producciones y realizar un estudio cualitativo del mismo.

Se destaca que el porcentaje más alto de puntuación 3 (en proceso) se observa en el ítem 3 (orden de números racionales) y casi la mitad responde mal o no responde los ítems 5 y 7, también referidos a números racionales. Con respecto al ítem 10 (resolver ecuaciones y explicar los pasos seguidos en la resolución), el 49% lo responde como un proceso consolidado y un 22% lo realiza mal o no lo realiza, otro 22% obtiene puntuación 3 (en proceso).

En la tabla 11 se muestra el resumen de la muestra, donde se pueden observar, valores máximos, mínimos, media, 1° y 3° cuartil de cada ítem. Se puede apreciar la distribución de las puntuaciones por ítems. Se observa que en el primer cuartil del ítem 1 ya se obtiene una puntuación de 3, indicando que solo el 25% inicial tiene puntuación más baja. En el ítem 8 se obtiene la mediana (2° cuartil) y media más baja dándose una agrupación de los datos hacia el lado de las puntuaciones más bajas.

Tabla 11

Resumen por ítem de la muestra

```
> summary(Betadatos)
     Item.1           Item.2           Item.3     
 Min.   :1.000   Min.   :1.000   Min.   :1.00  
 1st Qu.:3.000   1st Qu.:2.000   1st Qu.:2.00  
 Median :4.000   Median :3.000   Median :3.00  
 Mean   :3.475   Mean   :2.992   Mean   :2.88  
 3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:4.00  
 Max.   :4.000   Max.   :4.000   Max.   :4.00  

     Item.4           Item.5           Item.6     
 Min.   :1.000   Min.   :1.000   Min.   :1.00  
 1st Qu.:1.000   1st Qu.:1.000   1st Qu.:1.00  
 Median :3.000   Median :2.000   Median :3.00  
 Mean   :2.866   Mean   :2.189   Mean   :2.71  
 3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:3.000   3rd Qu.:4.00  
 Max.   :4.000   Max.   :4.000   Max.   :4.00  

     Item.7           Item.8           Item.9          Item.10     
 Min.   :1.000   Min.   :1.000   Min.   :1.000   Min.   :1.000  
 1st Qu.:1.000   1st Qu.:1.000   1st Qu.:1.000   1st Qu.:2.000  
 Median :2.000   Median :1.000   Median :3.000   Median :3.000  
 Mean   :2.268   Mean   :2.005   Mean   :2.839   Mean   :2.986  
 3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:3.000   3rd Qu.:4.000   3rd Qu.:4.000  
 Max.   :4.000   Max.   :4.000   Max.   :4.000   Max.   :4.000  
```

Para reforzar la observación de la variabilidad y distribución de los datos se muestra en la tabla 12, los coeficientes de asimetría (skewness) de cada ítems, conjuntamente con desvío y percentiles.

Tabla 12

Media. Desvío. Distancia inter cuartil. Asimetría

	mean	sd	IQR	skewness	0%	25%	50%	75%	100%	n
Item.1	3.475410	1.008564	1	-1.7530445	1	3	4	4	4	366
Item.2	2.991803	1.212916	2	-0.7715905	1	2	3	4	4	366
Item.3	2.879781	1.168901	2	-0.5924912	1	2	3	4	4	366
Item.4	2.866120	1.252329	3	-0.5613276	1	1	3	4	4	366
Item.5	2.188525	1.267066	2	0.3807062	1	1	2	3	4	366
Item.6	2.710383	1.388111	3	-0.2987303	1	1	3	4	4	366
Item.7	2.267760	1.350555	3	0.3021403	1	1	2	4	4	366
Item.8	2.005464	1.236421	2	0.6629156	1	1	1	3	4	366
Item.9	2.838798	1.266523	3	-0.5075648	1	1	3	4	4	366
Item.10	2.986339	1.201519	2	-0.7359596	1	2	3	4	4	366

La menor asimetría se observa en el ítem 1 conjuntamente con el menor desvío de todos, ello indica un baja variabilidad con respecto a la media, siendo esta la más alta (3,47), se trata del ítem con mejor desempeño. Los tres únicos ítems que tienen asimetría positiva son el 5, 7 y 8, la mayor se da en el ítem 8, que a su vez posee la menor media. Ésto señala que su distribución de puntuaciones se agrupa en mayor medida hacia los valores más bajos.

7.2.3. Conclusiones del Estudio Estadístico

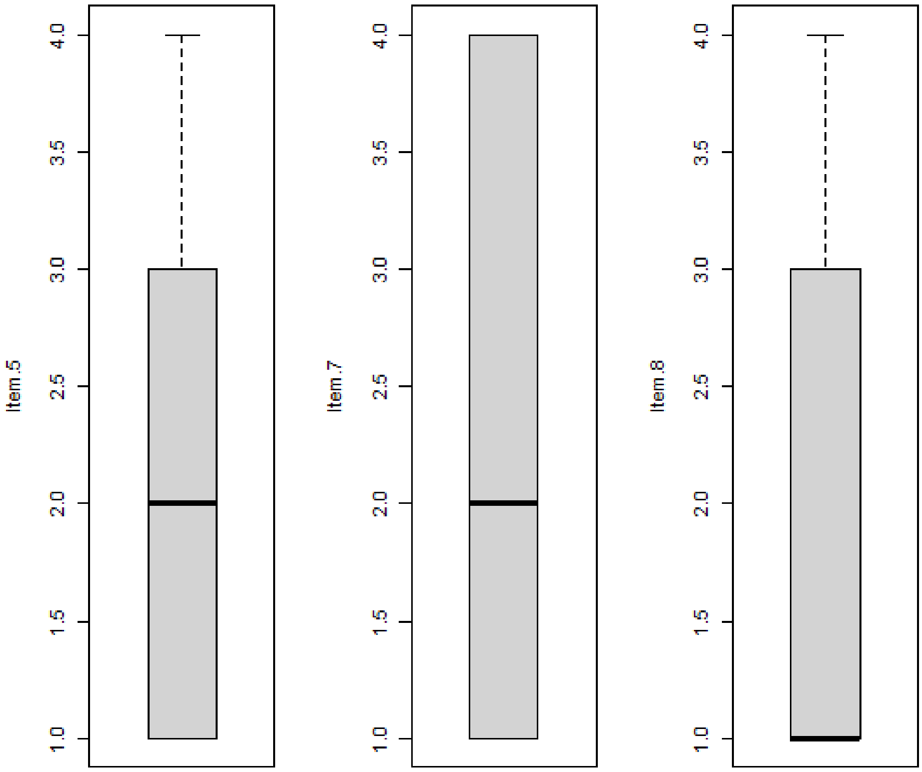
Dada la buena confiabilidad obtenida en el análisis, será necesario realizar un estudio cualitativo de los ítems 5, 7 y 8, para obtener conclusiones sobre los procesos realizados por las y los estudiantes, se rastrearán dificultades asociadas al proceso de enseñanza aprendizaje y posibles causas de los bajos rendimientos alcanzados en los ítems señalados. Los ítems se pueden identificar con el objeto matemático número racional, referidos a dos tipos de representaciones semióticas, fracción y porcentaje.

En el diagrama de caja que se muestra en la figura 5 se representan los ítems que mayores dificultades causaron. Se observa claramente que el ítem 7 es el que posee mayor variabilidad. La tabla 10 refuerza esta observación, donde el porcentaje de estudiantes que obtiene puntuación 4 (proceso consolidado) es del 33% y los que obtienen puntuación 1 (no responde o responde mal) es del 49%. Es una dispersión llamativa y se deberían buscar motivos que la expliquen.

Las medianas y medias más bajas corresponden a la de estos 3 ítems, siendo la del ítem 7 igual que la del 5. El ítem donde se generó el peor desempeño fue el 8, con la mediana y media más baja de todos los ítems, se destaca que el 50% de las y los estudiantes obtienen una calificación de 1. El 75% de las resoluciones de los ítems 5 y 8 obtiene una puntuación menor a 3 puntos.

Figura 5

Diagrama de caja de los ítems 5, 7 y 8



Capítulo 8: Análisis Cualitativo de Ítems

En este capítulo se realizará un estudio cualitativo de los ítems 5, 7 y 8, identificados en el capítulo precedente como los de más bajo desempeño. Se realizará la observación directa de resoluciones de estudiantes sobre la totalidad de la muestra de cada ítem. Se seleccionarán las evaluaciones que resultan significativas siguiendo los criterios indicados en el capítulo 6. Se tratará de hallar posibles causas de las dificultades bajo el sustento teórico que apoya la presente investigación.

8.1. Análisis del Ítem 5: Hallar una fracción entre dos.

El estudio descriptivo nos muestra que el ítem 5 tiene la segunda media más baja y 75% de las respuestas no llega a puntuación 3, correspondiente a un proceso consolidado. Se pretende evaluar la obtención de una cantidad entre otras dos dadas en representación fraccionaria, será necesario tener la conceptualización del orden en los racionales y algún tratamiento adecuado a la representación que realicen. En el instrumento de evaluación corresponde al Problema 2 c). A continuación, se copian los problemas de dos temas diferentes de evaluación:

> Problema 2 (Tema 3)
>
> En el último tiempo se puso de moda entre las y los niños el slime, que es una mezcla viscosa para jugar. Se puede comprar lista, pero también se puede hacer en forma casera. Estos son los ingredientes de la receta.
>
> 1/4 de cucharada de bórax - 3/4 de taza de agua caliente - 1/3 taza de cola blanca – 2/3 de cucharada de colorante comestible.
>
> A partir de lo información respondé a las preguntas, explicando cómo lo hacés en cada caso.
>
> a) Esta receta ¿lleva más de agua o de cola?

b) Si se quieren hacer 5 de estas mezclas de slime ¿qué cantidad de tazas de agua serán necesarias?

c) Si la quiere hacer con detergente en lugar de bórax es necesario poner una cantidad que esté entre las cantidades de bórax y de colorante. ¿Qué fracción de cucharada podría llevar?

Problema 2 (Tema 2)

Para realizar una torta pequeña se necesitan los siguientes ingredientes:

1/4 de taza de leche–1/2 de taza de azúcar–3/4 de taza de harina o de trigo leudante – 1 huevo – 1/8 de taza de aceite- Saborizante el que desee: esencia de vainilla, ralladura de naranja o limón.

A partir de la información responde a las preguntas explicando como lo hacés en cada caso.

a) Esta receta ¿lleva más azúcar o harina?
b) Si se requieren hacer 7 de estas tortas ¿Qué cantidad de leche serán necesarias?

c) Si la quiere hacer de chocolate es necesario agregar cacao en polvo. Si se puede poner una cantidad que esté entre las cantidades de azúcar y harina. ¿Qué fracción de taza podría llevar?

La presentación del problema sigue la estructura de la forma de trabajo realizada durante el curso, busca involucrar a las y los estudiantes con la interpretación de un texto contextualizado en un problema, relacionado con la vida cotidiana. La pregunta permite ser abordada desde diferentes representaciones, se podría utilizar una representación fraccionaria o decimal para obtener una cantidad intermedia. En el caso de utilizar una representación decimal se deberá obtener la fracción correspondiente. Por otro lado, la propiedad de densidad del objeto de estudio permite ofrecer distintas respuestas. Se buscaría evaluar orden en los racionales y el proceso de resolución empleado por las y los estudiantes. Se debe tener en cuenta que la propiedad de densidad de los racionales permitiría que surjan representaciones distintas entre estudiantes.

En referencia al problema, se esperaría que primero se reconozca el orden entre las cantidades dadas, en el caso del tema 3 entre el bórax y el colorante, y luego se busque una fracción entre las infinitas involucradas, para ello es necesario que puedan discernir que datos son pertinentes y como utilizarlos del conjunto de la información. El carácter de la densidad de los números racionales da funcionalidad a la operatoria, se podrían realizar aproximaciones y entran en juego diferentes formas de representación de los números para su tratamiento. En el proceso consolidado se esperaría que las y los estudiantes logren hallar una o varias cantidades intermedias, y que se exprese la solución como fracción del entero a la que hace referencia el problema, en este caso la cucharada. Los procedimientos empleados podrían ser diferentes, desde el pasaje a decimal de las fracciones de los extremos buscando un resultado en número decimal, a la búsqueda de fracciones equivalentes con denominadores apropiados. Se remarca a las y los estudiantes que deben explicar todo lo que hacen.

Recordaremos las rúbricas correspondientes al ítem 5 en la tabla 13

Tabla 13

Rúbrica del ítem 5

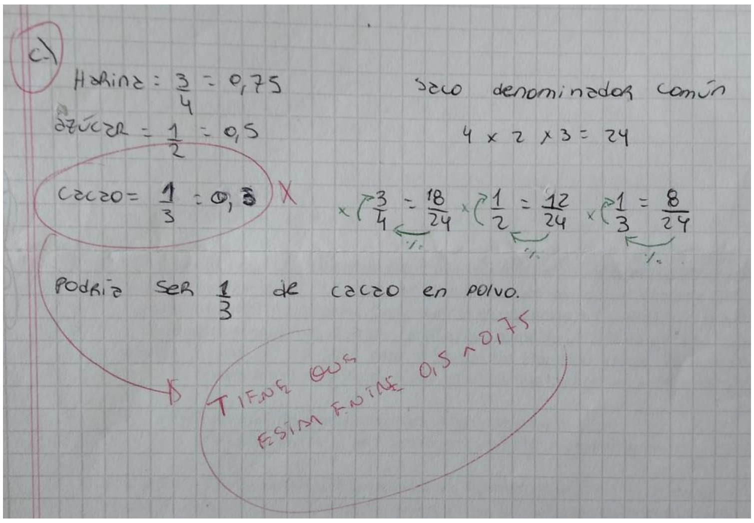
Ítem 5	Rúbrica			
	Responde mal o no responde	Incipiente	En proceso	Consolidado
Encontrar una fracción entre dos dadas	No encuentra ninguna fracción. o la encuentra mal	Encuentra una fracción entre las dadas, pero no explica o lo hace mal	Encuentra una fracción entre las dadas, pero no explica completamente o coherentemente como lo hace. Encuentra una fracción que no esté entre las dadas por un error de cálculo, pero su explicación es correcta	Encuentra una fracción entre las dadas y explica como lo hace

A continuación, se presentarán resoluciones seleccionadas de la totalidad de la muestra que no obtienen una calificación de un proceso consolidado. Luego de cada imagen se realizará un análisis señalando las posibles dificultades que tuvieron las y los estudiantes.

En la figura 6 se observa que se realizan dos procedimientos, se convierten las fracciones a número decimal y se buscan fracciones equivalentes, ambos están correctos, pero sobre la base de establecer a priori y equivocadamente a $\frac{1}{3}$ como solución, de esta forma se utiliza un procedimiento con un razonamiento previo equivocado. Tampoco la respuesta parece ser taxativa al escribir, "podría ser $\frac{1}{3}$". Se evidencia que su razonamiento está ligado al *fenómeno number bias* ya que establece una fracción intermedia comparando los denominadores. Es posible que este fenómeno prevalezca en su razonamiento ya que no realiza o descuida la comparación con decimales. Ninguno de sus procedimientos le resultaría útil para hallar la solución.

Figura 6

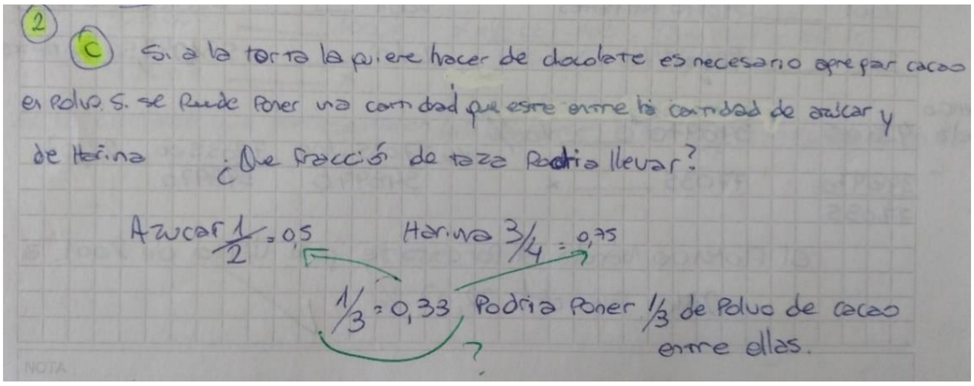
Resolución 1



En la misma "línea" en la figura 7 se observa que se utiliza el procedimiento de pasar a decimal las fracciones de los extremos, se trata de un cambio de representación, luego se elige el valor $\frac{1}{3}$ como solución. Nuevamente como el caso anterior prevalece la comparación de los denominadores. Su razonamiento está más ligado a la comparación de naturales y lo traslada a fracciones. Tampoco cobra sentido el pasaje a decimal, ya que prevalece la elección de la fracción 1/3, Como se explica en el fenómeno *number bias* escoge 1/3 por encontrarse el 3 entre el 2 y el 4.

Figura 7

Resolución 2



En la resolución 3 (figura 8) se busca una fracción entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$, solo realiza un cambio de representación de fracción a decimal, pero de una cantidad errónea establecida sin ningún procedimiento escrito que nos permita sacar alguna conclusión de por qué lo hizo, evidentemente hay una dificultad. En la resolución 4 (figura 9) comete el mismo error que la resolución 3 al colocar $\frac{1}{4}$ entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$ sin ningún otro argumento que la representación fraccionaria. Podría deberse a un tratamiento incompleto, es lo que parecería que interpretó el docente al realizar la corrección. Es posible que ambas resoluciones estén realizando una comparación parcial, que reconozcan a ¼ como menor de ¾ y consideren ¼ mayor a ½ en relación al mismo fenómeno de los casos anteriores, comparando solo los denominadores de estas dos últimas. En la resolución 5 (figura 10), se establece equivocadamente $\frac{2}{4}$ como solución, realizando solo la búsqueda de fracción equivalente en $\frac{1}{2}$. El error que surge del tratamiento de su representación pudo ser debido a comparar únicamente los numeradores. En este último caso se evidencia desconocimiento de la representación fracción equivalente, no percibiendo la igualdad entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{2}{4}$. Pero el punto en común de todos estos casos es la comparación parcial de dos fracciones, ya sea por sus denominadores o por sus numeradores, este procedimiento viene muy ligado a la comparación de naturales.

Figura 8

Resolución 3

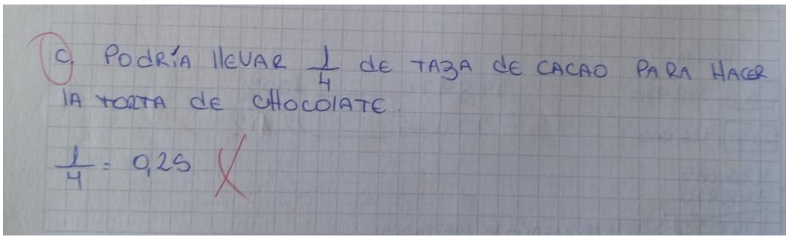


Figura 9

Resolución 4

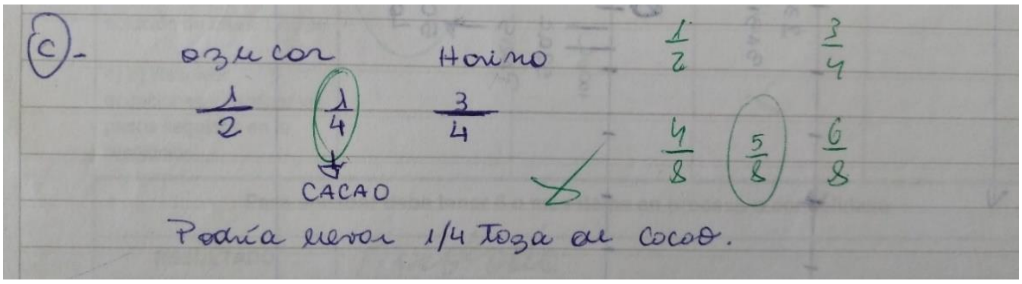
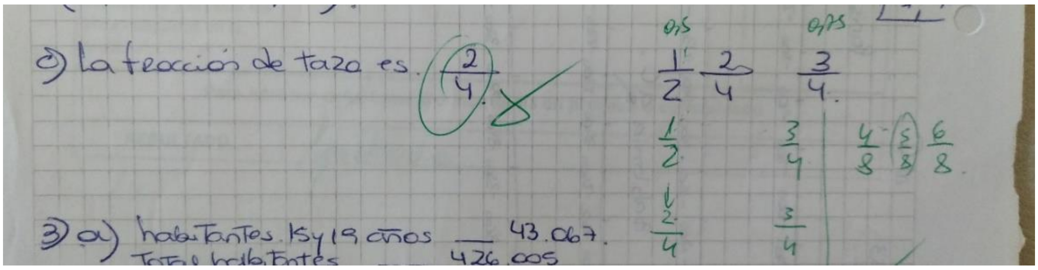


Figura 10

Resolución 5

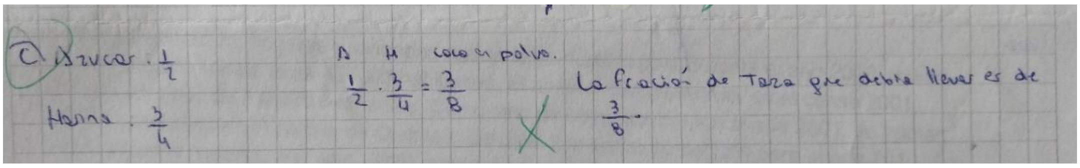


En las figuras de la 11 a la 17 se observa que prevalece el razonamiento de la solución a través de un cálculo aritmético, se refleja en estos casos la necesidad de buscar una solución a través de una cuenta. La representación está dada en el registro numérico y el tratamiento adecuado para el razonamiento de las y los estudiantes es realizar una operación aritmética.

En la resolución 6 (figura 11), se realiza una multiplicación de las fracciones de los extremos, sin argumentos escritos que indiquen cual es el razonamiento empleado, tampoco se observa la conceptualización del orden en las fracciones al considerar a $\frac{3}{8}$ como a una fracción entre $\frac{1}{2}$ y $\frac{3}{4}$.

Figura 11

Resolución 6



En las resoluciones 7 y 8 (figura 12 y 13) se realiza la división del valor inferior del intervalo por el valor superior, obteniéndose un valor correcto en ambos casos, pero sin argumentación en el caso de la resolución 7 (figura 12). En estos casos cobraría importancia la devolución, donde las y los estudiantes podrían aclarar el por qué del tratamiento empleado y para qué casos se puede emplear dicho tratamiento.

En la resolución 8 (figura 13), se realiza el mismo procedimiento pero agregando una argumentación escrita. Lo primero que realiza es buscar una fracción equivalente de $\frac{1}{2}$ y luego realiza la división por $\frac{3}{4}$. En este caso se observa un tratamiento que no aporta a la operación de división entre fracciones. En este caso el estudiante considera que la forma correcta de realizar la operación aritmética es buscando fracciones equivalentes con igual denominador. Si bien no es incorrecto, no aporta al tratamiento y al objetivo buscado. En su argumentación escrita explica que supuso que una cantidad entre dos significa división, desconociendo las limitaciones del procedimiento empleado, ya que sólo funciona para valores entre 0 y 1, y por tratarse de cantidades podría ocurrir el caso que sean mayores a 1 con la imposibilidad de generalizar.

