Tesis de Maestría

Maestría en Enseñanza de las Ciencias Exactas y Naturales.

Orientación Matemática

Conocimientos probabilísticos en la formación inicial de docentes de Educación Primaria

El caso de los estudiantes de la Unidad Académica San Julián de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral

Lic. Valeria Lourdes García

Autora

Mg. Dora Silvia Maglione

Directora de Tesis

Dr. Ricardo Chrobak

Co-director de Tesis

Facultad de Ingeniería

Universidad Nacional del Comahue

(Febrero, 2019)

Resumen

Definiendo a los conocimientos probabilísticos como objeto de estudio en la formación de docentes de primaria, en la Unidad Académica San Julián (UASJ) de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral (UNPA), la investigación adopta un abordaje cualitativo, que se encuadra dentro de una investigación–acción y estudio de caso. El universo consta de los estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria de la UASJ–UNPA, y como muestra al grupo de estudiantes que cursaron Didáctica de la Matemática en el ciclo académico 2016. Utilizando el enfoque ontosemiótico como principal marco teórico de referencia, se diseñó, implementó y evaluó la secuencia/proyecto *Diseño, implementación y evaluación de una actividad innovadora*, constituida por seis tareas. Este estudio desarrolla un análisis particular y general de estas tareas, aplicando algunas guías para su análisis y reflexión didáctica que permiten caracterizar objetos matemáticos, procesos matemáticos y didácticos, y conocimientos probabilísticos emergentes. Por otra parte, se presenta un análisis preliminar de la probabilidad en los lineamientos curriculares, tanto para la formación inicial de docentes de primaria como para la escuela primaria. Finalmente, se incluyen las conclusiones del estudio centradas en el objetivo de investigación, se delimitan aportes, implicaciones y limitaciones y se plantean perspectivas de trabajo futuro.

Palabras clave: probabilidad, educación matemática, formación de docentes de Primaria

Abstract

This work defines Probabilistics knowledge as an object of study in the graduate programme of primary school teachers, at San Julián Academic Unit (UASJ) of the National University of Southern Patagonia (UNPA). The research adopts a qualitative approach that fits an action-research method and a case study. This study included students of the Primary Education Teacher Training Program of the UASJ - UNPA, more specifically the group of students that took the course Didactics of Mathematics in the academic year 2016. Following an ontosemiotic theoretical framework a six-task sequence/ project entitled *Design, implementation and evaluation of an innovative activity* was designed, implemented and evaluated. The study analyzed these tasks in a particular and in a general way, applying some guidelines for their analysis and didactic reflections that allowed us to characterize mathematical objects, mathematical and didactic processes and emerging knowledge on Probabilistics. Likewise, a preliminary analysis of Probability in curricular guidelines is presented, both for the pre-service primary school teachers and primary school. Finally, we include the conclusions of the study related to the research objectives. Some contributions, implications and limitations, and perspectives for future research are also provided.

Keywords: probability, mathematics education, Primary teachers training

A mi familia, amigos y estudiantes por sus enseñanzas

Este trabajo fue posible gracias al apoyo y acompañamiento de varias personas que colaboraron desinteresadamente y acompañaron en el proceso, a ellos les dedico este trabajo.

A mi familia, especialmente a mi madre y mi hermano que me apoyaron en este camino, me transmitieron sus valores éticos y me brindan continuamente sus enseñanzas de la vida.

A mis amigos, con quienes compartimos distintos momentos a lo largo de este camino y que supieron comprender algunas ausencias.

A mis colegas, especialmente aquellos que demostraron su interés y a los que aportaron generosamente su valiosa mirada y aportes.

A mi directora de tesis, por sus permanentes palabras de aliento, guías y orientaciones que hicieron posible transitar este arduo camino de forma amena y al co-director de tesis por su revisión final.

A mis estudiantes porque ellos nos enseñan a ser mejores profesionales y personas, especialmente a los que participaron de este estudio, por su entusiasmo y compromiso.

Y finalmente, a todas las personas que de forma directa o indirecta colaboraron con la realización de este nuevo objetivo cumplido.

ÍNDICE GENERAL

Índice de Figuras

Índice de Tablas

Introducción – Delimitación del Estudio

En la primera parte de este trabajo se define el objeto de estudio, estableciendo el objetivo y la pregunta que guían la investigación, posteriormente se describen brevemente otras instancias de trabajo consideradas como antecedentes y finalmente, se detalla el escenario del estudio.

Objeto de estudio

El objeto de estudio se centra en los conocimientos probabilísticos disponibles en la formación de docentes de primaria. A partir de la recopilación y sistematización de los conocimientos aportados en las investigaciones sobre el aprendizaje y la enseñanza de la probabilidad y el análisis de los procesos de aprendizaje de la probabilidad en la formación inicial de docentes de Primaria, se evalúan los significados acerca de la probabilidad, que poseen los estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria. Considerando el caso de los estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria de la Unidad Académica San Julián (UASJ) dependiente de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral (UNPA).