Figura 12

Resolución 7

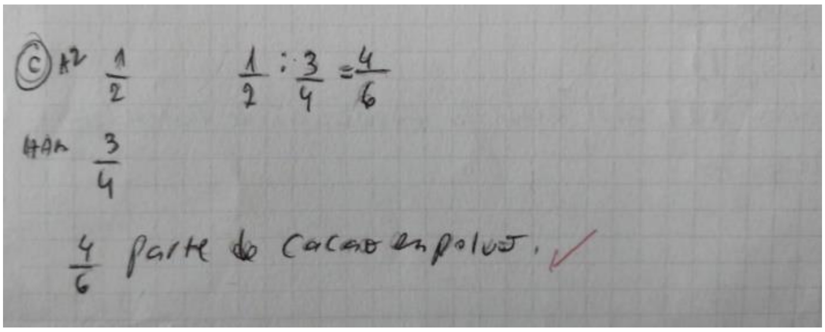
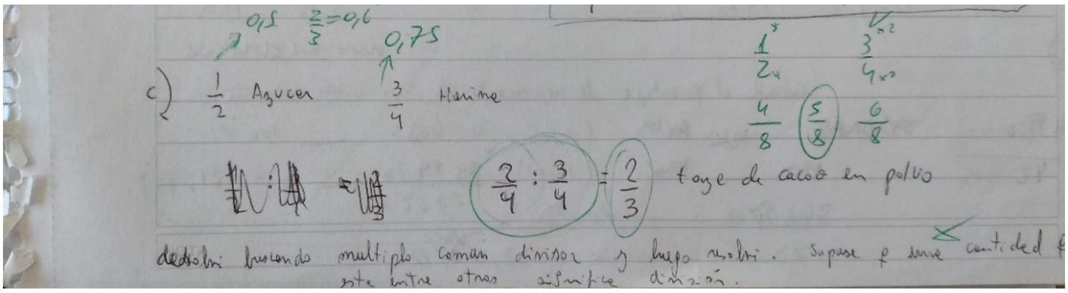


Figura 13

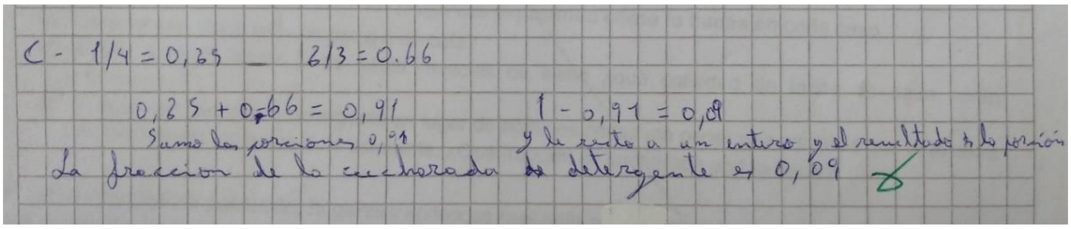
Resolución 8



En la resolución 9 (figura 14) del tema 3 se propone buscar una fracción entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{3}$. El primer paso que realiza el/la estudiante es un cambio de representación de las fracciones a número decimal y a continuación dos cuentas en forma decimal. En la primera se argumenta que se suman las porciones, obteniendo el valor 0.91, en la segunda realiza la resta 1 – 0.91, argumentando que al restarle a 1 el valor 0.91 obtiene el resultado de la porción buscada. Se observa que no hay una interpretación cabal del problema, no da cuenta que las cantidades que se establecen de entrada en toda la mezcla superan la unidad desconociendo el concepto de entero al vincularlo únicamente al número 1.

Figura 14

Resolución 9



En la resolución 10 (fig. 15) del tema 2 se observa en el tratamiento empleado la limitación a trabajar únicamente con los datos del problema. Las cantidades que suma representan la de azúcar $\left(\frac{1}{2}\right)$ y harina $\left(\frac{3}{4}\right)$, entre las que hay que hallar la cantidad intermedia. La suma se realiza de dos formas, fraccionaria y decimal. No hay una interpretación del valor hallado o de la consigna, ya que se trata de un valor mayor al de harina.

El desarrollo presente en la resolución 11 (fig. 16) se corresponde con un procedimiento evidenciado en una alta cantidad de las evaluaciones analizadas. En estos razonamientos los sistemas de representación utilizados se limitan a los proporcionados por el problema y el tratamiento es una operación aritmética. No aparecen argumentaciones que expliquen la resolución solo la respuesta final.

Figura 15

Resolución 10

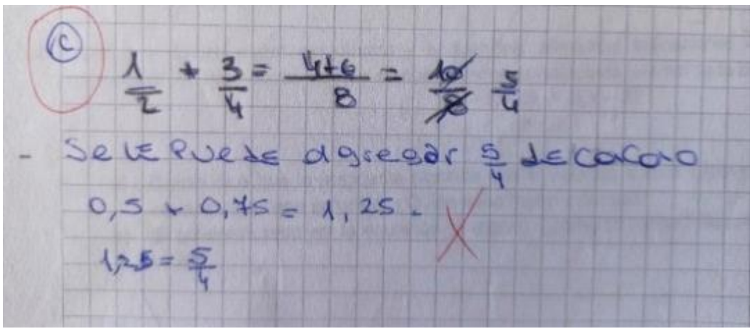
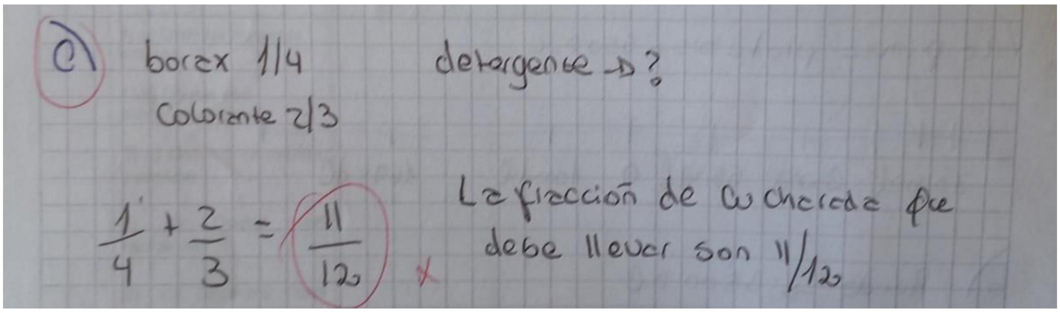


Figura 16

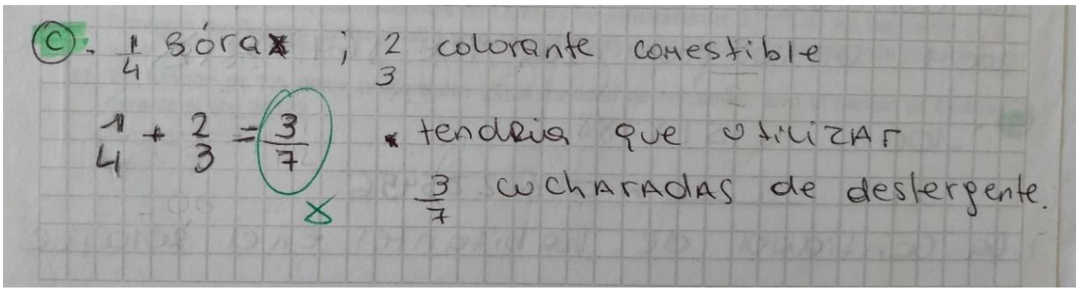
Resolución 11



En la resolución 12 (fig. 17) observamos un cálculo mal realizado y sin explicación. Se suman los numeradores y los denominadores y la fracción encontrada entre $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{3}$ es correcta pero el tratamiento no. Se pone en relieve una contradicción, se busca resolver el problema por una operación aritmética, pero se desconoce cómo realizarla. La operación incorrecta está ligada a la suma de naturales como si los numeradores y denominadores fueran independientes, en concordancia con la dificultad en la gestión de operaciones señalado por Fandiño (2009).

Figura 17

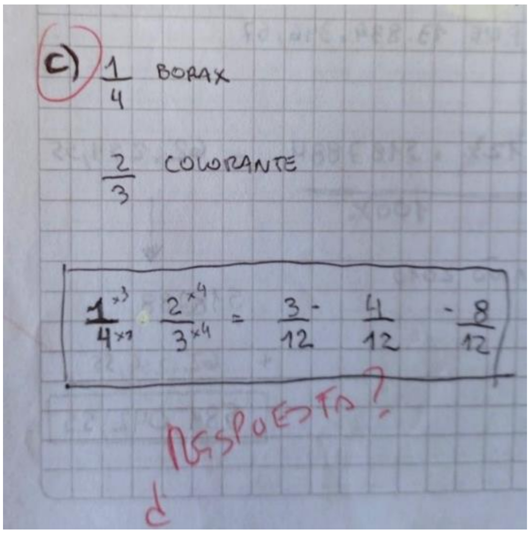
Resolución 12



En el primer procedimiento de la izquierda de la resolución 13 (fig. 18) se buscan fracciones equivalentes. Podría interpretarse el borrado presente en la imagen como una operación inicialmente pensada, pero luego descartada. A la derecha del igual, separa las fracciones con un guion y encuentra entre las mismas un resultado correcto, este es $\frac{4}{12}$, resultado que nunca informa como se lo señala el docente. Se observan dificultades en la generación de la representación utilizada para resolver el problema. Pareciera no existir dominio algebraico al colocar un signo igual entre dos expresiones que difieren. En el tratamiento domina la gestión de equivalencia ya que encuentra correctamente fracciones equivalentes y la fracción entre ellas.

Figura 18

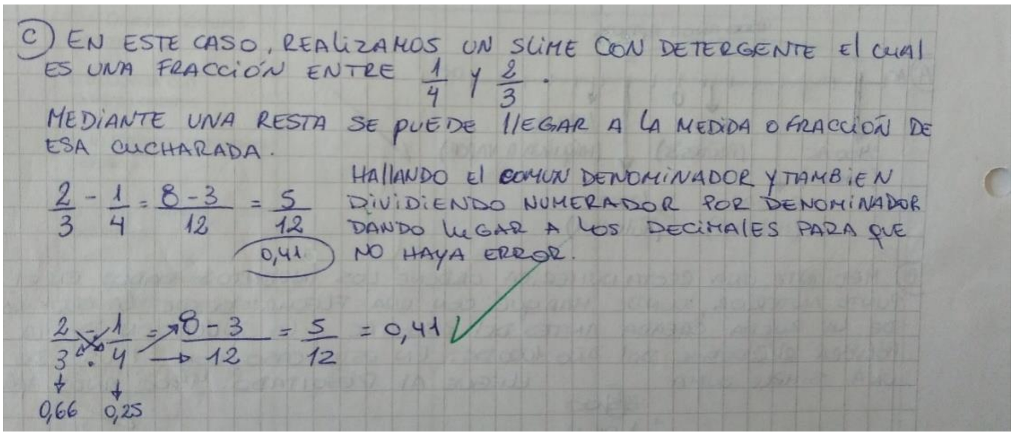
Resolución 13



En la resolución 14 (fig.19) se realiza una resta de las fracciones entre las que hay que hallar una fracción intermedia, nuevamente se utiliza el recurso aritmético. La estudiante realiza correctamente las operaciones, efectúa el cambio de representación fraccionaria a decimal explicando que lo hace para que no haya error, validando el valor final obtenido en su resolución. Existe en este caso una falta del concepto de diferencia entre dos números, se considera que la diferencia siempre será un valor entre dos cantidades dadas. Reconoce que está bien el valor obtenido pero nunca percibe que el procedimiento empleado no es generalizable. Si no hay devolución en este caso y la corrección queda sólo en el visto del docente, la alumna podría concluir que el procedimiento es válido siempre.

Figura 19

Resolución 14



En las resoluciones 15 y 16 (fig. 20 y 21), aparece otra representación semiótica, el registro gráfico de cantidades fraccionarias. Se dejan de lado los cálculos aritméticos y se busca la comprensión del problema a través de un dibujo. Se trata de una representación con una alta frecuencia en las evaluaciones analizadas.

Figura 20

Resolución 15

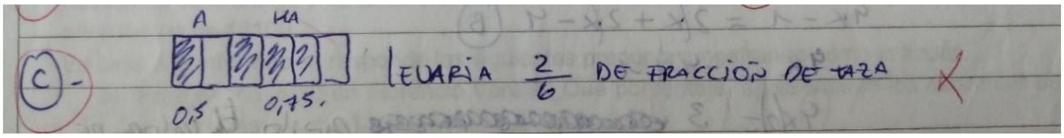
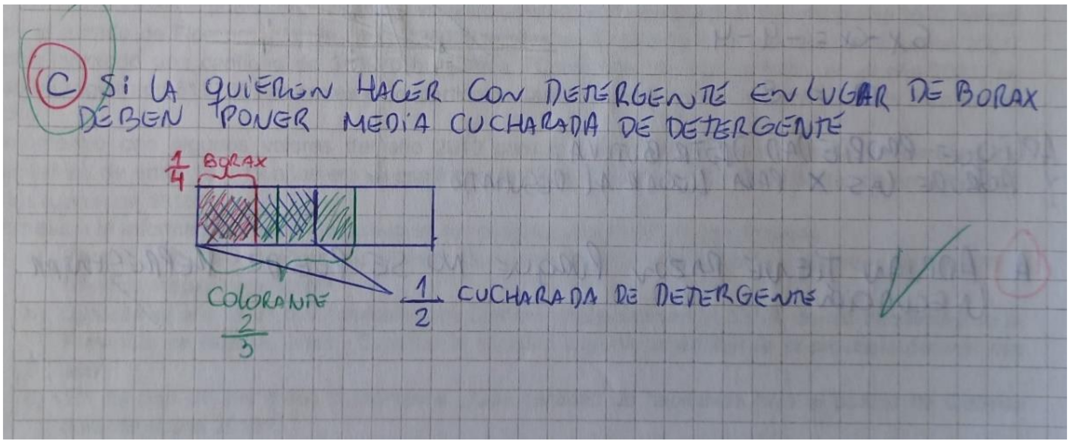


Figura 21

Resolución 16



En la resolución 15 (fig. 20) existiría un desconocimiento de la unidad de medida a la que se refieren las fracciones de los ingredientes, en este caso la taza. Se suman en un mismo dibujo representaciones de 0.5 y 0.75. Se trata de la dificultad para formar el entero de la fracción, según las dificultades mencionadas en el marco teórico. En este caso y en relación con el sistema de representaciones semióticas, la dificultad se encuentra en la conversión del registro escrito del problema al registro del dibujo utilizado. No parece haber conexión entre las cantidades y la representación realizada en tanto desconocimiento del sistema de representación empleado. En la representación gráfica cada fracción es considerada un rectángulo independiente, como si harían referencia a enteros diferentes, pero a la vez, son sumados para formar un único entero que representaría la torta. A continuación, se interpreta que el resultado de lo que queda sin rayar es la cantidad intermedia entre ambas fracciones que hay que agregar, en este caso el cacao. El concepto de entero que se interpreta del problema son las sumas de las cantidades de azúcar, harina y cacao, descartando todos los demás ingredientes y nunca notando que las fracciones se refieren a la unidad de medida que sería la taza. No se logra dar cuenta que la fracción que obtiene no está entre las cantidades dadas.

En la resolución 16 (fig. 21) referida al tema 3, se observa que comprende cual es el entero en cuestión, en este caso una cucharada. El dibujo es correcto ya que divide el entero en las fracciones pedidas, utilizando diferentes colores, estableciendo la fracción correcta entre las cantidades dadas, logra el objetivo por un procedimiento válido, pero no del todo consolidado. Se debería indagar si considera unicidad en la solución o advierte que hay infinitas soluciones.

8.2. Síntesis de las Observaciones del Ítem 5

Se han seleccionado las producciones que se consideraron más destacadas para el análisis. En las mismas, se buscaron los errores más representativos que, relacionados a algún patrón, aparecen en la muestra del ítem 5. Se observan en los mismos la prevalencia de técnicas rutinarias con mayores tendencias a la búsqueda de soluciones por la operación aritmética, aparecen diferentes tipos de cálculos para obtener la solución. En la mayoría de las producciones vistas no aparecen argumentaciones correctas, la fundamentación se reduce al cálculo y aparecen las dificultades establecidas por Fandiño (2009). En particular dificultades en el ordenamiento, en la realización de las operaciones y en la gestión del entero. Con respecto a esto último, en la mayoría de las observaciones aparece confusión para establecer el entero vinculado a la unidad de medida a la que hace referencia el problema. Ésto puede estar asociado a dificultades para realizar operaciones de conversión y poder cambiar de registro. Pero dentro de un mismo registro se realizan tratamientos incorrectos asociados al fenómeno *number bias*, es decir comparaciones de orden ligadas a las naturales que son trasladadas a las fracciones: se comparan fracciones con diferente denominador a partir de los numeradores o directamente comparando denominadores. El porcentaje de estudiantes que resuelven este ítem utilizando un proceso consolidado es de tan solo el 25%, siendo el segundo porcentaje más bajo que se da en procesos consolidados. De ese porcentaje aproximadamente la mitad utiliza fracciones equivalentes y dan varias soluciones posibles. Ésto pone en relieve la necesidad de prácticas docentes que propongan generar oportunidades para aprender que trasciendan de lo meramente calculatorio.

8.3. Análisis del Ítem 7: Establecer Cantidades Absolutas a partir de Porcentajes

El estudio descriptivo nos muestra que el ítem 7, tiene un 49% de preguntas sin responder o mal respondidas, dentro de los tres ítems seleccionados para el análisis cualitativo es el de mayor variabilidad, hay un 33% de alumnas y alumnos que realiza un proceso consolidado (puntuación 4). Se trata, además, de un ítem que posee una de las correlatividades más altas en relación a la puntuación total.

El ítem 7 del estudio descriptivo corresponden al problema 3 b) de la evaluación. A continuación, se copian los correspondientes a los temas 2 y 3:

> Problema 3 (Tema 2)
>
> El censo nacional de población, hogares y viviendas realizado en nuestro país durante el año 2010, reveló que el partido de Florencio Varela tenía 426005 habitantes. El anterior dato revelado

en el censo 2001, había arrojado una cantidad de 348970 habitantes. Como dato de comparación, en el año 2001, se habían registrado 518788 habitantes en el partido de Quilmes, cantidad que aumentó un 12% para el año 2010.

Retomando con algunos valores del año 2010 para el partido de Florencio Varela, la cantidad de habitantes de entre 15 y 19 años era en esa fecha de 43067, mientras que los habitantes de entre 50 y 54 años fueron de 18100.

En base a la información respondé las siguientes preguntas mostrando como lo hacés.

a) Para el año 2010 en Florencio Varela ¿Qué porcentaje representaron los habitantes de entre 15 y 19 años respecto del total?

b) Durante el año 2010, los habitantes de Florencio Varela representaban el 2,72% de los habitantes de la Provincia de Buenos Aires. ¿Cuál fue la cantidad total de habitantes de la provincia durante ese año?

c) ¿El aumento porcentual de población de Florencio Varela entre los años 2001 y 2010 fue mayor o menor que el del partido de Quilmes? Justificar a partir de los cálculos necesarios.

Problema 3 (Tema 3)

El censo nacional de población, hogares y viviendas realizado en nuestro país durante el año 2010, reveló que el partido de Florencio Varela tenía, 426005 habitantes. El anterior dato relevado, en el censo 2001, había arrojado una cantidad de 348970 habitantes. Como dato de comparación, en el año 2001, se habían registrado 518788 habitantes en el partido de Quilmes, cantidad que aumentó un 12% para el año 2010.

Retomando con algunos valores del año 2010 para el partido de Florencio Varela, la cantidad de habitantes de entre 15 y 19 años era en esa fecha de 43067, mientras que los habitantes de entre 50 y 54 años fueron de 18100.

En base a la información respondé las siguientes preguntas mostrando como lo hacés.

a) Para el año 2010 en Florencio Varela ¿Qué porcentaje representaron los habitantes de entre 50 y 54 años respecto del total?

b) Durante el año 2001, los habitantes de Quilmes representaban el 3,75% de los habitantes de la Provincia de Buenos Aires. ¿Cuál fue la cantidad total de habitantes de la provincia durante ese año?

c) En función de los datos presentados ¿Qué cantidad de habitantes tuvo el partido de Quilmes durante el año 2010?

El problema está contextualizado en datos reales obtenidos de los censos del 2001 y 2010, hace referencia a la cantidad de habitantes de los partidos de Florencio Varela y Quilmes, ambos son muy representativos de los ingresantes de la UNAJ. El texto del problema relaciona las poblaciones de ambos años y de distintos rangos etarios, es propicio para trabajar porcentaje, es acorde al material didáctico trabajado durante el curso. En el problema se señala como en otros casos, que se muestre como se llega a la respuesta de la pregunta planteada.

En la consigna del problema se pide obtener una cantidad absoluta a partir de un porcentaje, deberán releer el problema y seleccionar el dato correcto de entre todos los brindados, para poder realizar una representación semiótica adecuada, será necesario que tanto la representación como los tratamientos sean correctos y para ello deberá haber adquirido la conceptualización de porcentaje.

Se realizaron observaciones de todas las evaluaciones de la muestra, se seleccionaron las que alcanzaron calificación 1, 2 y 3 para la escala Likert establecida y se escogieron siguiendo los criterios establecidos en el capítulo 6.

En la tabla 14 se recuerda la rúbrica correspondiente al ítem 7:

Tabla 14

Rúbrica del ítem 7

Rúbrica de Racionales (Porcentajes)				
Ítem 7	Calificación			
	No resuelve o Resuelve mal	Incipiente	En proceso	Consolidado
Establecer cantidades absolutas a partir de porcentajes	No resuelve o, si lo hace, selecciona datos y variables incoherentes con la consigna solicitada	I)Selecciona los datos adecuados, pero los relaciona erróneamente a partir de los cálculos. II)Selecciona algún dato erróneamente y comete además errores de cálculo (por más que ellos hayan sido planteados correctamente)	I)Selecciona los datos adecuados y los relaciona coherentemente con la consigna, pero comete errores de cálculo menores. II)Plantea y realiza correctamente los cálculos, pero selecciona un dato no adecuado (posible distractor no del todo incoherente)	Selecciona adecuadamente los datos, plantea y resuelve correctamente los cálculos e interpreta correctamente los resultados obtenidos.

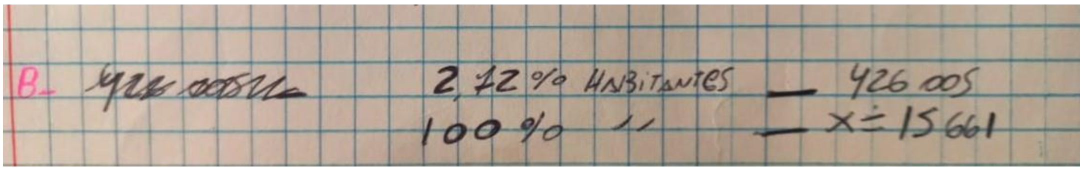
En las siguientes resoluciones se pueden destacar la utilización “casi” mecánica de resolución por regla de tres simple. La utilización de la calculadora genera un conflicto en la representación que las y los estudiantes tienen del número decimal, la utilización de la coma y el punto en el registro de la calculadora es diferente al registro habitual de escritura en nuestro país, podríamos hablar del mismo registro de escritura decimal pero tal diferencia los hace distintos. Es elevado el porcentaje de estudiantes dentro de calificaciones más bajas que no comprende la representación obtenida de la calculadora. Solo mostraremos algunos ejemplos de las dificultades que surgieron, donde prevalece la falta de sentido que obtienen del número final obtenido.

En Fandiño (2009) se señala que está bien utilizar varios registros semióticos para tratar de construir un concepto (noética), pero el uso excesivo puede ser un obstáculo, por eso es necesario introducirlos uno a la vez. En este caso el registro aparece espontáneamente en la calculadora, no es introducido por el docente, pero el conflicto aparece ya que es posible que las y los estudiantes no hayan tenido previamente entrenamiento en la lectura de los mismos, no comprenden acabadamente el significado de la coma y el punto en una calculadora científica, por ejemplo, el resultado del problema del tema 2, se ve en determinadas calculadoras, como: 15,661,948.53 y el del tema 3 como: 13,834,346.67.

En la resolución 17 (fig. 22) se observa un establecimiento correcto de los datos al utilizar regla de tres simple, el 2.72% corresponde a los 426005 habitantes de Florencio Varela, y el 100% es el valor por buscar, paradójicamente obtiene un valor menor a 426005, no parece interpretar el resultado que obtiene, interpreta la primera coma como separación de unidades de mil y cienes descuida todo el resto del número.

Figura 22

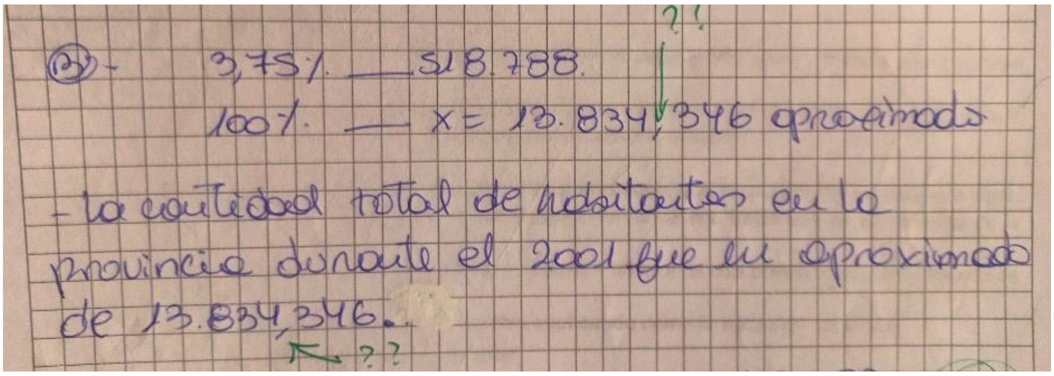
Resolución 17



En la resolución 18 (fig. 23), trabaja con el problema del tema 3, la coma que separa los millones de los miles la transforma a punto y la coma que separa los miles de los cienes, la interpreta como la separación de la parte entera de la parte decimal.

Figura 23

Resolución 18


(13)- 3,75% ___ 518.788.
100% ___ x = 13.834,346 aproximado
- la cantidad total de habitantes en la provincia durante el 2001 fue de un aproximado de 13.834,346.

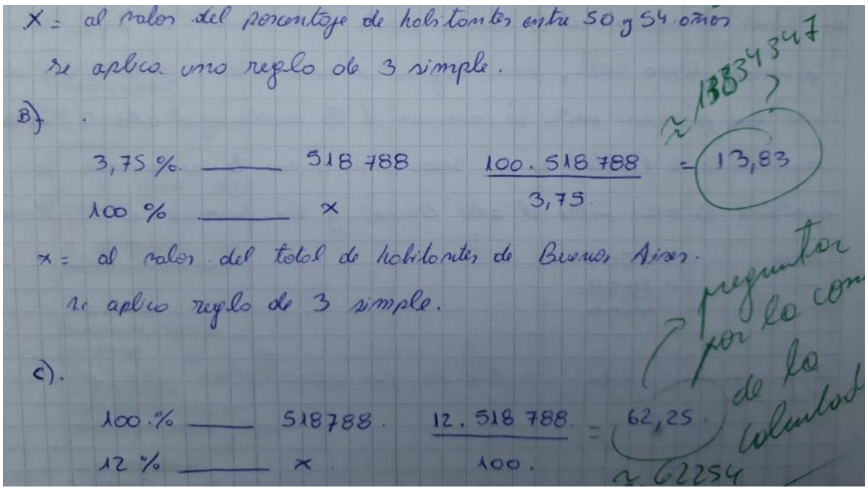
?!

??

En la resolución 19 (fig. 24), la primera coma de izquierda a derecha, es interpretada como separación de la parte entera de la parte decimal, desestimando todo el resto del número, el único argumento escrito de parte de la alumna es que aplica regla de tres simple, los valores son colocados correctamente para su resolución, pero la falta de interpretación del registro obtenido de la calculadora no solo provoca una escritura errónea en la representación decimal, sino que se evidencia el error en la conceptualización de lo que representaría el 100%. En ninguna de las tres resoluciones expuestas se logra una interpretación del sentido del número obtenido en relación con el contexto del problema.

Figura 24

Resolución 19


x = al valor del porcentaje de habitantes entre 50 y 54 años
se aplica una regla de 3 simple.
B)
3,75 % ___ 518 788 $\frac{100 . 518\ 788}{3,75}$ = 13,83
100 % ___ x
x = al valor del total de habitantes de Buenos Aires.
se aplico regla de 3 simple.
c).
100 % ___ 518788. $\frac{12 . 518\ 788}{100}$ = 62,25
12 % ___ x.

≈ 13834347 ?

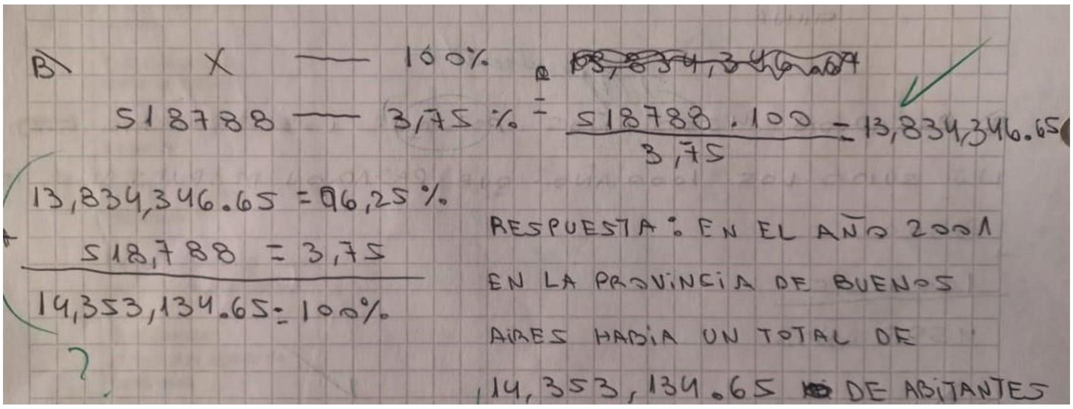
preguntar por la com de la calculad

≈ 62254

En la resolución 20 (fig.25) deja comas y punto como lo obtiene en la calculadora, pero no logra interpretar la regla de tres simple que plantea. El resultado que obtiene de la misma no lo considera el 100%, sino el 96.25%, dificultad que surge de pensar erróneamente en la diferencia 100% - 3.75%.

Figura 25

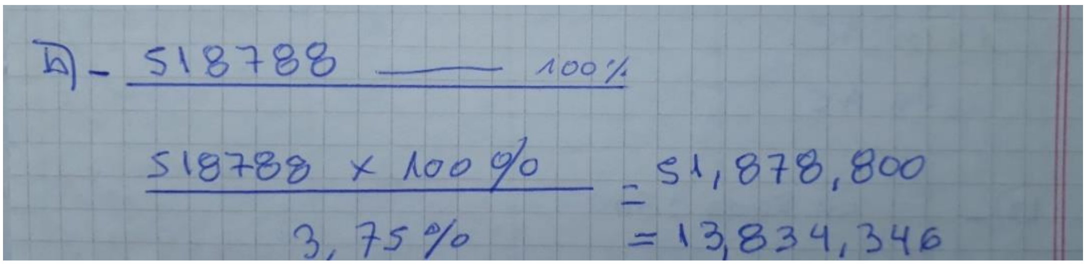
Resolución 20



En la resolución 21 (fig. 26) deja las comas como se da en la calculadora y no responde a la pregunta, tampoco coloca el punto. Es posible que en esta resolución se interprete correctamente la coma y el punto, desestima correctamente la parte decimal que aparece en la calculadora, lo realiza correctamente ya que se trata de personas. De todas formas, no resulta correcto expresar el número con comas. En relación al sistema de representación semiótico en los diferentes registros, hay dificultades para realizar la conversión. Es posible que sea la razón que no permite argumentar una respuesta o responder siguiendo un razonamiento equivocado.

Figura 26

Resolución 21



En relación a esto último señalado, es común ver mal las respuestas escritas, utilizando el número con su parte decimal. Las formas de comunicar una respuesta no corresponden al contexto del problema, se pierde el sentido numérico al informar una población de personas con números decimales, se desconoce la aproximación como una solución posible, es necesario aclarar, que si solo se tratase de este error, estaría calificado en proceso y se debería indicar en la devolución, a modo de ejemplo, se pueden observar las resoluciones 22 y 23 (figuras 27 y 28), donde se resuelve correctamente y se responde de forma no apropiada.

Figura 27

Resolución 22

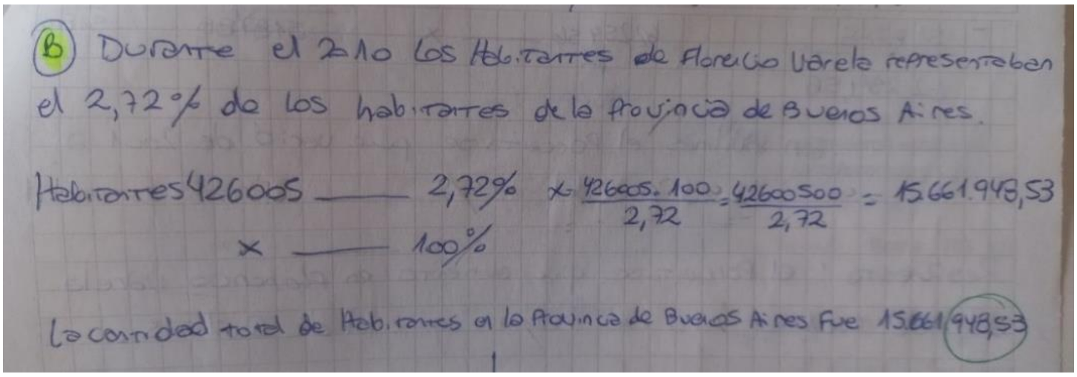
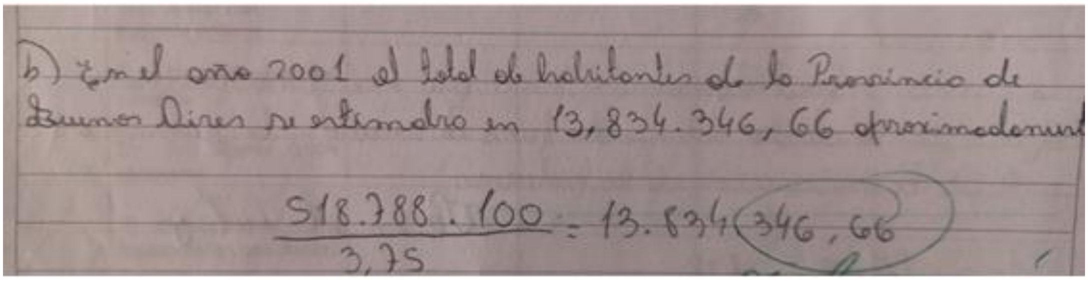


Figura 28

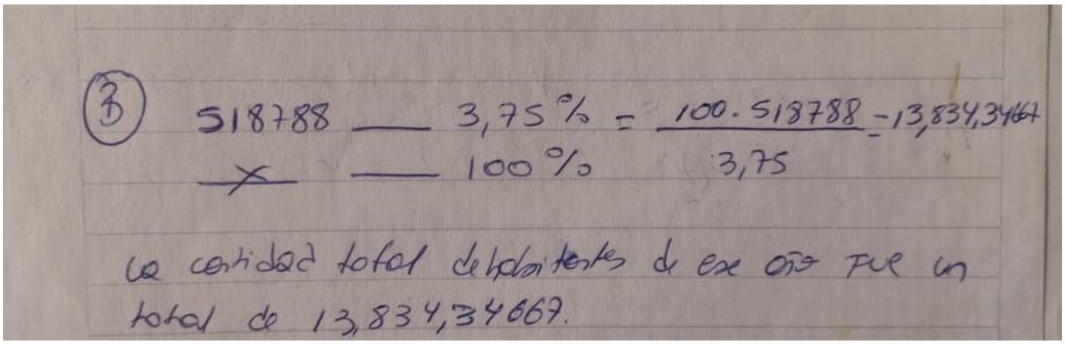
Resolución 23



En la resolución 24 (fig.29) se obtiene como solución un número que pierde mucho más el sentido al no colocar el punto que separa la parte entera de la decimal. Es posible que no termine de comprender cuál es el número obtenido en la calculadora. Como en otros casos, no puede realizar la conversión a un registro de expresión decimal.

Figura 29

Resolución 24



En la resolución 25 (fig. 30) podemos observar que en la primera línea escribe dos porcentajes, como si 3.75% fuera equivalente a 100%. Posteriormente se realizan correctamente las operaciones, pero sin percibir el error en la escritura de la regla planteada. Se utiliza un sistema de representación expresándolo de forma incorrecta, pero obteniendo una solución correcta. Ésto se plasma sin evidencia ni argumentaciones que le permitan al docente saber si realmente conoce las reglas utilizadas en el tratamiento que realiza sobre el sistema de representación escogido. En otros casos se plantea adecuadamente la regla de tres, pero se desconoce qué tratamiento se debe realizar para obtener la solución. En la resolución 26 (fig.31) se la escribe dos veces cambiando las líneas de posición y la única operación que realiza es una resta de porcentajes, dejándolo inconcluso.

Figura 30

Resolución 25

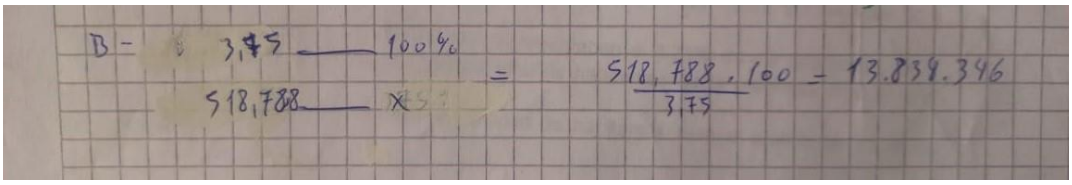
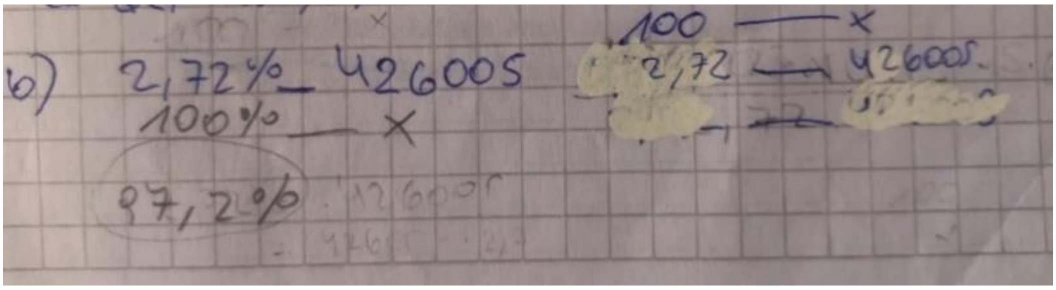


Figura 31

Resolución 26

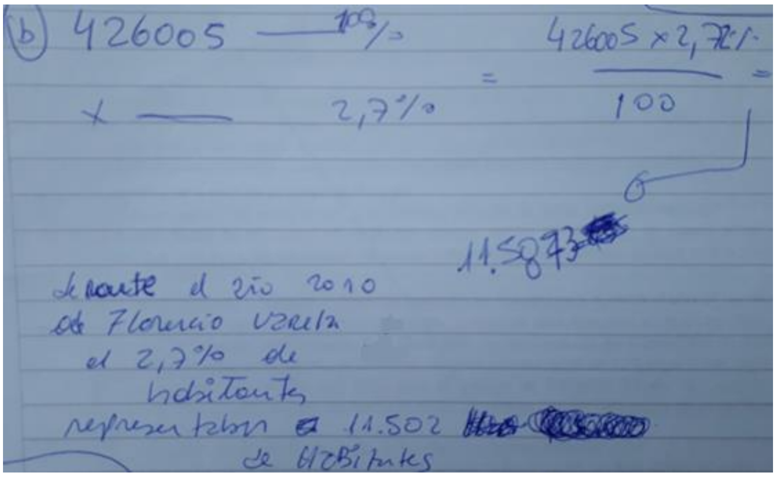


En las resoluciones de la 27, 28 y 29 (fig. 32, 33 y 34), como en la resolución 25, se plantean mal las reglas. En estos casos no se logra interpretar el problema y se considera que el 100 % corresponde a la cantidad de habitantes de un partido y no a la provincia de Buenos Aires, desconociéndose cuál es el entero que hay que hallar. Se calcula el 2.72% de 426005. No se interpreta que los habitantes de Florencio Varela representan el 2.72% de la Provincia de Buenos Aires y que ese porcentaje equivale a 426005 habitantes. Se da el dato de la población de Florencio Varela en registro numérico en dos representaciones, porcentaje (2.72%) y representación de entera (426005). No logran percibir que se trata del mismo dato. Hay una dificultad para reconocer el entero del que establece la parte. Reconocemos esta dificultad en la señalada por Fandiño (2009). En relación con la dificultad de pasar de una fracción a la unidad que el generó. Este tipo de resoluciones evidencian que este tipo de dificultades persisten en educación superior, más allá del marco en la cual fue caracterizada.

En la resolución 27 (fig. 32), se obtiene un número y luego se informa otro. Tampoco se responde a la pregunta ya que hace referencia al resultado obtenido, como la cantidad de habitantes de Florencio Varela, siendo este un dato del problema ya escrito en el planteo de la regla de tres utilizada.

Figura 32

Resolución 27



En la resolución 28 (fig.33), interpreta correctamente que el 2,72% es el porcentaje de habitantes de la provincia de Buenos Aires que corresponden a Florencio Varela, pero como en casos anteriores al escribir la regla de tres considera a los habitantes de Varela como el 100% y se calcula el 2,72% de la cantidad de habitantes de Varela sin analizar la respuesta dada, no percibe que da un número menor de habitantes en la provincia de Buenos Aires que en el partido de Florencio Varela, este error es reiterativo en muchas producciones. Como vemos en la resolución 29 (fig.34) copia el número tal cual obtenido del visor de la calculadora, luego es expresado correctamente en la respuesta, pero sin analizar la cifra más pequeña obtenida.

Figura 33

Resolución 28

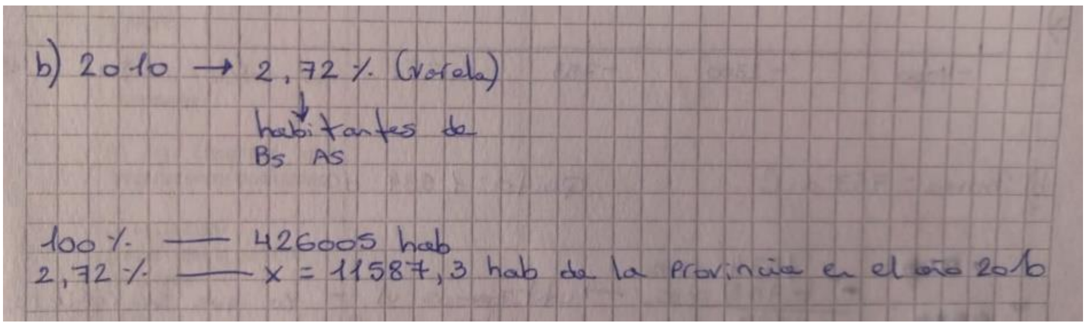
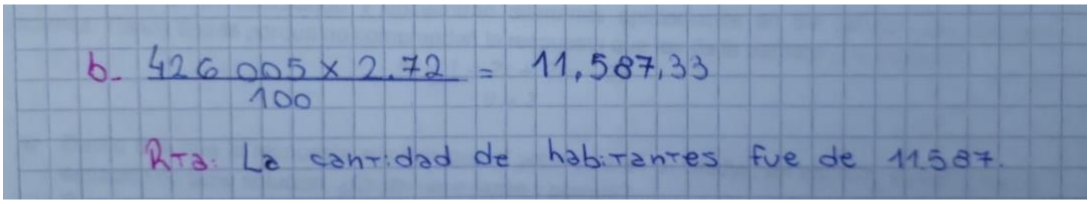


Figura 34

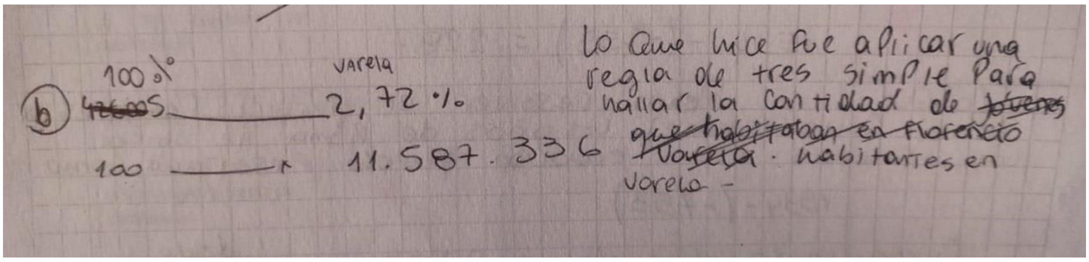
Resolución 29



En la resolución 30 (fig. 35), se observa confusión en el armado de la regla en la primera línea, escribe correctamente que el número 426005 corresponde al 2,72%, luego lo tacha y coloca arriba 100%, el valor que obtiene es de calcular 2.72% de 426005, no logra interpretar el número obtenido en la calculadora, escribiendo 11.587.336. En su explicación aclara que utiliza regla de tres simple para hallar la cantidad de habitantes de Florencio Varela, no de Buenos Aires. En la resolución, el planteo de la regla no es correcto y no se observan las operaciones aritméticas que realiza.

Figura 35

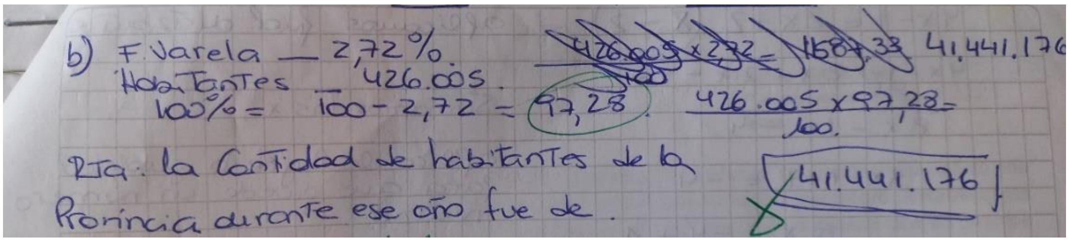
Resolución 30



En la resolución 31 (fig.36), se confunde la parte con el entero, considera que el 100% corresponde a los habitantes de Florencio Varela. Bajo este razonamiento equivocado deja de buscar al entero y realiza la diferencia de 100% y 2,72% para luego calcular el 97,28% de 426005. No reconoce al entero como al 100% y como a la cantidad total de habitantes de la provincia de Buenos Aires. Luego comete un error de cálculo y no reflexiona sobre el resultado obtenido, afirma que la cantidad de habitantes de la provincia fue de 41.441.176.

Figura 36

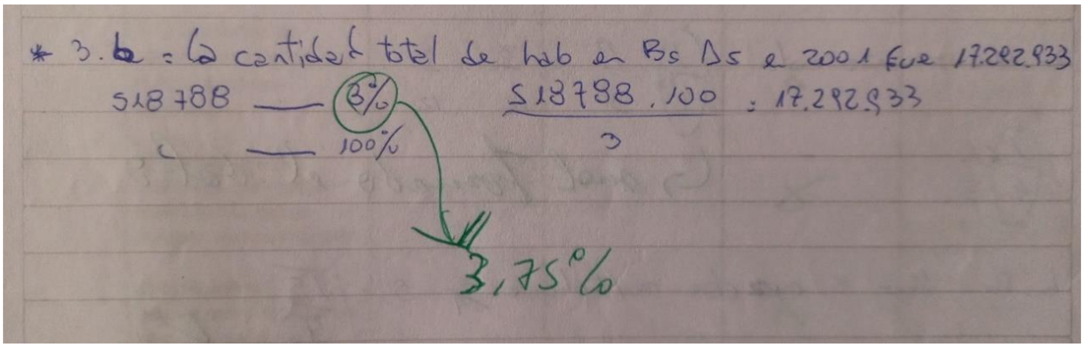
Resolución 31



En la resolución 32 (fig.37), se desprecia la parte decimal del porcentaje, se reconoce al porcentaje como un número con parte decimal nula, en este caso se deprecia casi un punto porcentual, que tratándose de población y números relativamente grandes el error suele ser significativo. En varias evaluaciones se pueden ver este tipo de errores, estamos en presencia de registros numéricos incorrectos con respecto al problema planteado.

Figura 37

Resolución 32

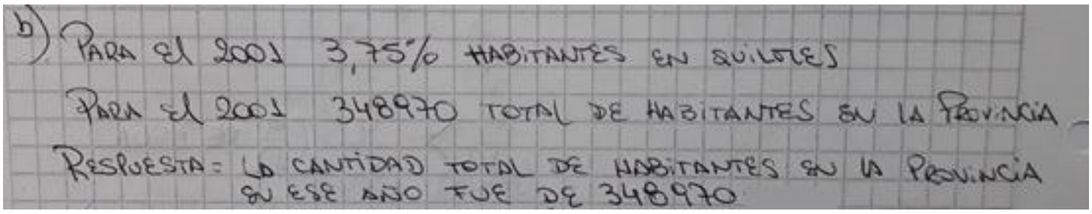


Dentro de la totalidad de resoluciones con puntuación de la escala Likert como 1 o 2, aparecen producciones como las siguientes, donde se pone de manifiesto las dificultades para generar una representación semiótica diferente a una operación aritmética para resolver el problema. En estos casos surge como la única vía posible, los procedimientos se limitan solo a reemplazar y manipular los datos del problema, no se buscan datos ausentes en la redacción, justamente lo que pide la consigna.

En la resolución 33 (fig. 38), se responde que la cantidad de habitantes de la provincia de Buenos Aires es el número 348970, que corresponde a la cantidad de habitantes de Florencio Varela en el 2001, hay claramente una falta de interpretación de la redacción del problema.

Figura 38

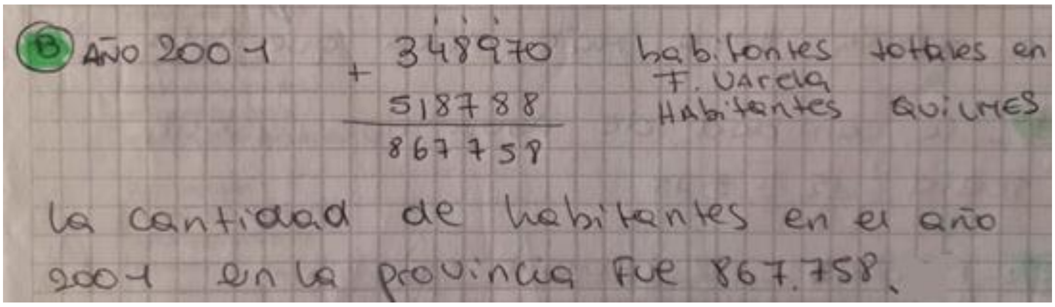
Resolución 33



En la misma "línea", en la resolución 34 (fig.39) se suman los datos de cantidades de habitantes de Florencio Varela y de Quilmes del año 2001, respondiendo que es la cantidad de habitantes de la provincia de Buenos Aires del mismo año. Los datos del enunciado son tomados como todo el contexto posible.

Figura 39

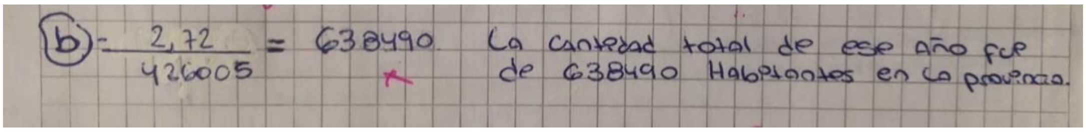
Resolución 34



En la resolución 35 (fig. 40) observamos que se escribe una razón entre dos cantidades de diferente representación, el porcentaje de habitantes en Florencio Varela en el año 2010 y su cantidad absoluta de habitantes del mismo año. El tratamiento es incorrecto y la única relación entre los datos involucrados es el año del que obtiene los datos. Por otro lado, hay un error de cálculo, posiblemente debido al desconocimiento del número que devuelve el visor de la calculadora.

Figura 40

Resolución 35



8.4. Síntesis de las Observaciones del Ítem 7

De las resoluciones analizadas se pone de manifiesto la utilización mecánica de la regla de tres simple, inconvenientes en la interpretación de consignas, dificultad en la argumentación de las respuestas, en muchos casos no se establece conexión entre la cifra obtenida y el contexto del problema, desconocimiento del entero como el 100% razonamientos equivocados para reconocerlo. Reiteramos que este último punto podría estar vinculado con la dificultad de la obtención del entero dada la fracción, señalado por Fandiño (2009) como una de las dificultades que aparecen en el proceso de enseñanza y aprendizaje de fracciones. Destacamos este punto ya que no encontramos evidencia en estudios de educación superior donde se manifieste esta dificultad, en este caso en problemas contextualizados de porcentajes.

En palabras de Duval (2000) la comprensión matemática requiere de una coordinación interna entre los diversos sistemas de representación semióticos posibles que se puedan elegir y utilizar. No sucedería en las resoluciones expuestas, se aplican representaciones sin conceptualización previa, sería muy dificultoso realizar una coordinación interna si no se comprenden: el registro de la calculadora, la representación porcentual y los tratamientos realizados como la regla de tres simple. En el caso particular de la calculadora, al no comprender el registro proporcionado, no se puede realizar una transformación de conversión al registro del lenguaje aritmético, y en casos con mayores dificultades, dicha conversión también es limitada por desconocimiento del sistema decimal.

8.5. Análisis del Ítem 8: Obtención de Porcentajes y Cantidades Relacionadas con Variaciones

El ítem 8 corresponde en el instrumento de evaluación al problema 3 c), por una cuestión de orden continuaremos analizando los temas 2 y 3, siendo el tema 1 una variación de estos, para facilitar el análisis volvemos a copiar los dos temas:

> Problema 3 (Tema 2)
>
> El censo nacional de población, hogares y viviendas realizado en nuestro país durante el año 2010, reveló que el partido de Florencio Varela tenía, 426005 habitantes. El anterior dato relevado, en el censo 2001, había arrojado una cantidad de 348970 habitantes. Como dato de comparación, en el año 2001, se habían registrado 518788 habitantes en el partido de Quilmes, cantidad que aumentó un 12% para el año 2010.
>
> Retomando con algunos valores del año 2010 para el partido de Florencio Varela, la cantidad de habitantes de entre 15 y 19 años era en esa fecha de 43067, mientras que los habitantes de entre 50 y 54 años fueron de 18100.
>
> En base a la información respondé las siguientes preguntas mostrando como lo hacés.
>
> a) Para el año 2010 en Florencio Varela ¿Qué porcentaje representaron los habitantes de entre 15 y 19 años respecto del total?
>
> b) Durante el año 2010, los habitantes de Florencio Varela representaban el 2,72% de los habitantes de la Provincia de Buenos Aires. ¿Cuál fue la cantidad total de habitantes de la provincia durante ese año?
>
> **c) ¿El aumento porcentual de población de Florencio Varela entre los años 2001 y 2010 fue mayor o menor que el del partido de Quilmes? Justificar a partir de los cálculos necesarios.**

Problema 3 (Tema 3)

El censo nacional de población, hogares y viviendas realizado en nuestro país durante el año 2010, reveló que el partido de Florencio Varela tenía, 426005 habitantes. El anterior dato relevado, en el censo 2001, había arrojado una cantidad de 348970 habitantes. Como dato de comparación, en el año 2001, se habían registrado 518788 habitantes en el partido de Quilmes, cantidad que aumentó un 12% para el año 2010.

Retomando con algunos valores del año 2010 para el partido de Florencio Varela, la cantidad de habitantes de entre 15 y 19 años era en esa fecha de 43067, mientras que los habitantes de entre 50 y 54 años fueron de 18100.

En base a la información respondé las siguientes preguntas mostrando como lo hacés.

a) Para el año 2010 en Florencio Varela ¿Qué porcentaje representaron los habitantes de entre 50 y 54 años respecto del total?

b) Durante el año 2001, los habitantes de Quilmes representaban el 3,75% de los habitantes de la Provincia de Buenos Aires ¿Cuál fue la cantidad total de habitantes de la provincia durante ese año?

c) En función de los datos presentados ¿Qué cantidad de habitantes tuvo el partido de Quilmes durante el año 2010?

El ítem 8 está identificado como el que más dificultades causó, su media es de 2,005 y su mediana de 1, son los estadísticos más bajos obtenidos y tiene la asimetría positiva más alta. El 75% de los resultados obtuvieron una calificación menor a 3 puntos de la escala Likert correspondiente a “en proceso” en la evaluación. El 55% obtuvo una calificación de 1, que corresponde con no responder o hacerlo mal.

En el tema 2 se pide comparar la variación porcentual de habitantes del año 2001 a 2010 del partido de Quilmes y de Florencio Varela, debiendo encontrar la variación de este último. En el tema 3 se pide la cantidad de habitantes del partido de Quilmes en el año 2010, dada la variación porcentual producida entre el 2001 y 2010. La rúbrica correspondiente al problema es la misma detallada en el ítem 7, por razones de síntesis no la volveremos a copiar.

De la observación de las muestras, se destaca como uno de los errores más frecuentes hallar equivocadamente un porcentaje que correspondería a una disminución ficticia, ya que se estaría buscando como disminuyó la población del año 2010 al 2001, cuestión que no es cierta ya que el problema plantea explícitamente un aumento. De todas formas, entendemos la posibilidad que la población de determinados lugares pueda disminuir a futuro, pero al tratarse de problemas contextualizados en las zonas que habitan los estudiantes es otro motivo que indicaría descartar esa opción.

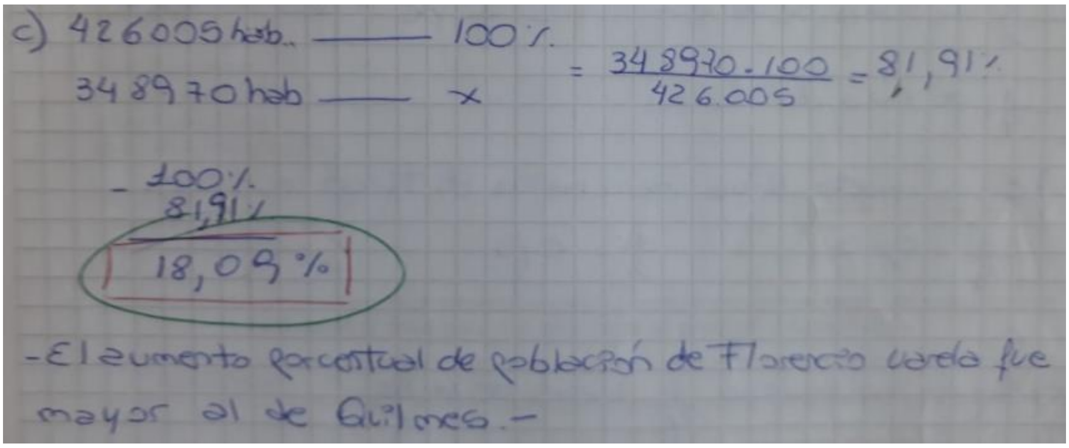
En las resoluciones de la 36 a la 40 (fig. 41 a 45) correspondientes al tema 2, se puede observar lo mencionado, se establece equivocadamente como 100% a la población final del año 2010 y no se percibe que en el procedimiento se encuentra un porcentaje de disminución, en todo caso sería una disminución sin sentido, ya que no se produjo y la población aumentó. La regla se resuelve correctamente, pero sin análisis crítico de lo que se realiza, se pierde el contexto del problema.

El valor correcto de aumento de la población en los años mencionados es de aproximadamente 22% y el valor en estas resoluciones es del 18%, en este caso al tratarse de un porcentaje cercano, quizás sea una razón más que contribuya a la confusión. En otro sentido, no se observan verificaciones al respecto, en ningún caso se prueba que al agregar el 18% a la población del 2001 se obtenga la población del 2010. Las respuestas a las preguntas se realizan sin verificar y el problema permitiría hacerlo, en todo caso son señalamientos a considerar en la devolución y en planificaciones futuras del proceso de enseñanza.

En la resolución 36 (fig. 41) se realiza la regla de tres simple con las poblaciones de los años 2001 y 2010 de Florencio Varela, se plantea como 100% a la población del 2010 y se busca el porcentaje que representa la población del 2001 en relación a la del 2010. Se obtiene un porcentaje de 81,91% y luego se busca la diferencia porcentual, dando 18,09%. No se percibe que el porcentaje obtenido no corresponde al aumento de población. Al plantear la regla de tres simple se desvincula de la representación el orden cronológico, descuidándose los años de las poblaciones para decidir qué población correspondería al 100%, claramente la regla la aplica correctamente, pero sobre un tratamiento equivocado.

Figura 41

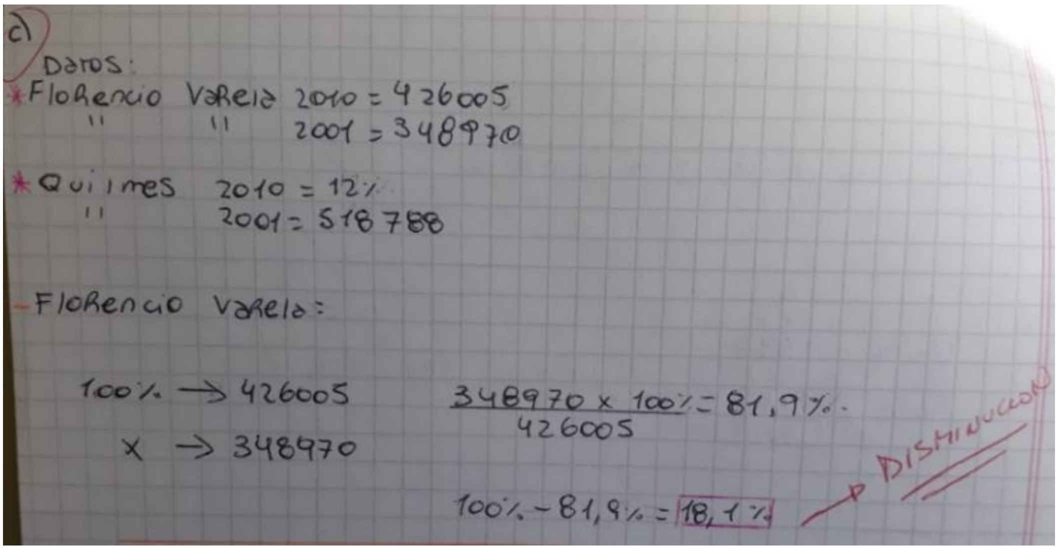
Resolución 36



Similar procedimiento podemos observar en la resolución 37 (fig. 42) y en muchas producciones de la muestra. En este caso, se reescriben los datos del problema en forma descendente, de arriba hacia abajo, en el primer renglón, la población del año 2010 y en el de abajo la del 2001. En otras resoluciones, se los escribe de izquierda a derecha, siguiendo el mismo orden descendente. Coincide con la forma de lectura y escritura. Se debería analizar en qué medida este hecho podría contribuir al error de pensar en una disminución de la población si no se prestara atención a los años.

Figura 42

Resolución 37



En las resoluciones 38 y 39 (fig.43 y 44) se trabaja sobre la diferencia poblacional entre los años dados, esta es de 77035 habitantes. Nuevamente se recurre a la regla de tres simple y se vuelve a cometer el error de no reconocer el significado del 18% obtenido, esta vez de forma directa. Es necesario señalar que la corrección docente debería profundizarse en el diálogo con las y los estudiantes sobre sus producciones. Es correcto que la devolución se considere primordial y como parte del proceso en el desarrollo de este curso evitando que pase a segundo plano, de lo contrario se correría el riesgo de que solo quede la palabra escrita por el docente en la hoja, inconexa de los esquemas de las y los estudiantes.

Figura 43

Resolución 38

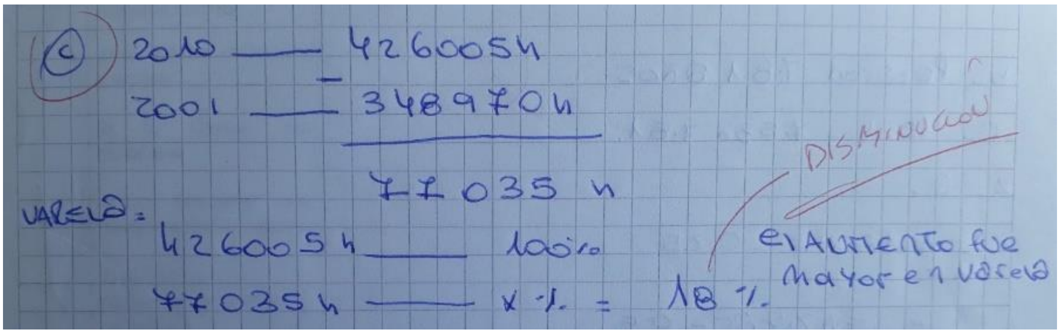
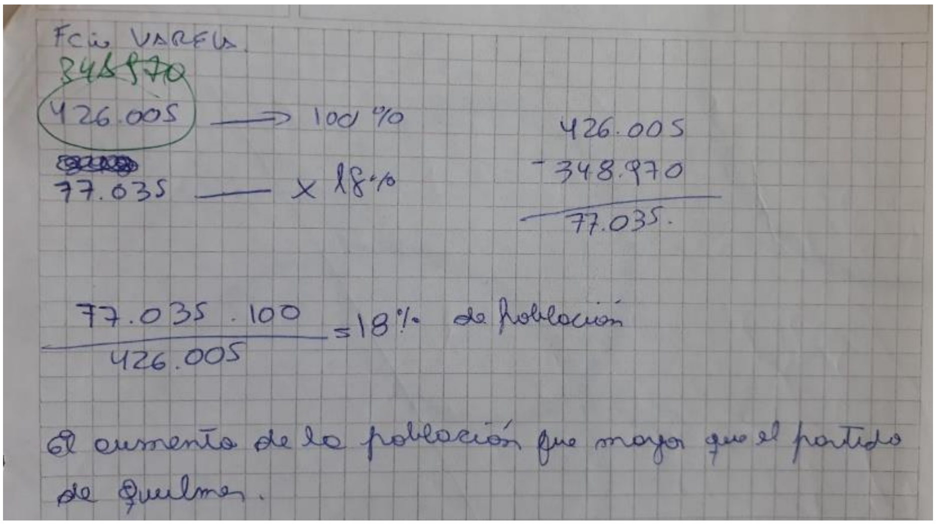


Figura 44

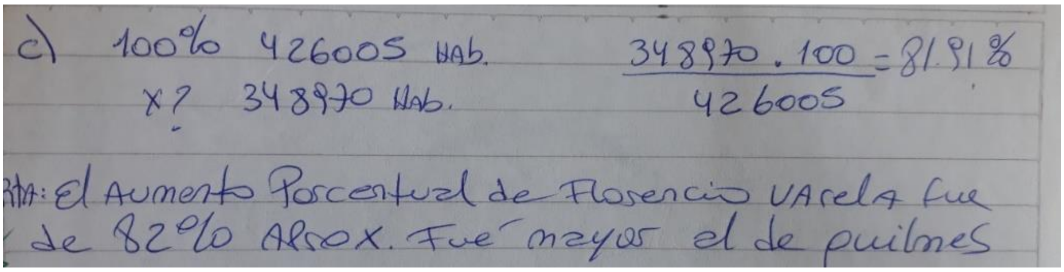
Resolución 39



En la resolución 40 (fig. 45) se sigue considerando como 100% a la cantidad de habitantes del año 2010, se aplica correctamente la regla de tres simple sin lograr interpretar que el procedimiento es incorrecto, el valor obtenido es considerado como el aumento porcentual y no hay introducción del concepto de variación, no se calcula la diferencia entre las poblaciones, y se observa un desconocimiento sobre el valor en sí mismo del porcentaje obtenido, este fue 81,91%. No solamente se evidencia una falta de interpretación del problema, sino también, del significado del número y lo que representaría un cambio de población con el alto porcentaje obtenido.

Figura 45

Resolución 40



En las resoluciones 41 y 42 (fig. 46 y 47) se opta por la utilización de una fórmula de variación porcentual, una representación que aparecerá en reiteradas oportunidades. No se descarta que en algún caso haya sido utilizado como recurso por parte del docente y luego adoptado por las y los estudiantes. En reiteradas resoluciones de la muestra, se observa como estudiantes no logran obtener una conceptualización de esta representación, en diversas oportunidades es olvidada y escrita equivocadamente. Se busca una solución a través de una fórmula que se desconoce y no se analiza el valor final obtenido.

En la resolución 41 (fig.46) podemos observar lo mencionado, se escribe una fórmula equivocada, estableciendo un cociente entre una diferencia de poblaciones de Florencio Varela y 100. El procedimiento queda inconcluso y desiste de responder a la pregunta planteada.

En la resolución 42 (fig. 47) también se escribe 100 en el denominador, sin embargo, no realiza esa operación sino multiplica, escribe una operación y realiza otra, existiría una desconexión entre la representación y el cálculo realizado, tampoco nota que el 18,08% obtenido no corresponde al aumento porcentual buscado. En la corrección, la docente escribe la fórmula correcta, para que dé cuenta de su error, pero la producción deja dudas acerca del sentido que tiene para la estudiante la fórmula empleada, y la corrección, que la fórmula pudo ser utilizada por la docente como recurso.

Figura 46

Resolución 41

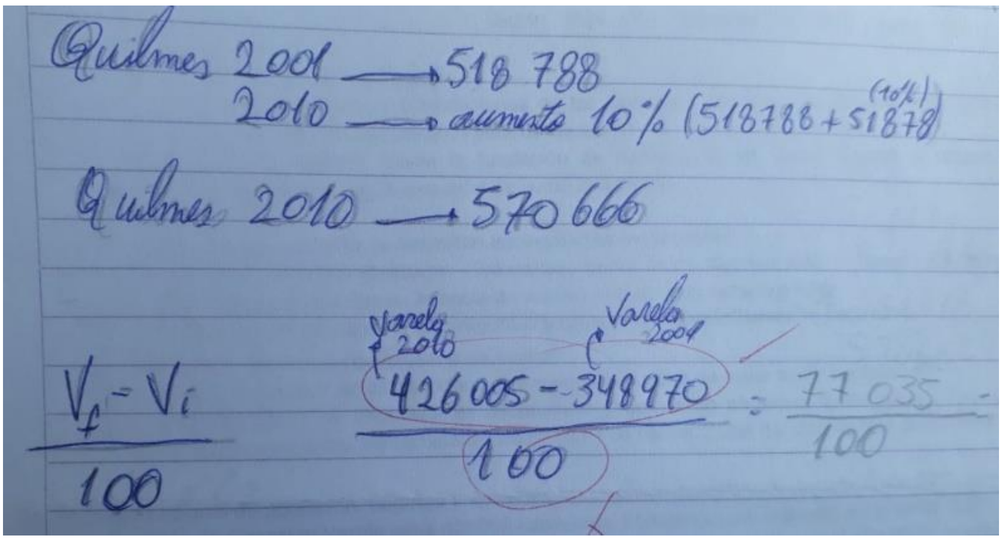
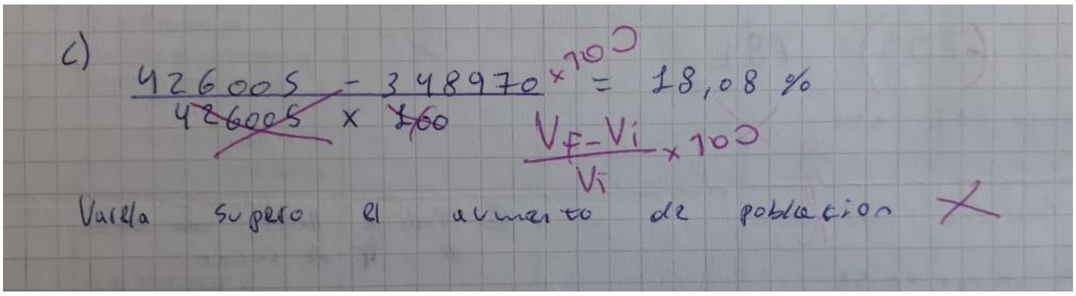


Figura 47

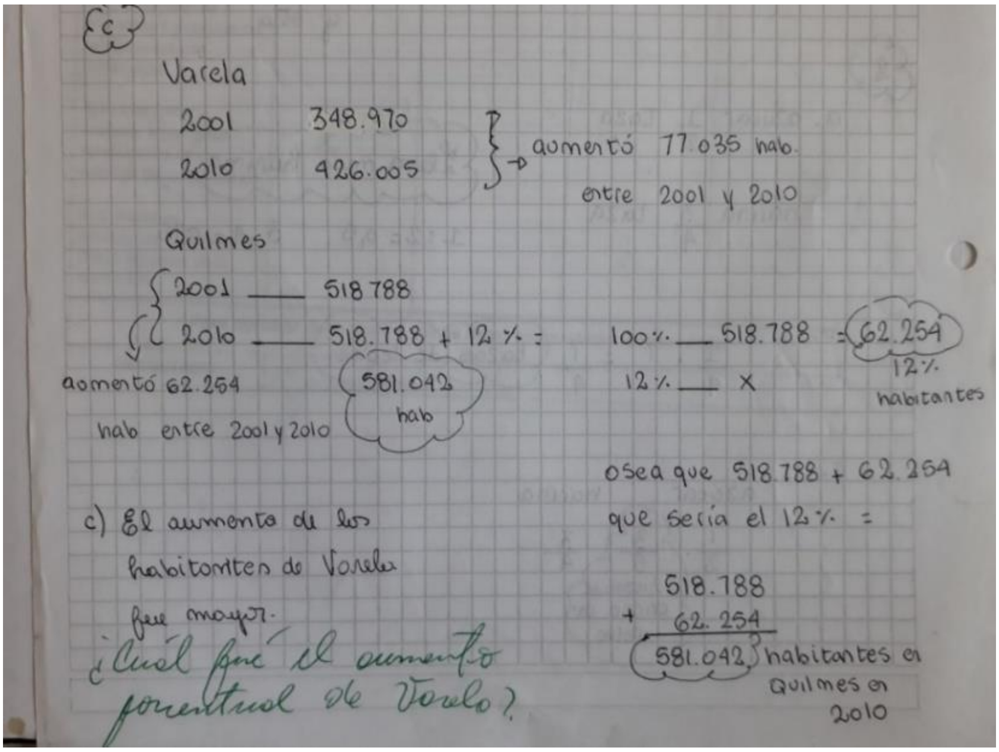
Resolución 42



En la resolución 43 (fig. 48) no parece haber conceptualización del objeto variación porcentual y nunca calcula un aumento porcentual, busca la cantidad de habitantes en que aumentó cada distrito y las compara, no muestra dificultades en el cálculo de un porcentaje, ya que calcula el 12% de aumento de Quilmes correctamente. Casos como éstos se reiteran, el incremento porcentual es interpretado como un aumento de cantidades absolutas. No se realiza la conversión adecuada.

Figura 48

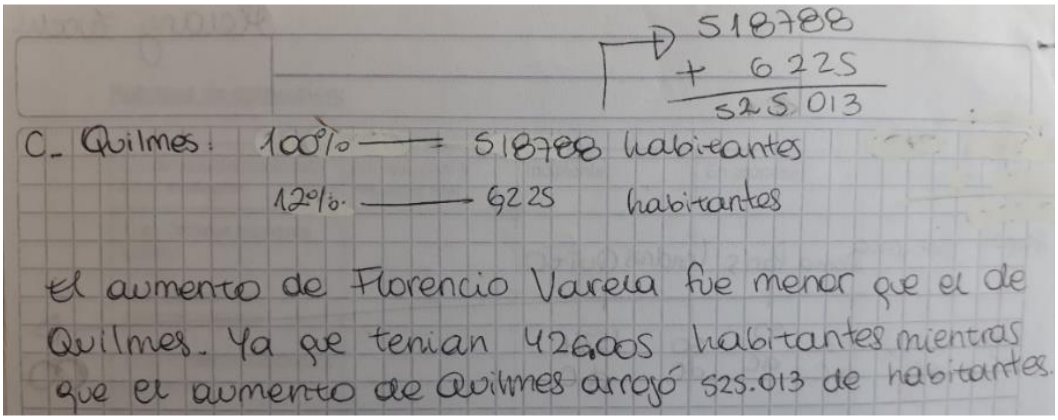
Resolución 43



En la resolución 44 (fig. 49), se calcula el 12% de aumento de Quilmes utilizando regla de tres simple cometiendo un error de cuenta, pero al momento de comparar, sólo tiene en cuenta las poblaciones finales en valores absolutos de ambos distritos del año 2010. Nuevamente observamos que no se interpreta el concepto de variación porcentual: aparecen dificultades para poder relacionar dos registros, no se logra la conversión. Estos procedimientos se reiteran en muchas resoluciones.

Figura 49

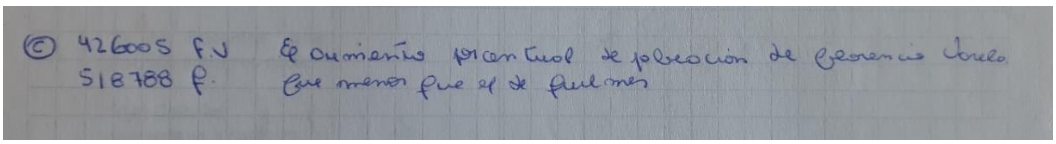
Resolución 44


518788
+ 6225
525.013
C. Quilmes: 100% —— 518788 habitantes
12% —— 6225 habitantes
El aumento de Florencio Varela fue menor que el de Quilmes. Ya que tenian 426.005 habitantes mientras que el aumento de Quilmes arrojó 525.013 de habitantes.

Razonamiento similar se observa en la resolución 45 (fig.50). En este caso la respuesta no deja dudas sobre la falta de conceptualización del objeto matemático, en su argumento las cantidades comparadas de la población de Florencio Varela del año 2010 con la de Quilmes del año 2001 representaría el aumento porcentual pedido.

Figura 50

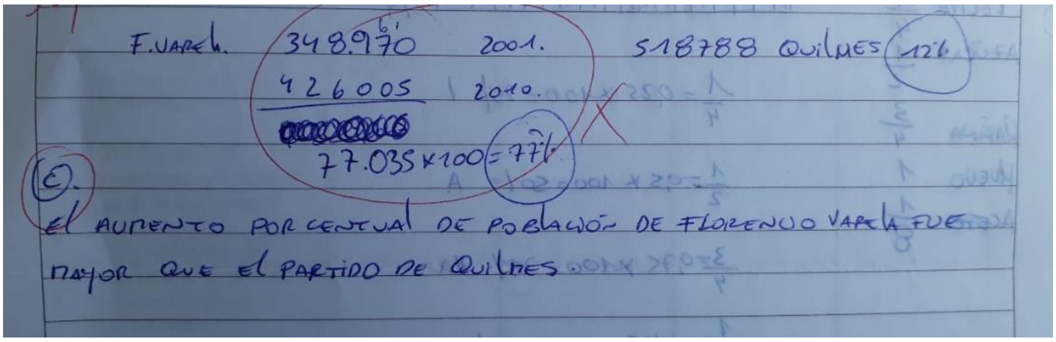
Resolución 45



Errores en cómo obtener la variación porcentual se hacen presentes en muchas producciones. En la resolución 46 (fig.51) se obtiene el aumento de población de Florencio Varela realizando una resta y luego se lo multiplica por 100. Se considera este procedimiento como suficiente para transformar el número en porcentaje y así poder compararlo con el aumento porcentual producido en Quilmes. El tratamiento se limita a una operación aritmética con los datos del problema, se evidencia el desconocimiento de la representación porcentual de un número racional.

Figura 51

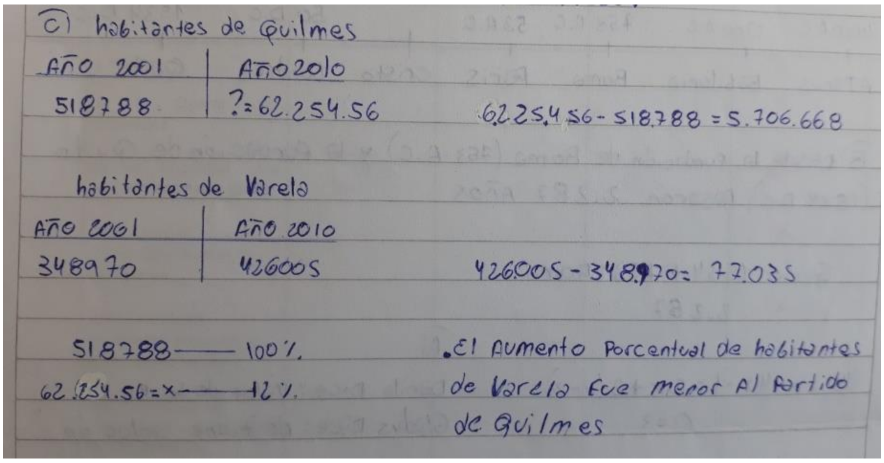
Resolución 46



Como sucedió en ítems anteriores, las dificultades de interpretación de números decimales obtenidos del registro de la calculadora se reiteran en muchas producciones, en la resolución 47 (fig. 52) al calcular el 12% de aumento de 518788 habitantes correspondientes a la población de Quilmes, se obtiene en la calculadora el número 62,254.56. Se puede observar en la resolución a la izquierda, que la coma es copiada como punto, luego es posible que no le encuentre el sentido y reescriba el número como 6.225.456, sin percibir que no se trata de un 12% de aumento y reconociendo a este número como la cantidad final de habitantes de Quilmes del año 2010. En correlación con producciones anteriores se desconoce que tratamiento realizar para obtener un aumento porcentual, se responde que el aumento porcentual de Varela fue menor a partir de un procedimiento equivocado y sin calcular nunca el aumento porcentual de Florencio Varela.

Figura 52

Resolución 47

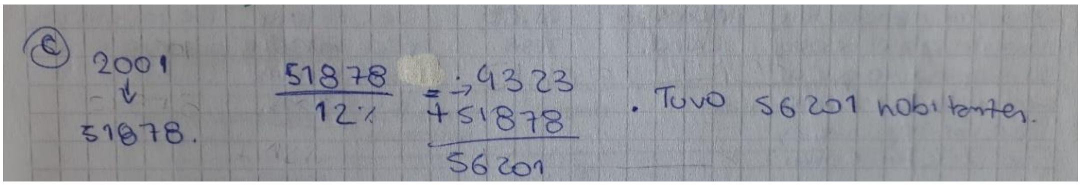


En las producciones siguientes podemos observar las dificultades que surgieron en el tema 3 al querer calcular el 12% de aumento de la población de Quilmes, ante la falta de conceptualización del porcentaje.

En la resolución 48 (fig. 53) se calcula la cantidad de habitantes dividiendo por 12 y sumando ese valor a la cantidad de habitantes inicial (año 2001). El porcentaje es comprendido como una división directa, no se interpreta al 12% como una fracción referida a un todo que representa el 100%, es considerado como 12 partes de la población dada.

Figura 53

Resolución 48



Tanto en la resolución 49 (fig. 54) como en la resolución 50 (fig. 55) se comete un error de cuenta al calcular el 12%. En ninguno de los casos se le suma esa variación a la cantidad inicial, sino que se asume como la cantidad de habitantes que tuvo Quilmes en el año 2010, desconociendo el concepto de variación.

Figura 54

Resolución 49

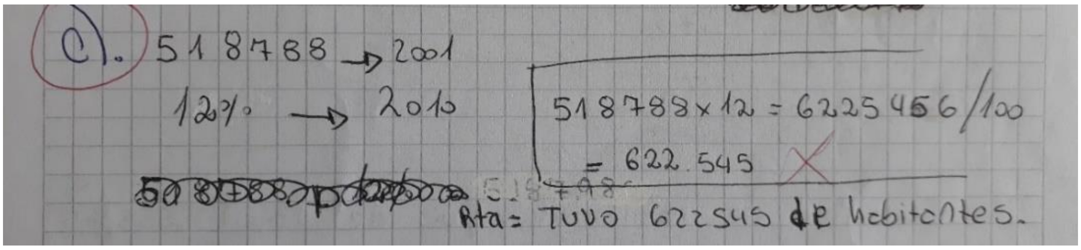
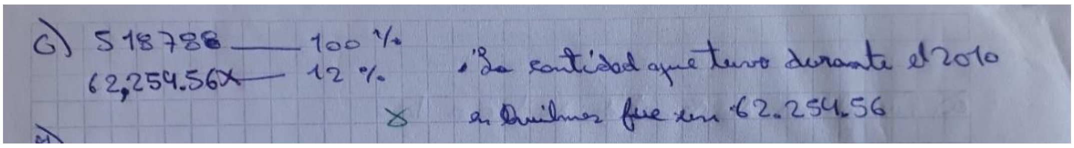


Figura 55

Resolución 50

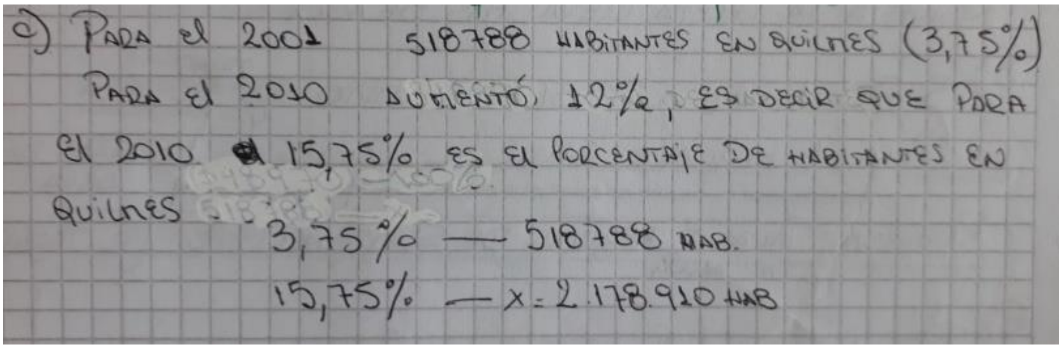


En la resolución 51 (fig. 56) el dato 3,75% es tomado del ítem anterior del problema, donde se indica que corresponde al porcentaje de habitantes que representa Quilmes de la provincia de Buenos Aires en el año 2001, surge una dificultad para reconocer que significa el 3,75%. Se desconoce el entero al que hace referencia y es tomado como una cantidad inicial de habitantes de Quilmes del año 2001. Como bien lo señala en la regla de tres que emplea debajo, luego a 3,75 le suma 12 asumiendo que el 15,75% es el porcentaje de habitantes que tiene Quilmes en el año 2010. A continuación, obtiene un número de habitantes cercano al 320%.

En esta resolución, como en muchas de la muestra, se observa cierta desconexión entre el problema y la representación utilizada, se intenta relacionar datos tomados equivocadamente y se utilizan tratamientos rutinizados como regla de tres simple sin una comprensión cabal de por qué se realizan esas operaciones.

Figura 56

Resolución 51



8.6. Síntesis de las Observaciones del Ítem 8

Las representaciones que más se replican en todas las resoluciones del ítem 8 son regla de tres y la utilización de una fórmula de variación. En los casos que se presentaron, se observan falta de conceptualización de la representación porcentual de un número racional y de variación porcentual. En algunos casos las conversiones realizadas de la lectura del problema a la representación utilizada no son correctas, ya sea por desconocimiento de la regla o fórmula implementada o por una mala interpretación del problema. Se observan casos donde la o el docente corrige la fórmula empleada por las o los estudiantes. Si bien es una posibilidad, no existe evidencia de que la propuesta de la expresión haya sido un recurso de enseñanza. En algunos casos hay errores en los tratamientos donde se presenta una regla o fórmula y no se realizan las operaciones correctas. En otros casos aparecen errores en la comunicación de la solución, se utiliza una representación correcta y se realizan los tratamientos adecuados, lográndose el resultado correcto pero estableciendo argumentos equivocados. No se observan verificaciones de resultados, obteniéndose en ocasiones números totalmente alejados del contexto del problema planteado. Lo más destacado que surge de las observaciones de este ítem es el error para reconocer al entero, el 100% es asignado a la población final. Una hipótesis posible es que al utilizar regla de tres simple se considere al 100% como al número más alto olvidando el contexto del problema.

Lo anterior pone en relieve la necesidad de considerar, en futuras investigaciones, el análisis de las resoluciones consideradas como “consolidadas”. Será necesario preguntarnos e investigar si las y los estudiantes logran la conceptualización o, en cambio, están trabajando sobre representaciones semióticas que sirven para hallar una solución y responder una pregunta. Un procedimiento mecánico que en algunos casos no llegan a comprender, pero les da la solución, aparece aquí, la paradoja cognitiva establecida por Duval (1993).

Capítulo 9: Conclusiones – Limitaciones - Perspectivas

El presente estudio cumple con el objetivo planteado de analizar una propuesta de material didáctico y evaluación de matemática basado en la corrección por rúbricas.

Respecto de la evaluación, no podemos negar el carácter de cierre de ciclo del CPU que la misma supone, lo que la enmarca en una evaluación sumativa respecto de dicha etapa.

Sin embargo, más allá de este aspecto vinculado con el cierre, al considerar la evaluación en el contexto general de los inicios universitarios de la institución, existen varias razones que nos señalan que se trata de una evaluación formativa. Estas son:

- Es un proceso que comienza con el CPU y culmina con la acreditación de matemática inicial.

- Las y los estudiantes que desaprueban no deben volver a realizar el CPU, continúan con los talleres complementarios y no les genera atraso[2]. La instancia del examen no es eliminatoria, sino que permite tanto a docentes como estudiantes, tener una primera referencia del proceso que están transitando que se continúa tanto en el taller complementario o bien en la cursada de matemática inicial.

- El papel de la devolución personal de la evaluación por rúbricas como parte sustantiva del proceso de retroalimentación es central. Las y los docentes dedican una clase completa de dos horas a la devolución de cada estudiante señalando las dificultades específicas que tuvieron.

- El taller complementario comienza inmediatamente finalizado el CPU. Existe una continuidad pedagógica de los contenidos desarrollados, sin la existencia de tiempos excesivos que generen olvidos de los aprendido y de las dificultades señaladas en la devolución.

[2] Las y los estudiantes pueden cursar simultáneamente otros espacios vinculados con su carrera.

- Los docentes son los mismos que dictan el CPU. Al igual que la metodología de trabajo de los talleres complementarios, volviendo a abordar las dificultades particulares de cada estudiante y utilizando la misma estructura de trabajo, lo que proporciona una continuidad didáctica.

Expuestas estas razones es que entendemos al CPU en su conjunto como parte del primer proceso formativo, en relación con el ciclo inicial del área de matemática propuesto por la universidad.

A continuación, se desarrollarán las principales conclusiones a las que se arriba respecto de algunos aspectos sobre el material didáctico y evaluativo en relación con los ítems que presentaron inconsistencias:

En la página 3 y 4 se platearon tres preguntas directrices, los resultados de la investigación aportan respuestas a la tercera de ellas, ya que el enfoque que siguió el desarrollo de este trabajo se centró en investigar la aplicación del material didáctico y evaluativo y detectando las principales dificultades del estudiantado.

Se presentan también las limitaciones y se describen las perspectivas que se abren en la investigación.

9.1. Conclusiones Sobre el Material Didáctico y Evaluativo

La organización del material didáctico en un formato de texto disparador con recorridos orientativos, sugeridos por los autores. Ofrece a las y los docentes de diferente formación una línea de trabajo para su implementación. Si bien existe la imposibilidad de seguir un registro de las intervenciones docentes en la totalidad de los cursos, se observan en la completitud del material el intento de reducir una forma de abordaje expositiva y tradicional.

El material didáctico habilita a realizar intervenciones que potencian la actividad matemática, prevaleciendo situaciones que permiten a estudiantes argumentar y defender sus puntos de vista, interactuar con sus pares, contrastar y comunicar. Todas acciones que pueden contribuir a resignificar o construir conocimiento, realizando transformaciones desde diferentes registros de representaciones semióticas utilizados.

Del análisis cualitativo de la propuesta evaluativa se observa la existencia de continuidad en la estructura didáctica coherente con el material desarrollado durante las clases. Se involucran todos los objetos matemáticos trabajados. La alta confiabilidad obtenida del análisis del instrumento de evaluación nos proporciona un sustento que refuerzan las conclusiones halladas sobre las dificultades de estudiantes en el estudio cualitativo de los ítems. Las actividades que presentan tanto el material como el instrumento de evaluación permiten el reconocimiento del objeto matemático y la representación en algún registro semiótico.

El trabajo de los coordinadores realizado con los docentes al introducir las rúbricas supone el establecimiento de un criterio común. Es posible que se necesite reforzar el trabajo con los docentes para evitar posibles malas interpretaciones de las rúbricas centrales, Incipiente y En Proceso ya que pueden ocasionar ciertas divergencias al momento de la corrección.

A partir del análisis estadístico de la muestra nos encontramos con que los objetos matemáticos que menos dificultades causaron fueron orden y operaciones con números enteros, donde se obtuvieron los estadísticos de mejor desempeño. No señalamos con ello que no existan dificultades en estudiantes, pero sí que la forma de desarrollo y abordaje implementada en el material didáctico permitió la utilización de representaciones semióticas adecuadas, quizás ya utilizadas por la mayoría debido a la conceptualización previa que tienen de números enteros. A su vez, los resultados estadísticos de peor desempeño se refieren a objetos matemáticos vinculados a números racionales, más específicamente a los ítems 5 (hallar una fracción entre dos), 7 (establecer cantidades absolutas a partir de porcentajes), 8 (obtención de porcentajes y cantidades relacionadas con variaciones). La media más baja se obtuvo en el ítem 8. Estos resultados generaron la orientación del estudio cualitativo de posibles causas, dando origen a las conclusiones del análisis de los ítems de nuestro trabajo.

9.2. Conclusiones del Análisis de los Ítems que Presentaron Inconsistencias

A continuación, se detallan las conclusiones referidas a las dificultades más relevantes encontradas en el análisis cualitativo de los ítems, 5, 7 y 8.

Los tres ítems se vinculan a números racionales dados en dos tipos de representación: porcentaje y fracción. Todas las dificultades que se señalarán tienen frecuencia similar de aparición en referencia a su ítem correspondiente. Salvo la 5 que se la puede reconocer como central en el ítem 8 y consecuentemente la número 6 derivada de ésta en caso de estudiantes que utilizaron regla de tres. Las primeras 4 se distinguen por ser transversales a los tres ítems señalados.

1. En muchos casos se argumenta sin validar, siendo problemas que permiten hacerlo. Se reafirma de este modo el papel de la devolución individual para intentar una validación oral generando una reflexión sobre lo realizado.

2. Se evidencian problemas en la lectura de las representaciones de números racionales en el registro de la calculadora, ocasionando dificultad para efectuar la conversión de un sistema de un registro en otro. El error mayoritario se presenta al confundir la coma con el punto.

3. Aparecen casos donde el único esquema de representación para resolver un problema es el cálculo aritmético.

4. Se trabaja únicamente con los datos explícitos del problema. Al no interpretar el problema se soslaya la posibilidad de tener que deducir datos para efectuar algún procedimiento u obtener algún tipo de representación.

5. Se manifiestan dificultades para el reconocimiento del entero en los problemas de variaciones porcentuales, obteniendo equivocadamente la variación al considerar mal el 100%. Sobre la misma dificultad surgen casos donde hay un impedimento para reconocer el entero al que hace referencia un porcentaje o fracción.

6. Se utiliza la regla de tres simple mecánicamente sin analizar los datos que intervienen, en algunos casos se las plantea con datos equivocados, en otros, se las resuelve incorrectamente o no se realiza ningún tipo de tratamiento. Mayoritariamente los resultados obtenidos son considerados como correctos e incuestionables, sin ningún tipo de validación.

7. No se busca la diferencia para establecer la variación porcentual, se comparan sólo valores finales obtenidos por diferencias de cantidades absolutas, respondiendo que se trata de la variación porcentual buscada.

8. Se evidencia una falta de conceptualización del número racional en su representación de porcentaje, consecuentemente no puede ser calculado.

9. La aplicación mecánica no sólo se observa en la regla de tres simple. En algunos casos surgen fórmulas de variaciones porcentuales con errores en su implementación.

10. Se observa un desconocimiento sobre el valor numérico en sí: valores extremos y descontextualizados son considerados solución. No hay criterio de estimación coherente con el problema abordado.

11. Se observan dificultades en el ordenamiento, en la realización de operaciones con fracciones y en el reconocimiento de la propiedad de densidad del conjunto de números racionales. Estas dificultades se observan en el ítem 5 donde los tratamientos que se efectúan del sistema de representación fraccionario son inadecuados y vienen ligados al *fenómeno de number bias.*

12. Falta de conceptualización de la fracción equivalente, lo que trae aparejados errores en el orden de fracciones, utilizando criterios incorrectos de comparación, por ejemplo, comparando denominadores.

13. Se evidencian dificultades en la interpretación del texto de los problemas. Se hallan diferencias porcentuales referidas a aumentos poblacionales descuidando los años para establecer al entero (100%). Se descuida el

orden cronológico y el entero es considerado el número de mayor población del último año considerado.

De las dificultades señaladas y en función del relevamiento bibliográfico realizado, no se han encontrado antecedentes de investigaciones relacionadas con el ingreso a estudios superiores, vinculados con algunas de ellas. En particular con las señaladas en los puntos 2, 5, 7, 11 y 12.

9.3. Limitaciones del Estudio

La muestra de estudio fue obtenida en el año 2019. Durante el año 2020 y 2021 el CPU sufrió modificaciones cambiando el material y modalidad por la pandemia que azotó al mundo. Como se observó, es un material didáctico pensado para ser implementado de forma presencial. La obtención de muestras del año 2020 debió ser suspendida. Se pretendían realizar diferentes acciones concernientes a la mejora de recolección de información, como entrevistas a docentes y estudiantes, optimización de la información referidas a las rúbricas para docentes, observaciones áulicas para analizar intervenciones e interacciones entre estudiantes y docentes. No obstante, la muestra con la que contamos, permitió obtener información lo suficientemente valiosa para llevar a cabo los análisis realizados. Otra limitación que se nos presentó, fue la escasa referencia bibliográfica que hay sobre evaluación formativa con rúbricas en el ingreso a estudios superiores. Si bien es un condicionante, también genera una motivación adicional para continuar con nuestra línea de investigación.

9.4. Discusión Final y Perspectivas Posibles

La originalidad se sustenta en varios aspectos:

- Se trata de un estudio de metodología mixta, cuantitativa y cualitativa.

- Se encarga de analizar una propuesta didáctica y evaluativa por rúbricas de corrección en el ingreso a estudios superiores.

- Es realizado en una universidad del conurbano a la que ingresan aproximadamente 9000 estudiantes por año.

- Los resultados pueden servir de puente de articulación y reflexión entre la matemática enseñada en la secundaria de la región y los estudios superiores de varios distritos al que pertenece el estudiantado.

A partir de los resultados obtenidos la perspectiva central es la elaboración de criterios de mejora de materiales para el ingreso a estudios superiores, con la posibilidad de volver a aplicarlo en ingresos futuros y/o materiales de articulación con la escuela secundaria. Se deberán estudiar específicamente las formas y alternativas de las mejoras, ya sean en el material didáctico como en la evaluación por rúbricas.

Queda abierta la oportunidad para estudiar en qué medida factores como el trabajo en grupos y colaborativo implícitos en la propuesta didáctica influyen en proceso de enseñanza y aprendizaje en el ingreso universitario. Analizar si esas formas de abordar las clases de matemática sirven de estrategias didácticas concernientes a mejorar la vinculación entre pares, con el docente y en relación a los objetos matemáticos involucrados.

Los resultados obtenidos con la evaluación no nos alejarían de un instrumento de evaluación tradicional en relación a la cantidad de aprobados y reprobados, si solo focalizáramos en ese aspecto. Sin embargo, la evaluación implementada permitió identificar con claridad las principales dificultades y obstáculos que surgen en el tratamiento de los objetos matemáticos presentados y con alta confiablidad. A su vez, al tratarse de una evaluación con rasgos formativos y en una continuidad coherente con el trabajo áulico, las dificultades halladas cobran mayor relevancia ya que se puede asegurar que no surgen del o por el instrumento. Esta continuidad y coherencia es el aspecto más distinguido que debería prevalecer en una evaluación formativa. Una de las limitaciones de nuestro estudio es el análisis del alcance de las rúbricas a través de la devolución, y es lo que nos abre otra perspectiva de estudio futuro.

El IEI se encarga del acompañamiento de las trayectorias educativas en matemática de las y los estudiantes con dificultades, el registro y seguimiento del proceso de aprendizaje de estas y estos estudiantes es un material valioso para la mejora del instrumento de evaluación por rúbricas. La potencialidad de los rasgos formativos de la evaluación no se ha podido medir en el presente estudio. Conocer si la implementación de tales aspectos llegó a tiempo, sería un aporte valioso de información para continuar el presente estudio y enriquecerlo.

Por otro lado, el trabajo se entrecruza con una realidad no esperada para la humanidad en estos años, la labor docente tuvo un giro necesario y en algunos casos forzoso hacia enseñanza de manera virtual. El replanteo de materias antes presenciales a bimodales o virtuales, es una realidad que se vislumbra desde antes de la pandemia, terminándose de afianzar en este último año. El análisis realizado nos da la oportunidad de profundizar sobre abordajes que corren el eje de una enseñanza tradicional de matemática en el ingreso a estudios superiores, a una enseñanza que intenta focalizar en la actividad matemática, y por qué no, en la actividad matemática transversal. Los resultados obtenidos abren la perspectiva para profundizar en el estudio y el desarrollo de materiales didácticos con evaluación formativa de forma virtual.

Referencias

ABRATE, R.S., POCHULU M.D., VARGAS J.M. (2006). *Errores y Dificultades en Matemática: Análisis de causas y sugerencias de trabajo.* Universidad Nacional de Villa María. Córdoba.

ALCÓN, M., MENÉNDEZ, J. (2018). El diseño de rúbrica: algunos aspectos claves. *Observar. Revista Electrónica De Didáctica De Las Artes*, 12, pp.1-19.

ÁLVAREZ MÉNDEZ, J.M. (2001). *Evaluar para conocer, examinar para excluir*. Madrid. Morata.

AMAGO L. (2006). *Desgranamiento en el primer año de la universidad. Cohorte 2005*. Informe de resultados. Universidad Nacional de General Sarmiento. Los Polvorines.

ARCHENTI, N., MARRADI, A., PIOVANI, J. I. (2007). Metodologías de las Ciencias Sociales. Buenos Aires. Emecé Editores.

AREA MOREIRA, M. (2018). Hacia la universidad digital: ¿dónde estamos y a dónde vamos? *RIED. Revista Iberoamericana de Educación a Distancia*, 21(2), pp. 25-30. Disponible en: http://dx.doi.org/10.5944/ried.21.2.21801

BELL, A. (1982), *Looking at Children and directed numbers, Mathematics Teaching*, 100, pp. 66 – 72.

BERGER, J (2000). *Optimizing capital, social reproduction and undergraduate persistence*. En Braxton, John (ed).

BIFANO, F. LUPINACCI, L. (2015). *Matemática para todos, ¿para toda la misma matemática? Desafíos y tensiones en el ingreso a la universidad: Relato de una experiencia inclusiva con calidad.* Universidad Nacional Arturo Jauretche. Florencio Varela.

BIFANO, F. LUPINACCI, L. (2019). *C.P.U. Matemática*. Universidad Nacional Arturo Jauretche. Florencio Varela.

BIFANO, F. LUPINACCI, L. PUTICA SINATRA, P. RIBAS L. (2019). *Programa de Matemática C.P.U*. Universidad Nacional Arturo Jauretche. Florencio Varela.

BLAIKIE, N (1991). A critique of the use of triangulation in social research. Quality & Quantity: International Journal of Methodology, 25(2), pp. 115-136. Disponible en: https://ideas.repec.org/a/spr/qualqt/v25y1991i2p115-136.html

BOOTH, L. (1984). *Algebra: Children's Strategies and Errors. A Report of the Strategies and Errors in Secondary Mathematics Project*. New Windsor, Berkshire, England: NFER-Nelson Publishing Co.

BORBA, R.E. (1995), *Understanding and operations with integers: difficulties and obstacles.* Proceedings of the 19th international Conference of PME, Brasil. *vol. 2*, pp. 226 -231.

BOURDIEU, P (2005). *Capital cultural, escuela y espacio social*. Buenos Aires. Siglo XXI.

BROUSSEAU, G. (1983). *Les obstacles épistemologiques et les problémes en mathématiques.* Recherches en Didactique des Mathématique, 4(2), pp.165 – 198.

BROWN, S. (2006). *Assessment is the most important thing we do for HE students*. London, The Open University. Disponible en: http://stadium.open.ac.uk/perspectives/assessment.

BRUNO A. (1997). La enseñanza de los números negativos: aportaciones de una investigación*. Números. Revista de didáctica de las matemáticas. N°29*. pp. 5 – 18.

CANO, E. (2015). Las rúbricas como instrumento de evaluación de competencias en educación superior: ¿uso o abuso? *Profesorado. Revista de currículum y formación del profesorado.* Universidad de Barcelona. Disponible en: https://www.ugr.es/~recfpro/rev192COL2.pdf

CARNELLI, G. (2014). *Matemática en el Ingreso a las Universidad Nacionales Argentinas: Análisis de propuestas de actividades de aprendizaje*. [Doctoral dissertation, Tesis doctoral. Unidad de Palermo]. Facultad de Ciencias Sociales. Disponible en: researchgate. net/publication/341272571_Carnelli-TesisDoctoral

CEPAL, N. OTTONE, E. SOJO, A., (2007). Cohesión social: inclusión y sentido de pertenencia en América Latina y el Caribe. Disponible en: https://repositorio.cepal.org/handle/11362/2812

CHIROLEU A. (1998). Acceso a la universidad: sobre brújulas y turbulencias. *En Pensamiento Universitario.* Año 6. N°7. Pp.3-11. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_nlinks&ref=5131308&pid=S0185-26982005000300006&lng=es

CHIROLEU A. (2013). ¿Ampliación de las Oportunidades en la Educación Superior o Democratización? Cuatro experiencias en América Latina. *Actualidades investigativas en Educación*, volumen 13, número 3, pp. 1-24.

CID, E. (2000). Obstáculos epistemológicos en la enseñanza de los números negativos. *Actas de las XV Jornadas del Seminario Interuniversitario de Investigación en Didáctica de las Matemáticas. Boletín del SI-IDM, 10. Zaragoza*. I.C.E. Universidad de Zaragoza. Disponible en: http://www.ugr.es/~jgodino/si-idm/Cangas/Negativos.pdf

CID, E. (2002). Los modelos concretos en la enseñanza de los números negativos. *Actas de las X Jornadas para el Aprendizaje y Enseñanza de las Matemáticas 2.* pp.529-542. Zaragoza: I.C.E. de la Universidad de Zaragoza.

COLS, E. (2008). Saber aprender y estudiar en la universidad: una indagación desde la perspectiva de los estudiantes. Los Polvorines. Universidad Nacional de General Sarmiento. Secretaría Académica. Equipo de Estudios y Evaluación Académica.

CRESSWELL, J., VICKY PLANO, C. (2011). *Designing and Conducting Mixed Methods Research*. Thousand Oaks: Sage.

D'AMORE, B. GODINO, JUAN D. (2007). El Enfoque Ontosemiótico como un desarrollo de la Teoría Antropológica de Didáctica de la Matemática. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*. 10(2). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa. Distrito Federal, México. pp. 191-218.

DEL PUERTO, S., MINNAARD C. L., SEMINARA S. (2006). Análisis de los errores: una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las Matemáticas. *Revista Iberoamericana de Educación*. 38. Disponible en : https://digital.cic.gba.gob.ar/handle/11746/4668

DEL PUERTO, S., SEMINARA S. (2011). Devolución de la evaluación: una experiencia innovadora en el aula de matemática en el nivel superior. *Revista Iberoamericana de Educación N°64*, pp. 115-126. Buenos Aires. Disponible en: http://funes.uniandes.edu.co/20818/

DENZIN, N. (1978), The research act: A theoretical introduction to sociological methods. Nueva York: McGraw Hill.

DORANTES NOVA, J. A., TOBÓN S. T. (2017). Instrumentos de evaluación: rúbricas socioformativas. *Praxis Investigativa ReDIE: revista electrónica de la Red Durango de Investigadores Educativos*, 9(17), pp. 79-86. Disponible en: https://dialnet.unirioja.es/servlet/articulo?codigo=6560025

DUVAL, R. (1993). Registres de représentation sémiotique et fonctionnement cognitif de la pensé. *Annales de Didactique et de Sciences Cognitive.* 5. pp. 37- 65.

DUVAL, R. (2000). Basic Issues for Research in Mathematics Education. En: T. Nakahara and M. Koyoma (Eds). Proccedings of the 24th Conference of the International Group for the Psycology of Mathematics Education I. pp.55-69. Hiroshima University.

DUVAL, R. (2004). Semiosis y pensamiento humano: registros semióticos y aprendizajes intelectuales. Programa Editorial Universidad del Valle. Cali.

DUVAL, R. (2006). Un tema crucial en la educación matemática: La habilidad para cambiar el registro de representación. *La Gaceta de la RSME*. Vol 9.1. pp 143-168. En http://gaceta.rsme.es/english/abrir.php?id=546

EZCURRA, A. (2005). Diagnóstico preliminar de las dificultades de los alumnos de primer ingreso a la Educación Superior. *Perfiles Educativos, XXVII* (107). pp. 118 – 133.

EZCURRA, A. (2011). *Igualdad en educación superior. Un desafío mundial*. Buenos Aires. Universidad Nacional General Sarmiento

FANDIÑO, M.I. (2005). *Le frazioni, aspetti concettuali e didattici*. Tesis de doctorado. Universidad de Bologna. Italia.

FANDIÑO, M. I. (2009). Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos. Bogotá. Editorial Magisterio.

FORNI, P., DE GRANDE, P. (2020). Triangulación y métodos mixtos en las ciencias sociales contemporáneas. *Revista mexicana de sociología*, 82(1), 159-189. Disponible en: http://www.scielo.org.mx/scielo.php?pid=S0188-25032020000100159&script=sci_arttext

GALLARDO, A. (2002). La extensión del dominio de los números naturales a los números enteros en la transición de la aritmética al algebra. *Estudios Educativos en Matemáticas*. 49(2). pp. 171-192.

GALLARDO, A. y HERNÁNDEZ, A. (2005). The Duality of Zero in the Transition from Arithmetic to Algebra. Helen L. Chick and Jill L. Vicent (eds.). Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education. Melbourne. Australia. University of Melbourne, V.3 pp. 17-24.

GLAESER, G. (1981). Epistémologie des nombres relatifs*. Recherches en Didactique des Mathématiques*. 2(3). pp. 303-346.

GODINO, J.D. (2004). Didáctica de las Matemáticas para Maestros. Departamento de Didáctica de la Matemática. Facultad de Ciencias de la Educación. Universidad de Granada.

GONZÁLEZ-FORTE, J. M., FERNÁNDEZ VERDÚ, C., LLINARES, S. (2019). El fenómeno natural number bias: un estudio sobre los razonamientos de los estudiantes en la multiplicación de números racionales. Disponible en: http://rua.ua.es/dspace/handle/10045/100918

HERRERA, J. L. y ZAPATERA, A. (2019). El número como cantidad física y concreta un obstáculo en el aprendizaje de los números enteros. *PNA* 13(4). pp. 197-220. Editorial Universidad de Granada. España.

JANVIER, C. (1983). The understanding of directed numbers*. In Proceedings of the 15th Annual Conference of the North American Chapter of PME*. pp. 295 – 300. Montreal

KÜCHEMANN, D. E. (1980). Children's Understanding of Integers. *Mathematics in School*. 9. pp. 31-32.

KÜCHEMANN, D. E. (1981). Positive and negative number. *In Hart, K. (ed.) Children's Understanding of Mathematics*. pp. 11-16, 82-87. John Murray. London.

LIEBECK, P. (1990). Scores and forfeits-an intuitive model for integer arithmetic. *Educational Studies in Mathematics.* 21. pp. 221-239.

MALET, O. (2016). Matemática, ingreso a la universidad e inclusión: tensiones y alternativas. Ediciones Novedades Educativas. Buenos Aires. Disponible en: http://enfoqueontosemiotico.ugr.es/documentos/OMalet_2016.pdf

MENZALA – PERALTA, C. C., y ORTEGA - MENZALA, E. (2021). Rúbrica como instrumento de evaluación en educación superior. *Dominio de las Ciencias*, *7*(4), 1020-1034. Disponible en: https://www.dominiodelasciencias.com/ojs/index.php/es/article/view/2145

MORALES VALLEJO, P. (2010). La evaluación formativa. *Pedro Morales. Ser profesor: una mirada al alumno*. 2° edición. Capítulo II. pp.33-90. Guatemala: Universidad Rafael Landívar. Disponible en: www.upcomillas.es/personal/peter/otrosdocumentos/Evaluacionformativa.pdf.

MURRAY, J.C (1985). Children's informal conceptions of integer arithmetic. In *proceedings of the international conference for the psychology of mathematics education.* Vol. 1, pp.147 -153. Utrecht. the Netherlands: The State University of Utrecht.

NARDONI, M., CAMARA, V., POCHULU M. (2015). Evaluando la comprensión de los números racionales en estudiantes que culminan la escuela secundaria. *Yupana. Revista de Educación Matemática de la UNL*. 8, pp. 67-81. Disponible en: https://doi.org/10.14409/yu.v0i8.5017

OLSEN, W.K., HARALAMBOS, M., HOLBORN, M. (2004). Triangulación en investigación social: los métodos cualitativos y cuantitativos realmente se pueden mezclar*. Desarrollos en sociología. Prensa de la calzada Ltd.* En:

https://www.research.manchester.ac.uk/portal/en/publications/triangulation-in-social-research(d093fbb8-6c02-4915-9d90-907d8c82105d).html

PALOU DE MATÉ, M. DEL C. (1998). La evaluación de las prácticas docentes y la autoevaluación. En Alicia Camillione, Susana Celman, Edith Litwin y María del Carmen Palou de Maté. *La evaluación de los aprendizajes en el debate didáctico contemporáneo*, pp. 93 – 132. Buenos Aires. Argentina. Paidós Educador.

PANADERO, E., ALONSO TAPIA, J., HUERTAS, J.A. (2012). Efecto de las rúbricas y guiones de autoevaluación en la autorregulación, el aprendizaje y la autoeficacia en la educación secundaria. *Aprendizaje y diferencias individuales*. 22 (6). pp. 806-813.

PANADERO, E., JONSSON, A. (2013). Revisión del uso de rubricas de puntuación para fines de evaluación formativa: una revisión. *Revista de investigación educativa*. 9. pp. 129-144.

PAPINI, M. C. (2003). Algunas explicaciones vigotskianas para los primeros aprendizajes del algebra. *Revista Oficial del Comité Latinoamericano de Matemática Educativa AC*., VI, 1, pp. 41-71. Buenos Aires.

PERERA, P., VALDEMOROS, M. (2007). *Propuesta didáctica para la enseñanza de las fracciones en cuarto grado de Educación Primaria*. Tesis doctoral. México: CINVESTAV.

PERRENOUD, P. (1995). *La construcción del éxito y del fracaso escolar*. Madrid: Ediciones Morata.

PIERELLA, M.P. (2014). El ingreso a la universidad pública: diversificación de la experiencia estudiantil y procesos de afiliación a la vida institucional. *Universidades*. 60, pp. 51-62. México. Disponible en: http://www.redalyc.org/pdf/373/37333038006.pdf

RADALTZ H. (1979). Error Analysis in the Mathematics Education. *Journal for Research in Mathematics Education*. Vol. 9, pp. 163-172.

RAMALLO, M., SIGAL, V. (2010). Los sistemas de admisión de las Universidades en la Argentina. *Documento N° 255. Universidad de*

Belgrano. Disponible en: http://www.ub.edu.ar/investigaciones/dt_nuevos/255_sigal.pdf

RICO, L. (1995). *Errores y dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. C*ap. 3. pp. 69-108, en KILPATRIK, J.; GÓMEZ, P., y RICO, L.: Educación Matemática. Grupo Editorial Iberoamérica. México.

RUIZ, Ó.R. (2005). La triangulación como estrategia de investigación en ciencias sociales. *Revista Madrid,* 31(2), 10. Disponible en: https://www.madrimasd.org/revista/revista31/tribuna/tribuna2.asp

SAAVEDRA, M. N. A., CÁRDENAS, A. M. H. C., ORIHUELA, L. K. C., MEJÍA, G. G. T., y RIVERA, I. L. R. (2022). Rúbrica y logro de competencias para estudiantes en la Educación Superior Tecnológica. *Dilemas contemporáneos: Educación, Política y Valores. Año 9. N°2.* Disponible en: https://dilemascontemporaneoseducacionpoliticayvalores.com/index.php/dilemas/article/view/3111/3101

SCHUBRING, G. (1986). Ruptures dans le statut mathématique des nombres négatifs. *Petit X*, 12, pp. 5 – 32.

SCRIVEN, R. (1967). The methodology of evaluation, in R. W. Tyler, R. M. Gagné y M. Scriven (Eds.), *Perspectives of curriculum evaluation*, pp. 39-83. Chicago, IL Rand McNally.

SIGAL, V. (2003). *La cuestión de la admisión a los estudios universitarios en Argentina.* Documento de Trabajo N° 113. Universidad de Belgrano. Ciudad Autónoma de Buenos Aires. Disponible en: http://www.ub.edu.ar/investigaciones/dt_nuevos/113_sigal.pdf

TINTO, V. (2009). *Taking student retention seriously: rethinking the first year of university*. In First Year Experience Curriculum Desing Sympisium (Vol. 5). Brisbane: Queensland University of Technology.

UNIVERSIDAD NACIONAL ARTURO JAURETCHE (2013). *Una comunidad en movimiento. Memoria Fundacional 2010-2013*. UNAJ. Florencio Varela. Disponible en: https://www.unaj.edu.ar/wp-content/uploads/2016/08/Informe-de-Gestion-UNAJ-2013.pdf

VALDEZ, A. A. T., GARCÍA, A. R. (2022). Representaciones semióticas y la resolución de ecuaciones lineales y sistemas de ecuaciones lineales con doble variable, pp. 76 – 103*. Miradas y voces de la investigación educativa V. Innovación educativa con miradas a la justicia social. Aportes desde la investigación educativa. Currículum, saberes y prácticas*. Editorial Comunicarte. Universidad Católica de Córdoba. Disponible en: http://pa.bibdigital.ucc.edu.ar/3114/1/L_Ferreyra_Guzman_V.pdf#page=77

VARELA MENÉNDEZ, J. L., GIRALT, E. G., GARCÍA, M. I. A. (2017). Discusión de una rúbrica para valorar la calidad educativa de las guías docentes en la educación superior. *Observar. Revista electrónica de didáctica de las artes*, (11 (1)), pp. 1-24. Disponible en: https://observar.eu/index.php/Observar/article/view/2

VÁZQUEZ MANUELA (2022). Propuestas de práctica de enseñanza universitaria para la promoción del desarrollo sostenible, pp 151-172*. Miradas y voces de la investigación educativa V. Innovación educativa con miradas a la justicia social. Aportes desde la investigación educativa. Currículum, saberes y prácticas*. Editorial Comunicarte. Universidad Católica de Córdoba

VERGNAUD, G. (1990). La Théorie des champs conceptuels. Recherches en Didactiques des Mathématiques. *RDM*. Vol. 10 N°2, 3, pp.133-170. Grenoble.

Apéndice A: Programa CPU Matemática 2019

Curso: Matemática.

Carrera: Todas las carreras

Año: 2019

Coordinador/a y co-coordinadores/ras de materia:

Leonardo Lupinacci. Fernando Bifano. Paula Putica Sinatra. Leandro Ribas.

Docentes:

Agnelli Fernando, Aparisi Liber, Aranda Marcelo, Bartoletti Marcelo, Bedoya Claudio, Benito Carolina, Cabaña Lorena, Chamorro Hugo, Colombo Gisele, Denis Sonia, Di Rosa Gustavo, Federico Carlos, Flores Nancy, Fraquelli Mariana, Gomis Damián, González Gustavo, González Karina, Grejcaruk Rosa, Jaramillo Jose, Klein Alexander, Lencina Hebe, López Gabriela, Luparia Carola, Luparia Juan Martin, Lupiañez Diego, Manceñido Mónica, Mansilla Lorena, Martinez Cecilia, Mele María Romina, Morais Cecilia, Moyano Damián, Muñoz Alexis, Natero Daniela, Nogueira Alicia, Olmos Melina, Pintos Carlos, Ponz María Carolina, Real Mónica, Recalde Maite, Sánchez Eduardo, Santisi Gabriel, Senici Alejandra, Sirchia Marco, Tognetti Alejandro, Vechhi Gustavo, Viale Mariana, Zambelli Edina.

Carga horaria semana:*4 horas áulicas.*

Fundamentación:

¿Qué es importante que las/os estudiantes que ingresan a la Universidad sepan y sean capaces de hacer en situaciones en las que está presente la matemática?

Nuestra respuesta se vincula a proponerles situaciones para razonar matemáticamente y utilizar conceptos, procedimientos, datos y herramientas matemáticas para describir, explicar y predecir fenómenos y de esa manera ayudarlas/os a darse cuenta de la importancia que tiene lo que aprendieron para emitir juicios y tomar decisiones bien fundadas que como ciudadanos comprometidos y reflexivos necesitan.

En el proceso de formulación matemática de las situaciones, las/os alumnas/os decidirán qué contenidos de la matemática necesitarán para analizar, plantear y resolver el problema. Realizarán una traducción de un escenario del mundo real al área de la matemática, dotando al problema de estructura, representación y especificidad matemática, razonando e interpretando las limitaciones y los supuestos del problema.

En este proceso realizarán cálculos aritméticos; resolverán ecuaciones; seguirán deducciones lógicas a partir de supuestos matemáticos; extraerán información matemática de tablas y gráficos; representarán y manipularán formas en el espacio de dos dimensiones, y analizarán datos. Trabajarán sobre un modelo del problema, establecerán regularidades, identificarán relaciones entre entidades matemáticas y elaborarán argumentos matemáticos.

Así, estarán en condiciones de reflexionar sobre soluciones, resultados o conclusiones matemáticas e interpretarlas en el contexto de los problemas de la vida real, lo que significa traducir las soluciones matemáticas o razonar de nuevo sobre el contexto del problema y determinar si los resultados son razonables y tienen sentido en dicho contexto.

De esta manera podrán elaborar y comunicar explicaciones y argumentos en el contexto del problema, reflexionando tanto en el proceso de construcción de modelos como en sus resultados: reinterpretando un resultado matemático en el contexto del mundo real; valorando la razonabilidad de una solución matemática en el contexto de un problema del mundo real; comprendiendo el modo en que el mundo real afecta a los resultados y cálculos de un procedimiento o modelo matemático para realizar juicios contextuales sobre la forma en que los resultados deben ajustarse o aplicarse; explicando por qué un resultado o una conclusión matemática tiene o no tiene sentido dado el contexto de un problema; identificando el alcance y los límites de los conceptos y las soluciones matemáticas; y analizando e identificando los límites del modelo utilizado para resolver un problema.

Objetivos:

- *Que las/os alumnas/os realicen una traducción de un escenario del mundo real al área de la matemática.*
- *Que las/os alumnas/os interpreten información matemática en textos de diversas características, pudiendo argumentar sobre el sentido de los mismos.*
- *Que las/os alumnas/os identifiquen las variables matemáticas que intervienen en un problema y sus limitaciones.*
- *Que las/os alumnas/os apliquen conceptos, datos y/o procedimientos matemáticos para resolver problemas.*
- *Que las/os alumnas/os reflexionen críticamente sobre los resultados obtenidos en la resolución de un problema.*

Contenidos mínimos:

Operaciones en diferentes conjuntos numéricos. Expresiones algebraicas. Nociones de geometría en el plano y ubicación espacial.

Contenidos temáticos o Unidades:

Unidad 1: Conjuntos numéricos

Números naturales, racionales, enteros e irracionales. Sentido de las operaciones fundamentales. Profundización en algunos sentidos de los números racionales: Razones, proporciones, porcentajes, tasas, probabilidad.

Bibliografía de referencia de la unidad 1

Asimov, Isaac (1975). De los números y su historia. Buenos Aires, El Ateneo, 2000. Courant, R. y H. Robbins (1941) ¿Qué es la matemática? Una exposición elemental de sus ideas y métodos. Madrid, Aguilar, 1964.

Dantzig, Tobías (1954) El número. Lenguaje de la ciencia. Buenos Aires, Hobbs-Sudamericana, 1971.

Seife, Charles (2000). Cero: La biografía de una idea peligrosa. Castellón de la Plana, Ellago, 2006.

Unidad 2: Expresiones algebraicas

Las ecuaciones como funciones proposicionales. Valor de verdad de una proposición. Variable. Equivalencia de expresiones. Conjunto solución de una función proposicional.

Bibliografía de referencia de la unidad 2

Ruiz N., M. Bosch y J. Gascón (2007). "La algebrización de los Programas de Cálculo Aritmético y la introducción del álgebra en Secundaria". Comunicación del Segundo Congreso Internacional de la TAD. Ùzes, Francia.

Russell, Bertrand (1988). Introducción a la filosofía matemática. Barcelona, Paidós, 1988.

Unidad 3: Geometría

Nociones básicas: recta, semirrecta, segmento, ángulo, circunferencia. Algunas figuras geométricas: triángulos y cuadriláteros. Ubicación espacial.

Bibliografía de referencia de la unidad 3

Baldor, José (2006). Geometría plana y del espacio con una introducción a la Trigonometría. México, Publicaciones Cultural, 2006.

Berté, Annie (1996). Geometría dinámica. Buenos Aires, AZ, 2001.

Villella, José (2011). De como surfear en el plano. Montevideo, Espartaco, 2011.

Propuesta pedagógico didáctica.

La cátedra propone un trabajo basado en el análisis de situaciones concretas que den lugar al estudio del conocimiento matemático. Así, a partir del trabajo con el material de cursada, se pretende establecer un espacio de discusión y debate sobre textos, abriendo el juego a la resolución de los problemas propuestos y confrontando las soluciones obtenidas por medio de puestas en común.

Cada clase se propone discutir sobre la base de un texto particularmente seleccionado y adaptado para poner de relevancia las ideas matemáticas que están detrás de alguna situación del mundo que nos rodea. Cada uno de los textos se relaciona con algunas de las grandes temáticas que se estudian en la universidad: vinculados con el ámbito de la ingeniería, la salud y las ciencias sociales. Cada texto a la vez, irá acompañado de una guía de actividades orientadoras para la discusión y el trabajo en el aula. A través de los intercambios, la puesta en común y la sistematización de las nociones matemáticas que emerjan, se propondrán nuevos problemas y situaciones que permitirán profundizar el trabajo de los temas.

Régimen de aprobación:

Sobre la base de la propuesta pedagógica antes descrita, se establece una evaluación de condiciones similares a la experiencia desarrollada en cada clase. Es decir, la única instancia escrita de examen consta de un texto donde se aborde alguna temática particular, y que permita a partir de su lectura e interpretación, el análisis y utilización de algunas nociones matemáticas consideradas en el programa, de forma de poder responder a una guía preestablecida de actividades y preguntas o ejercicios.

Dada la particularidad de esta forma de trabajo, se propone a la vez, una rúbrica de corrección especialmente diseñada de forma tal que permita al/a docente no solamente analizar el nivel de logro de lo esperado en cada actividad, sino a la vez, genere las condiciones para retroalimentar la devolución al/a alumna/o sobre los logros obtenidos.

En cuanto a la acreditación y de acuerdo al marco normativo vigente, se prevé para la aprobación de la materia:

- Tener una calificación de *Aprobado* en la única instancia de examen escrita de la materia.
- Contar con al menos un 75% de asistencia a las clases efectivamente realizadas.

En función del cumplimiento o no de estos requisitos se establecerá la promoción o la exigencia de la realización del Taller Complementario de Matemática.

Apéndice B: Material Didáctico

Presentación

(El caballero andante) "ha de saber las matemáticas porque a cada paso se le ofrecerá tener necesidad de ellas"

Don Quijote de la Mancha, capítulo XVII (2da parte)

¿Matemática en el ingreso a la universidad? Claro que sí. Seguramente te estarás preguntando cuál puede ser el sentido de tener un espacio destinado a la matemática al ingresar a la universidad: ¿seleccionar a las/os más capaces? Claro que no. Nosotros no suscribimos a la idea de que dominar matemática es para unos pocas/os elegidas/os, casi como una suerte de predestinación hacia los números y las cuentas. Varias son las razones: primero, porque no hay una cuestión biológica que determine quiénes pueden entenderla y dominarla. Segundo, y en un mismo sentido, porque pensamos la experiencia de los inicios a la educación superior como una oportunidad de aprendizaje para todas/os porque, desde nuestro lugar, decidimos asumir la responsabilidad de trabajar en las condiciones de enseñanza que habiliten no solo el acceso a la universidad sino también contribuyan a la permanencia. Y así podríamos seguir enumerando motivos.

Hacemos propias las ideas de Skovsmose acerca de la necesidad de un "alfabetismo matemático" crítico como base para la formación del ciudadano. Un alfabetismo basado en el empoderamiento y la autonomía en el aprendizaje para la democracia. Hacia esa dirección apostamos trabajar y construir a lo largo de un proceso que recién está en sus inicios.

Para ello, les presentamos un material que en su conjunto está estructurado con una lógica similar: un texto de apertura relacionado con la temática a trabajar, y luego una serie de actividades y problemas para resolver y discutir colectivamente en la clase. En el primer tema, les proponemos la adaptación de un texto de Adrián Paenza relacionado con una pregunta siempre inquietante y que posiblemente nos habremos hecho más de una vez: ¿qué es la matemática? A partir de algunos ejemplos de la historia y otros recursos, se profundiza en las características de algunos conjuntos numéricos: enteros y racionales, particularmente; los aspectos esenciales de nuestro sistema de numeración, y el repaso de operaciones básicas como la suma y resta dentro de dichos conjuntos. En el segundo tema, a través de un texto propio, se proponen algunos números que nos permiten dimensionar el "tamaño" de nuestra universidad en lo que respecta a cantidad de alumnas/os, relaciones entre alumnas/os y docentes, personal no docente, así como la compresión de aspectos básicos como la determinación de porcentajes y algunas formas de representar la información. Luego, en el tercer tema, jugando a través del tiempo, entre los papiros del pasado y las aplicaciones de software del mundo actual, discutimos sobre el valor de los algoritmos y el manejo de ciertas técnicas algebraicas para la resolución de ecuaciones lineales, tratando de comprender la lógica que las sustentan. El libro se cierra con un último texto que recupera los aspectos esenciales trabajados a lo largo de todo el material, y a la vez, se constituye como una suerte de referencia a la hora de considerar qué aspectos serán evaluados al final de la cursada. Al concluir algunos temas trabajados, les ofrecemos la posibilidad para quienes gusten, de pensar algunas ideas matemáticas en clave literaria, bajo el título "Ciencia y Ficción".

Finalmente, vamos a concluir esta introducción con algunas ideas relevantes al respecto de los criterios que seguiremos las/os docentes para la corrección y calificación del examen. Nos proponemos que cada uno de las/os destinatarias/os de este material tenga, al momento de enfrentarse con lo hecho, la claridad y la certeza de que se han apropiado de determinados aspectos, así como de los que necesita seguir revisando en sus futuros trayectos formativos.

¡Qué empiece la matemática![3]

Si hoy parara a una persona por la calle y le preguntara "¿qué es la matemática?", probablemente contestaría que es el estudio o la ciencia de los números. Lo cierto es que esta definición tenía vigencia hace unos 2500 años. O sea, que la información que tiene el ciudadano común sobre una de las ciencias básicas es equivalente a la de ¡veinticinco siglos atrás! ¿Hay algún otro ejemplo tan patético en la vida cotidiana?

Hasta unos 500 años antes de Cristo, aproximadamente, la matemática era –efectivamente– el estudio de los números. Me refiero, por supuesto, al período de los matemáticos egipcios y babilonios, en cuyas civilizaciones la matemática consistía casi absolutamente en aritmética. Los escribas egipcios utilizaban la matemática para la contabilidad, mientras que en Babilonia eran los astrónomos los que la desarrollaban de acuerdo con sus necesidades.

Durante el período que abarcó desde los 500 años antes de Cristo hasta los 300 después de Cristo, los matemáticos griegos demostraron preocupación e interés por el estudio de la geometría. Tanto que pensaron a los números en forma geométrica. Para los griegos, los números eran herramientas. Así fue como los números de los babilonios "les quedaron chicos...", ya no les alcanzaban. Tenían los naturales (1, 2, 3, 4, 5, etc.) y los enteros (que son los naturales más el cero y los números negativos), pero no eran suficientes.

Los babilonios ya tenían también los números racionales, o sea los cocientes entre los enteros (por ejemplo: 1/2, 5/3, -7/8, (-13/15), 7/-19, 0, 12/13, etc.), que proveían el desarrollo decimal (5,67 o 3,8479) y los números periódicos (0,4444... o

[3]Adaptación del texto ¿Qué es la matemática? de Adrián Paenza publicado en el diario Página/12, recuperado de:https://www.pagina12.com.ar/diario/contratapa/13-63704-2006-03-01.html

0,191919...). Estos les permitían medir, por ejemplo, magnitudes mayores que cinco, pero menores que seis. Pero aun así eran insuficientes.

Algunas escuelas como la de los “pitagóricos” (que se prometían en forma mística no difundir el saber) pretendían que todo fuera mensurable y, por eso, casi enloquecieron cuando no podían “medir bien” la hipotenusa de un triángulo rectángulo cuyos catetos midieran uno. O sea, había medidas para las cuales los números de los griegos no se adecuaban o no se correspondían. Es entonces que “descubrieron” los números irracionales... o no les quedó más remedio que admitir su existencia.

El interés de los griegos por los números como herramientas y su énfasis en la geometría elevaron a la matemática al estudio de los números y también de las formas. Allí es donde empieza a aparecer algo más.

Y fue un griego, Tales de Mileto, el que introdujo la idea de que las afirmaciones que se hacían en matemática podían ser probadas a través de argumentos lógicos y formales. Esta innovación en el pensamiento marcó el origen de los teoremas, pilares de las matemáticas.

Siguiendo con esta pintura a trazos muy gruesos de la historia, es curioso que no haya habido demasiados cambios en la evolución de las matemáticas sino hasta mediados del siglo XVII, cuando –simultáneamente en Inglaterra y en Alemania– Newton, por un lado, y Leibniz, por el otro, “inventaron” el cálculo.

El cálculo abrió todo un mundo de nuevas posibilidades porque permitió el estudio del movimiento y del cambio. Hasta ese momento, la matemática era una cosa rígida y estática. Con ellos aparece la noción de “límite”: la idea o el concepto de que uno puede acercarse tanto a algo como quiera, aunque no lo alcance. Así “explotan” el cálculo diferencial, infinitesimal, etcétera. Con el advenimiento del cálculo, la matemática que parecía condenada a contar, a medir, a describir formas, a estudiar objetos estáticos, se libera de sus cadenas y comienza a “moverse”.

Los matemáticos estuvieron en mejores condiciones de estudiar el movimiento de los planetas, la expansión de los gases, el flujo de los líquidos, la caída de los cuerpos, las fuerzas físicas, el magnetismo, la electricidad, el crecimiento de las plantas y los animales, la propagación de las epidemias, etcétera.

Sobre el final del siglo XIX, la matemática se había convertido en el estudio del número, de la forma, del movimiento, del cambio, del espacio y, también, de las herramientas matemáticas que se utilizaban para ese estudio.

Hace tan sólo unos veinte años nació la propuesta de una definición de la matemática que tuvo –y todavía tiene– bastante consenso entre los matemáticos. “La matemática es la ciencia de los patterns” (o de los patrones).

En líneas muy generales, lo que hace un matemático es examinar patterns abstractos. Pueden emerger del mundo que nos rodea, de las profundidades del espacio y del tiempo o de los debates internos de la mente.

Como se ve, contestar la pregunta –¿qué es la matemática? – con un simple “es el estudio de los números”, a esta altura del siglo XXI es cuanto menos un grave problema de información.

Adrián Paenza propone en este texto, un breve recorrido histórico que toma en cuenta hitos en la matemática desde sus inicios hasta la actualidad.

Los siguientes, son problemas que les proponemos para seguir pensando lo que leímos en el texto anterior.

En pequeños grupos respondan:

1. ¿Cuáles son los conjuntos numéricos que nombra Paenza en el texto? ¿Ustedes utilizan esos conjuntos numéricos? ¿Dónde? Escriban algunos ejemplos.

2. Distintas civilizaciones han utilizado a lo largo de la historia diversas formas de escribir los números (por ejemplo, los números romanos que utilizaron letras tales como IV o X; el sistema mixto babilónico que combina símbolos en base 10 y base 60, etc.). Las reglas que regulan la escritura constituyen la esencia de cada sistema de numeración: cantidad de símbolos, las repeticiones posibles, los agrupamientos, etc. El que nosotros usamos para contar, para pesar, para medir longitudes, entre otras cosas se llama Sistema Decimal. Describan todas las características que conozcan sobre él. ¿Cómo funciona?

3. El autor afirma que un número racional es el cociente de dos números enteros. Este cociente se puede escribir de formas distintas. Escriban por lo menos tres de esas formas (el texto les da pistas para eso).

4. Podemos escribir un número racional con una fracción. ¿Hay alguna que cumpla con cada una de las condiciones que se piden a continuación? En cada caso ¿es la respuesta hallada la única posible?

a) Una fracción que sea mayor al entero:

b) Una fracción que sea la mitad del entero:

c) Una fracción que sea la mitad del entero con denominador 8:

d) Una fracción que sea la quinta parte de un entero:

e) Una fracción que sea la quinta parte de un entero con denominador 15.

f) Una fracción que sea la cuarta parte de un entero con denominador 12.

5. Escriban el siguiente y el anterior de cada uno de los números que aparecen a continuación.

a) 5

b) 0

c) 0,2

d) -2

e) 1/3

¿Qué propiedad de los números racionales les permite responder?

6. El texto relata que los matemáticos griegos se preocuparon por el estudio de la geometría durante el período que abarcó desde los 500 años antes de Cristo hasta los 300 después de Cristo ¿cuántos años dedicaron a esta tarea? ¿Es la respuesta hallada la única posible? Expliquen su respuesta.

7. Ordenen cronológicamente los siguientes sucesos:

Guerra del Peloponeso 431 a.C

Revolución de Mayo 1810 d.C

Llegada de los españoles a América 1492 d.C

Comienzo de la construcción de la gran Muralla China 214 a.C

¿Qué criterios utilizaron para hacerlo?

8. Fernando, Leo y Paula salieron a bailar. Al volver tomaron el colectivo. Con su tarjeta SUBE Leo pagó el pasaje de los tres. Los boletos de Fernando y Paula costaron $13 cada uno y el de Leo, $18,60.

a) Si Leo tenía en la SUBE un saldo de $22, ¿con cuánto saldo quedó luego de pagar su boleto y el de sus amigos?

b) ¿Cuánto dinero debería cargar para quedar con un saldo de $150?

Ciencia y Ficción:

Se puede ver cómo está planteada la idea de densidad del conjunto de los números racionales en el Libro de Arena de Jorge L. Borges.

Algunos números de nuestra universidad[4]

Desde su inicio, nuestra universidad ha experimentado masivas inscripciones de alumnas/os, notándose, en algunos años, grandes saltos de escala. Al respecto, la primera inscripción para el año 2011 fue gratamente sorpresiva, y más aún lo fueron las de los años siguientes: el Proyecto Institucional había previsto un total de aproximadamente 700 ingresantes para 2011, esta proyección se superó ampliamente:

Inscriptos por año						
AÑO	**2011**	**2012**	**2013**	**2014**	**2015**	**2016**
TOTAL	3049	5265	5179	6987	9299	9524

Este crecimiento de la matrícula, da cuenta de que, efectivamente, la UNAJ cumple un rol relevante en relación con la demanda por educación universitaria en la región. Al respecto, en el mes de diciembre del año 2015, la universidad contaba con 16.383 estudiantes regulares.

Analizando la distribución de los estudiantes regulares por carrera a esa fecha, puede decirse que cuatro carreras concentraban el 54% de los estudiantes. Sólo dos de ellas reunían el 33%: las licenciaturas en Enfermería y en Kinesiología y Fisiatría, ambas del Instituto de Ciencias de la Salud. Las otras dos áreas disciplinarias que sumadas a las anteriores agrupaban el 54% del estudiantado eran la Ingeniería en Informática y la Licenciatura en Administración.

En consecuencia, con el aumento de matrícula, los planteles de docentes y trabajadoras/es no docentes también crecieron. En diciembre del año 2015, nuestra universidad contaba con un plantel de 1144 docentes y 319 trabajadoras/es no docentes.

El total de docentes se distribuía en ese año en 526 docentes pertenecientes al Instituto de Ciencias de la Salud, 228 al Instituto de Estudios Iniciales, 195 pertenecientes al Instituto de Ciencias Sociales y Administración y 195 al Instituto de Ingeniería y Agronomía.

En relación con las/os trabajadoras/es no docentes, nuestra universidad cuenta con un número ajustado de personal. Esta afirmación surge de la comparación de la

[4]Adaptación de "Primera Autoevaluación Institucional 2010-2015", disponible enhttps://www.unaj.edu.ar/wp-content/uploads/2017/09/informe-autoevaluacion-04-09-17.pdf. p

UNAJ con el promedio del sistema de las universidades públicas, donde la relación es de 29 estudiantes por cada trabajador no docente.

Respondan las siguientes preguntas cuyas respuestas surgen de la información leída en el texto.

1. En el texto se afirma que en el sistema de las universidades públicas existe una relación de 29 estudiantes por cada trabajador no docente.

a) ¿Qué valores numéricos se usaron para hallar esa relación? ¿Qué cálculo/cálculos matemáticos permiten obtenerla?

b) Calculen la relación de estudiantes por cada trabajador/a no docente en la UNAJ para el año 2015.

c) Comparen la relación calculada para nuestra universidad con la relación existente en el sistema universitario. ¿A qué conclusiones pueden arribar?

d) Afirmamos que una universidad diferente de la UNAJ tiene una relación de 42,3 estudiantes por cada trabajador/a no docente. ¿Consideran adecuado presentar así la información? Si están de acuerdo expliquen por qué. Si no están de acuerdo propongan otra forma de presentar el dato.

2. En el texto, la distribución de estudiantes en algunas carreras de nuestra universidad se presenta escrita con porcentajes.

a) ¿Cómo definen un porcentaje? ¿En qué ocasiones los utilizan?

b) En el texto se afirma que el 33% de las/os estudiantes de la UNAJ en 2015, pertenecían a las carreras de Enfermería y Kinesiología. ¿Cuál es la cantidad total de estudiantes que cursaban esas carreras?

c) Por citar sólo algunos ejemplos, durante el año 2015 había 1554 estudiantes regulares en la Ingeniería en Informática; 1108, en Bioquímica y 1287 en Relaciones del Trabajo. ¿Qué porcentaje representa cada una de esas cantidades respecto del total de estudiantes regulares en el año 2015?

d) En el artículo se menciona la cantidad de docentes que trabajaban en 2015 en cada uno de los institutos. ¿Cómo se distribuyen porcentualmente respecto del total?

3. Los porcentajes suelen utilizarse también para indicar variaciones (tanto aumentos como disminuciones) de ciertos valores numéricos.

a) Si un cierto valor varía de 2.000 a 3.000 puede afirmarse que aumentó un 50%. ¿Cómo se calculó?

b) En el texto se indican las cantidades correspondientes a los estudiantes ingresantes en distintos años de la UNAJ. ¿Cómo varió porcentualmente la cantidad de ingresantes en el año 2012 respecto a 2011? ¿Y en el año 2015 respecto a 2014?

c) Describan alguna situación de la vida cotidiana o laboral en que se utilicen los porcentajes para indicar variaciones.

Algoritmos de ayer y hoy

El mundo actual y la explosión en el uso de las redes sociales ponen en primer plano una cuestión básica y elemental de la esencia de las matemáticas: los algoritmos. Este término, de origen árabe, deriva del nombre del autor de un texto clásico de las matemáticas del siglo IX. Nos referimos a al-Khwarizmi y su *Libro conciso del cálculo al-jabr*.

Más allá del nombre, ¿a qué remite este concepto?, ¿por qué decimos que pertenece al corazón de esta ciencia? *Un algoritmo puede definirse como una secuencia ordenada de pasos para hacer algo: una rutina bien organizada y eficaz para lograr un objetivo.*

Los algoritmos, algo actual y de moda, son más antiguos aún que el mismo al-Khwarizmi. Las primeras huellas del álgebra y las rutinas se pueden encontrar en el antiguo Egipto, más precisamente en el papiro de Ahmes, también conocido por su descubridor como papiro Rhind. Este documento histórico contiene una colección de ejercicios matemáticos relacionados con diferentes temáticas: los números enteros, los racionales, la forma de operar con ellos: sumas, restas, multiplicaciones, divisiones, raíces cuadradas. También pueden leerse cálculos de áreas de triángulos, trapecios y de algunos volúmenes, y ecuaciones con sus respectivos pasos ordenados de resolución.

Con respecto a las ecuaciones, se plantea un algoritmo denominado de la "falsa posición". ¿En qué consiste? Analicemos juntos el siguiente ejemplo, adaptado del papiro:

"Una cantidad (h) y su séptimo sumados juntos resulta 24. ¿Cuál es esa cantidad?"[5]

El problema mantiene la estructura y forma de enunciación del original, usando un lenguaje común. La inclusión del símbolo "h" que utilizamos para representar la cantidad desconocida, deviene de una manera abreviada de identificar la palabra

[5]El enunciado es una traducción al español de la correspondiente transliteración al inglés de los símbolos originales del papiro. La transliteración es el proceso por el cual los jeroglíficos fueron recodificados con los símbolos propios de los lenguajes actuales.

inglesa “heap” que en español significa “montón”. Es un planteo algebraico de características retóricas.

Se nos invita a determinar una cantidad desconocida, a través de ciertas relaciones entre ella y una parte de ella. El problema sobre lo desconocido, es un problema de “montones”, que no es lo mismo que “un montón” de problemas desconocidos.

Los egipcios lo resolvían empleando el algoritmo de la “falsa posición”. Se comienza suponiendo una solución - por ejemplo, que h es 7- . Entonces, una cantidad (7) y su séptimo (7/7), sumados juntos resulta 8. De ahí surge la siguiente regla:

“Si para 7 el resultado es 8, para que el resultado sea 24, h debe ser 21”. Este razonamiento se basa en que, si 8 por 3 es 24, a 7 lo debo multiplicar por 3 para develar el valor desconocido. Obviamente la elección de número supuesto no es casual. Busca simplificar las cuentas.

Ahora pensemos en la ecuación h + ½ = 4 ¿cómo se aplica el algoritmo de la falsa posición aquí?

Supongamos que h es 3/2, entonces 3/2 más ½ es igual a 4/2 que es igual a 2. Entonces si 3/2 me da 2 para que me de 4, debo usar el doble de 3/2, es decir 6/2. Por lo tanto 6/2 más ½ es 7/2 que no es 4.

¡Qué sorpresa! El algoritmo no siempre funciona. ¿Por qué será? Creemos que la respuesta está asociada al tipo de ecuación lineal que se resuelve. Sólo es válido para aquellas que responden a la forma $x+ax=b$ ó $x+ax+cx=b$.

Este método estuvo vigente durante muchos siglos, algo curioso si pensamos en que tenía restricciones. No fue hasta cerca de la Edad Media que se abandonó por completo, cuando el álgebra dejó de ser tan retórica y adquirió su aspecto más actual: se dejaron de lado los enunciados explicativos y se comenzó a usar símbolos. Esta cualidad de compacta y concisa le otorga al álgebra un poder comunicativo extraordinario... para aquellas/os que están acostumbrados a leerla.

Este recorrido histórico tiene por finalidad, no que aprendamos a resolver ecuaciones con métodos obsoletos, como la regla de la falsa posición. De hecho, por el contrario, hoy en día podríamos discutir la utilidad de saber aplicar ciertos métodos eficaces, incluso, por los métodos en sí. Este texto comienza hablando de los algoritmos en la actualidad. Justamente, en los tiempos que vivimos, muchas veces no conocemos no solamente cómo operan algunos de ellos (por ejemplo, el de las redes sociales para sugerirnos amistades) sino que la misma operación la realizan computadoras. De hecho, existen aplicaciones de celulares que con tan solo tomar una foto nos resuelven la ecuación. Entonces, cabe la pregunta, ¿qué debemos aprender en matemáticas en un mundo como el actual? Sin duda, según nuestro punto de vista, un ciudadano competente debería poder comprender las lógicas detrás de ciertas reglas. El nivel de profundidad y complejidad seguramente tendrá que ver con su *expertice* o ámbito en el que estudie o se desarrolle, pero ese camino, en nuestro caso, recién comienza.

Para seguir pensando:

1. A partir de la definición de algoritmo, propongan dos ejemplos de rutinas para cumplir un determinado objetivo. Expliciten el objetivo de la tarea y escriban la secuencia organizada de pasos a seguir.

2. Escriban las siguientes ecuaciones usando el estilo retórico egipcio que leyeron en el texto:

c) $x + \frac{1}{2}x = 8$

d) $x + 3x = 12$

3. ¿Cómo resolverían ustedes la ecuación que con la falsa posición no se pudo?

4. Enfoquen la siguiente ecuación lineal con la aplicación "Photomath" (que se puede descargar gratuitamente en el celular). Pídanle a la aplicación que les muestre las propiedades que consideró en cada paso del algoritmo. Discutan entre todos, en qué consiste cada una de ellas.

$$2(X + 8) + 2 = 20$$

5. Resuelvan las siguientes ecuaciones al estilo del "Photomath":

a) $2(X + 1) = 2X + 4$

b) $6X + 2 - 2X = 2 + 4X$

c) $9X + 8 = 2 - 3X + 3$

6. "Sin papiro" y "sin celular", ¿cómo resuelven las siguientes ecuaciones? ¿Cómo justifican los pasos seguidos en cada caso? Analizar si alguna de las ecuaciones es verdadera para x = 2. Determinar la cantidad de soluciones de cada una explicando la respuesta.

a) $8 + X = 19$

b) $6X + 3 = 15$

c) $2X + 4 = 3X + 3$

d) $2(4 - X) = 4 - X + 4$

e) $3X - 5 = 2X + 1 + X$

Ciencia y ficción:

Se puede ver ciertas ideas relacionadas con las rutinas y algoritmos en el texto "Instrucciones para subir una escalera" del libro de Cronopios y de famas de Julio Cortázar.

Epílogo (con un prólogo)

“La revisión de estas páginas olvidadas me ha sugerido el plan de otro libro más original y mejor, que ofrezco a quienes quieran ejecutarlo (...)

Constaría de una serie de prólogos de libros que no existen”.

(J. L. Borges, Prólogos con un prólogo de prólogos)

Toda obra literaria que se precie de tal -y a esta de alguna manera le hubiera gustado serlo- concluye con un relato que expone sus principales conclusiones. En esto consiste un epílogo.

Ahora bien, para hablar de conclusiones se necesita analizar lo realizado hasta el momento. Y para hacer un balance de este breve proceso falta hablar de la evaluación. Estamos seguros de que en la cabeza de ustedes hace mucho deben andar dando vueltas ideas acerca de cómo van a ser evaluados en esta materia. A lo habitualmente inquietante de una evaluación de matemática, se suma la incertidumbre de una propuesta poco convencional. Lo más honesto es proponer un cierre, una evaluación, de manera lo más similar posible a como se desarrolló el trabajo durante la cursada. Con la única salvedad, quizás, de que será individual.

Pero dejémonos de tanto prólogo (al final, en vez de un cierre, estamos volviendo a empezar: será quizás porque la evaluación tampoco es ningún cierre) y vamos con el texto y las actividades finales. Buscarán integrar lo aprendido y servir como una suerte de modelo para la evaluación final.

Matemática: entre los números y las letras

Este texto asume el desafío borgeano del epígrafe. Inútil fue la empresa de buscar horas y horas en la red un texto que amalgame todo lo visto durante la cursada. ¿Será acaso que la matemática está en todos lados pero no es fácil atraparla?

Repasamos un poco el viaje realizado. Comencemos con los diferentes conjuntos numéricos. ¿Recuerdan cuáles vimos? ¿Y sus características principales? Mejor dejemos estas preguntas para retomar al final del texto y poder anotar las ideas clave a considerar de los conjuntos numéricos vistos. Un comentario importante. No hemos trabajado con otros conjuntos numéricos como los irracionales o los complejos, no porque no sea valioso conocerlos sino porque hemos decidido priorizar aquellos que, más allá de las carreras que cursen, se vuelve fundamental conocer.

Luego, además de considerar algunas de sus características, como la densidad de los conjuntos o los aspectos de la posicionalidad del sistema decimal, revisamos ciertas ideas básicas acerca de cómo operar con ellos: suma y resta, considerando particularmente los números negativos. Otro aspecto que se aborda en los textos tiene que ver con la intención de utilizar la matemática para ampliar la capacidad de análisis de información al mismo tiempo que para retomar la idea de porcentaje como herramienta para la comparación de datos.

Por otro lado, estudiamos el valor del trabajo algebraico a través de los algoritmos. Como vimos, este trabajo requiere de la interpretación y de una delicada traducción a símbolos que no solo nos posibiliten resolver una ecuación, sino que además sean consistentes con lo solicitado en el problema. En esta sucinta introducción al mundo de los algoritmos también analizamos algunos métodos de resolución y las propiedades que los rigen.

Hasta acá lo recorrido en este breve camino. Muchas cosas aún faltan por revisitar: aspectos de la geometría y la medida; acercamientos a la probabilidad de sucesos; análisis e interpretación de gráficos de funciones y estadísticos; establecimiento de modelos matemáticos para interpretar fenómenos funcionales, y una lista algo más extensa. Estas ideas serán discutidas y trabajadas en los espacios de los talleres complementarios y en la matemática inicial que deberán cursar para continuar la formación en las diferentes carreras que elijan. Pero para saber cómo estamos preparados para afrontar estos desafíos es mejor hacer una pausa, y luego, retomar el camino, teniendo claro cuáles son los aprendizajes consolidados que hemos adquirido y cuáles son aquellos incipientes y en proceso que necesitamos profundizar. Quizás por ello este epílogo termine siendo un nuevo prólogo, aún no escrito, donde cada una/o se transforme en el artífice de su propio texto.

A continuación, les presentamos algunos textos y preguntas para trabajar a partir de ellos, que pueden ser tomados como modelos de los que se propondrán en el examen final.

Grandes aportes de grandes matemáticos

En el año 624 a.C nació el matemático y filósofo Tales de Mileto. Él descubrió que se podía saber la altura exacta de las pirámides de egipto utilizando la medida de la sombra de estas y algunos datos más. De él proviene el conocido Teorema de Tales.

Uno de sus discípulos de Tales fue Pitágoras, a quien conocemos por el famoso Teorema de Pitágoras que trata sobre la relación entre los lados de un triángulo rectángulo. Él nació en la isla de Samos (Grecia), en el 570 a. C. y murió en Metaponto en el 469 a. C, sufrió el exilio para escapar de la tiranía del dictador Samio Polícrates, por lo que vagabundeó hasta establecerse en el 531 a. C. en Crotona al sur de Italia, donde fundó su famosa escuela pitagórica.

Euclides fue otro gran matemático que realizó diversos aportes, principalmente a la geometría. En el año 300 a.C publicó su principal obra "los Elementos".

Por su parte, Gauss, matemático más contemporáneo, nacido en el 1777 d.C también aportó grandes ideas al mundo matemático. Fue el primero en probar rigurosamente el teorema fundamental del álgebra en 1799 y en 1801 publicó el libro *Disquisitiones arithmeticae*, con seis secciones dedicadas a la teoría de números.

A partir de la lectura del texto se proponen las siguientes actividades:

a. Ordenar en una recta de tiempo los sucesos que se mencionan en el texto.

b. Si Tales de Mileto falleció teniendo 76 años, ¿en qué año ocurrió?

c. ¿Cuántos años vivió Pitágoras?

d. ¿Cuántos años pasaron entre la publicación de "los Elementos" de Euclides y el libro *Disquisitiones arithmeticae* de Gauss?

e. ¿Cuánto tiempo pasó desde el nacimiento de Tales al nacimiento de Gauss?

Mezclas de colores

Para conseguir cualquier color que se desee basta con mezclar los colores básicos: rojo, amarillo, azul, blanco y negro. La clave está en conocer cuáles son las proporciones que se deben utilizar para cada nuevo color.

Por ejemplo:

Naranja:1/2 de rojo y 1 de amarillo
Rosa: 1 de blanco y 1/3 de rojo
Violeta: 1 de azul y 2/5 de rojo
Turquesa: 1 de azul, 1/5 de amarillo y 1/5 de blanco
Marfil: 1 de amarillo, ¼ blanco, ¼ negro y 1/10 rojo

En una pinturería hacen sus propias mezclas según los deseos de las/los clientes. Allí saben que es importante que la mezcla sea exacta ya que para reproducir más tarde el mismo tono deben hacerlo con exactitud.

Actividades:

a) Si queremos formar el naranja o el violeta, ¿cuál de los dos requiere de más color rojo? ¿Y si incluimos el rosa en la comparación?
b) ¿Cual requiere de más color blanco el Marfil o el turquesa?
c) Ordenar de menor a mayor las proporciones de los colores que se requieren para formar el color Marfil.
d) ¿Cual requiere de más color rojo el ros, el Marfil o el naranja?

Las ofertas...

En muchas oportunidades ciertas cadenas de supermercados y otras tiendas comerciales suelen realizar diversas promociones: “Lleve 2 productos al precio de 1”, “Lleve 3, pague 2”, “Segundo producto al 50%”, “descuento del 20%”, entre otras. En ocasiones los carteles de promoción suelen incluir el precio final por producto luego del descuento; otras veces el valor que nos ahorraríamos comprando la promoción; y otras veces no se agrega ninguna información más allá de la promoción en sí misma. Esta variedad de opciones de ofertas e informaciones disponibles requiere que, desde nuestro rol de consumidores, prestemos especial atención a los precios de los productos que seleccionamos de las góndolas, evitando así tener *sorpresas* cuando lleguemos a la línea de caja y abonemos nuestra compra. En relación con esto, les proponemos a continuación algunas situaciones simuladas de promociones y compras para que analicen y resuelvan.

1- Analicen las siguientes situaciones y resuelvan:

a) Un cierto paquete de fideos se vende a $32 cada uno. Si se publicita en oferta mediante la modalidad “Llevando dos productos iguales, 70% de descuento en la segunda unidad”, ¿cuánto tendremos que pagar por dos paquetes?

b) Un cierto producto que originalmente costaba $68, se vende ahora en oferta a un precio de $55,76. ¿Con qué porcentaje de descuento se vende el producto?

2 – Planteen y resuelvan una ecuación acorde a las siguientes situaciones descriptas:

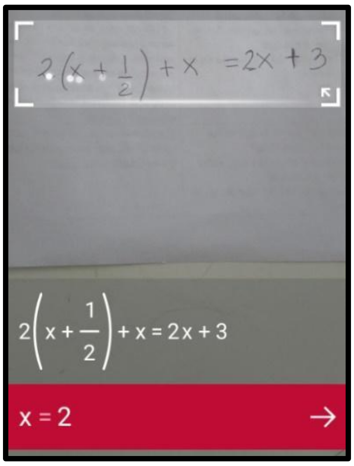
a) Si se compran dos gaseosas de 2,25 litros de una cierta marca, la segunda unidad se abona con un 50% de descuento. Si con la promoción se abonan ambas gaseosas a un precio de $96, ¿cuál es el precio original de cada gaseosa?

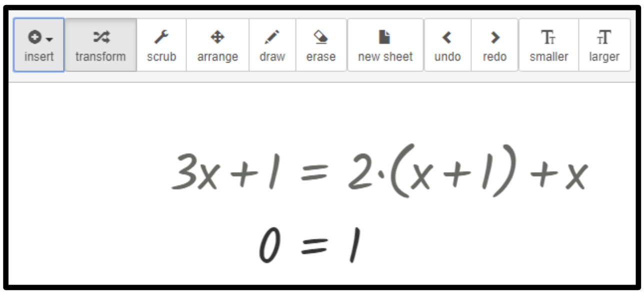
b) Para una reunión, Rocío está evaluando los precios de distintos aperitivos. Desea comprar papas fritas y alguna otra opción. El paquete de palitos salados tiene un precio de $22 y el paquete de maní cuesta $77. Rocío afirma que gastará lo mismo si lleva 4 paquetes de papas fritas y 1 de palitos salados, que si lleva 2 paquetes de papas fritas y 1 de maní. ¿Cuál es el precio de cada paquete de papas fritas?

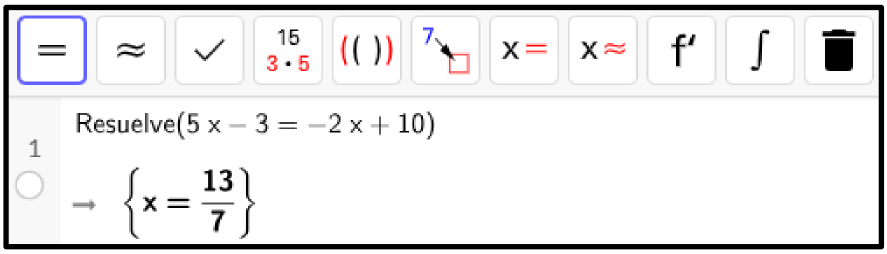
Ecuaciones de bolsillo:

Las aplicaciones de celulares nunca dejan de sorprendernos. Ya conocimos alguna que con solo capturar la foto de la ecuación la resuelve y hasta nos explica cómo lo hizo. Otras aplicaciones, por el contrario, permiten una manipulación “ciega” de la ecuación y como una suerte de “pase mágico” nos da la respuesta.

A continuación, te proponemos una serie de ecuaciones y las respuestas que nos brindan las aplicaciones para que expliques cuáles son los pasos que se pueden seguir en cada caso para hallarlas y/o interpretar los resultados obtenidos.







Apéndice C: Instrumento de Evaluación[6] – Tema 3

Universidad Nacional Arturo Jauretche

Examen de Matemática – CPU – 2019

Apellidos: ……………………………………… **Fecha: 21/03/2019**

Nombres: ……………………………………… **N° de Comisión:**

Documento: ………………………

Tema 3

Problema 1

- Desde los inicios, grandes ideas han signado el camino de la humanidad a través de su historia. Estos son algunos de los inventos.
- Máquina a vapor: Para el 1698 d.C. hizo su gran aparición y fue muy utilizada durante la Revolución Industrial para el movimiento de las máquinas.
- Los primeros helados aparecen en China aproximadamente en año 2000 a.C.
- La Rueda: Creada antes del 3500 a.C. califica como una invención fundamental para el desarrollo humano, ya que a partir de ella se pudo fabricar maquinaria y transporte, entre otras cosas.
- La pólvora: Creada alrededor del año 1000 d.C. fue utilizada para propulsar los proyectiles de las armas.
- Las primeras prótesis aparecen en año 550 a.C.

A partir de lo mencionado se pide:

[6] Se facilitan los temas 2 y 3 del Instrumento de Evaluación

c) Ordena los inventos desde el más antiguo hasta el más reciente, utilizando una recta numérica para ubicarlos.

d) ¿Cuántos años pasaron desde la creación de la rueda hasta la invención de la pólvora? Explica tu respuesta mostrando el cálculo o algún esquema de cómo lo resolvés.

Problema 2

En el último tiempo se puso de moda entre niñas y niños el slime, que es una mezcla viscosa para jugar. Se puede comprar lista, pero también se puede hacer en forma casera. Estos son los ingredientes de la receta.

1/4 de cucharada de bórax - 3/4 de taza de agua caliente - 1/3 taza de cola blanca – 2/3 de cucharada de colorante comestible.

A partir de lo información respondé a las preguntas, explicando cómo lo hacés en cada caso.

a) Esta receta ¿lleva más de agua o de cola?

b) Si se quieren hacer 5 de estas mezclas de slime ¿qué cantidad de tazas de agua serán necesarias?

c) Si la quiere hacer con detergente en lugar de bórax es necesario poner una cantidad que esté entre las cantidades de bórax y de colorante. ¿Qué fracción de cucharada podría llevar?

Problema 3

El censo nacional de población, hogares y viviendas realizado en nuestro país durante el año 2010 reveló que el partido de Florencio Varela tenía, 426005 habitantes. El anterior dato relevado, en el censo 2001, había arrojado una cantidad de 348970 habitantes. Como dato de comparación, en el año 2001, se habían registrado 518788 habitantes en el partido de Quilmes, cantidad que aumentó un 12% para el año 2010.

Retomando con algunos valores del año 2010 para el partido de Florencio Varela, la cantidad de habitantes de entre 15 y 19 años era en esa fecha de 43067, mientras que los habitantes de entre 50 y 54 años fueron de 18100.

En base a la información respondé las siguientes preguntas mostrando como lo hacés.

a) Para el año 2010 en Florencio Varela ¿Qué porcentaje representaron los habitantes de entre 50 y 54 años respecto del total?

b) Durante el año 2001, los habitantes de Quilmes representaban el 3,75% de los habitantes de la Provincia de Buenos Aires ¿Cuál fue la cantidad total de habitantes de la provincia durante ese año?

c) En función de los datos presentados ¿Qué cantidad de habitantes tuvo el partido de Quilmes durante el año 2010?

Problema 4

Adrián y Luna están estudiando y encuentran diferentes aplicaciones en su celular para resolver ecuaciones. Tienen dudas porque no comprenden la respuesta que les da la pantalla a la ecuación:

$$6.x + 4 = 4.x + 2 . (x - 2)$$
$$0 = -8$$

a) Luna dice que la respuesta significa que el valor de x es -8. Adrián, en cambio, sostiene que la ecuación no tiene solución. ¿Quién tiene razón y por qué?

b) Si quisieras resolver la ecuación “a mano”, ¿cómo lo harías? Resolvela y explicá los pasos que hiciste.

Rúbricas de corrección

Eje/dimensión/contenido a ser evaluado	**No resuelve o resuelve mal**	**Incipiente**	**En proceso**	**Consolidado**
1)a) Ordenar número enteros 1)b) Operar con números enteros 2)a) Ordenar racionales y explicar 2)b) Operar con racionales 2)c) Encontrar una fracción entre dos dadas 3)a) Calcular porcentajes a partir de cantidades 3)b) Establecer cantidades absolutas a partir de porcentajes. 3)c) Obtención de porcentajes y cantidades relacionadas con variaciones. 4)a) Interpretar y sostener argumentos relacionados con la solución de una ecuación				
Para aprobar debe tener 6 o más ítems en proceso o consolidado				
Resultado				

Apéndice D: Instrumento de Evaluación – Tema 2[7]

Universidad Nacional Arturo Jauretche

Examen de Matemática – CPU – 2019

Apellidos: ………………………………………   Fecha: 21/03/2019

Nombres: ………………………………………   N° de Comisión

Documento: ………………………

Tema 2

1) Desde principios de la historia la humanidad sintió la necesidad de juntarse, seguramente el instinto nos llevó a buscar protegernos entre los de nuestra especie, pero al mismo tiempo permitieron establecer las primeras formas de comunicación y de a poco dejamos de ser nómades para establecernos en distintos lugares del planeta.

A continuación, se detallan las fundaciones de algunas ciudades importantes:

Babilonia: 2300 a.C Paris: 52 a.C Quito: 1534 d.C Londres: 50 d.C Roma: 753 a.C Atenas: 4000 a.C

A partir de los datos mencionados se pide:

a) Ordená cronológicamente las fundaciones de las ciudades, desde la más antigua hasta la más actual, utilizando una recta numérica para ubicarlas.

b) ¿Cuántos años pasaron desde la fundación de Roma y la de Quito? Explicá tu respuesta mostrando el cálculo o algún esquema de como lo resolvés.

2) Para realizar una torta pequeña se necesitan los siguientes ingredientes:

[7] No volvemos a copiar las rúbricas por ser las mismas en todos los temas

1/4 de taza de leche - 1/2 taza de azúcar – 3/4 de taza de harina de trigo leudante - 1 huevo - 1/8 de taza de aceite - Saborizante el que desee: esencia de vainilla, ralladura de naranja o limón.

A partir de lo información respondé a las preguntas explicando cómo lo hacés en cada caso.

- **a)** Esta receta ¿lleva más de azúcar o de harina?
- **b)** Si se quieren hacer 7 de estas tortas ¿qué cantidad de tazas de leche serán necesarias?
- **c)** Si la quiere hacer de chocolate es necesario agregar cacao en polvo. Si se puede poner una cantidad que esté entre las cantidades de azúcar y de harina. ¿Qué fracción de taza podría llevar?

3) El censo nacional de población, hogares y viviendas realizado en nuestro país durante el año 2010, relevó que el partido de Florencio Varela tenía 426005 habitantes. El anterior dato relevado, en el censo 2001, había arrojado una cantidad de 348970 habitantes. Como dato de comparación, en el año 2001, se habían registrado 518788 habitantes en el partido de Quilmes, cantidad que aumentó un 12% para el año 2010. Retomando con algunos valores del año 2010 para el partido de Florencio Varela, la cantidad de habitantes de entre 15 y 19 años era en esa fecha de 43067, mientras que los habitantes de entre 50 y 54 años fueron de 18100.

En base a la información respondé las siguientes preguntas mostrando como lo hacés.

- **a)** Para el año 2010 en Florencio Varela ¿Qué porcentaje representaron los habitantes de entre 15 y 19 años respecto del total?
- **b)** Durante el año 2010, los habitantes de Florencio Varela representaban el 2,72% de los habitantes de la Provincia de Buenos Aires ¿Cuál fue la cantidad total de habitantes de la provincia durante ese año?

- **c)** ¿El aumento porcentual de población de Florencio Varela entre los años 2001 y 2010 fue mayor o menor que el del partido de Quilmes? Justificar a partir de los cálculos necesarios.

4) Gladys y Danilo están estudiando y encuentran diferentes aplicaciones en su celular para resolver ecuaciones. Tienen dudas porque no comprenden la respuesta que les da la pantalla a la ecuación:

$$4 - 1 = 2 \quad + 2(\quad - 2)$$
$$0 = 3$$

a) Danilo dice que la respuesta significa que el valor de x es 3. Gladys, en cambio, sostiene que la ecuación no tiene solución. ¿Quién tiene razón y por qué?

b) Si quisieras resolver la ecuación "a mano", ¿cómo lo harías? Resolvela y explicá los pasos que hiciste.