Del objeto de estudio se desprenden:

El objetivo que guía el estudio:

- Describir tipos de conocimientos y significados probabilísticos de futuros docentes de primaria, de la Unidad Académica San Julián (UASJ), Universidad Nacional de la Patagonia Austral (UNPA).

Y la pregunta de investigación:

- ¿Qué significados acerca de la probabilidad y qué tipos de conocimientos probabilísticos poseen los futuros docentes de Primaria de la UASJ – UNPA?

Antecedentes

Este estudio tuvo como antecedente la autoría de un trabajo titulado: Propuestas para el abordaje de la Probabilidad en distintos años de la Escuela Primaria, elaborado en el marco del cursado de la Licenciatura en Enseñanza de la Matemática, de la Universidad CAECE. El mismo consistió en la elaboración de materiales didácticos para el abordaje de contenidos de probabilidad en la Escuela Primaria y surgió a partir de la necesidad de plantear alternativas metodológicas para la enseñanza de la probabilidad en la escuela primaria, tema planteado ante la observación personal del escaso (o nulo, en algunos casos) tratamiento de la temática en el nivel.

Dicho trabajo fomentó la propuesta y consecuente participación como codirectora, docente/investigadora en el Proyecto de Investigación PI 29/D062: Prácticas Probabilísticas emergentes en la Formación Docente. El caso del Profesorado Para la Educación Primaria de la Unidad Académica San Julián de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral (UASJ - UNPA), desarrollado entre 2015 y 2017. El proyecto se abocó al estudio de las prácticas probabilísticas emergentes en la formación docente inicial y continua, considerando para el análisis la participación de estudiantes y docentes en ejercicio, en el cursado del ateneo *El lenguaje del Azar*, una instancia de capacitación desarrollada en el mes de diciembre de 2016.

En el marco del mencionado Proyecto de Investigación, durante el año 2015, se planificaron e implementaron dos actividades en la Semana Nacional de la Ciencia y la Tecnología, destinada a niños de 2° y 6° grado de la Escuela Primaria, con el objetivo de involucrar a los alumnos en el entendimiento de situaciones probabilísticas, a partir de juegos. Con estas actividades se buscó fomentar la curiosidad y el asombro que permiten el desarrollo de la ciencia.

La actividad destinada a los alumnos de 2° grado se denominó secuencia didáctica de Combinatoria. Esta experiencia buscaba la recuperación de nociones básicas de Combinatoria. La actividad se desarrolló en el patio cubierto de la institución escolar[1], contando con la participación de 120 niños (aproximadamente), docentes de primaria a cargo e integrantes del equipo de investigación. La actividad consistió en la realización de un juego con dados especialmente construidos para este fin, como los que se muestran en la figura 1.

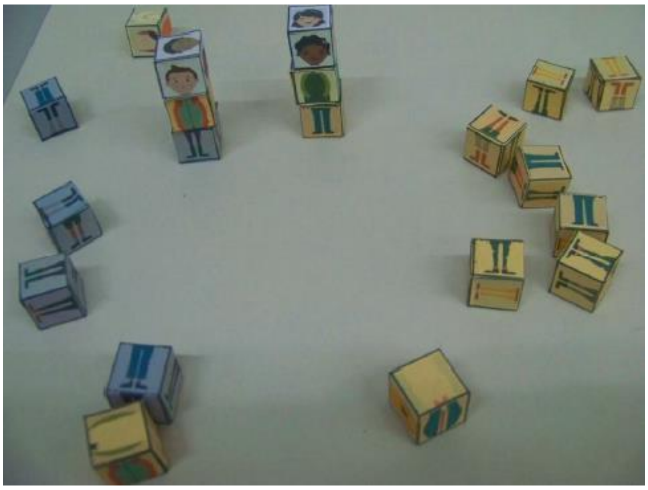


Fig. 1 Dados de la secuencia didáctica de Combinatoria

Fuente: elaboración propia

Producto del entusiasmo que el juego provocó en los niños se evidenciaron tres situaciones respecto a la consigna inicial: grupos que la comprendieron y aplicaron con claridad, grupos que la adaptaron, modificándola para llegar al resultado esperado y otros grupos que inventaron otra. En todos los casos los grupos resolvieron dando lugar a las combinaciones, mediante el empleo de técnicas de conteo y sobreconteo[2].

---

[1] Escuela Primaria Provincial N° 4 – Florentino Ameghino de la localidad de Puerto San Julián, Provincia de Santa Cruz

[2] García, V.; Malik de Tchara, C.; Martínez, N.; Gallardo, D.; Zalazar Morais, E.; Marcucci, N. (2016)

La actividad destinada a los alumnos de 6° grado consistió básicamente en, a partir del juego Producto par o impar, desarrollar una serie de actividades tendientes a anticipar algunos resultados posibles de obtener, experimentar y tomar nota de los resultados obtenidos, mediante una tabla, comparar los resultados obtenidos con los resultados anticipados y extraer alguna conclusión. La actividad se desarrolló en un aula común y el laboratorio de informática de la Unidad Académica San Julián, contando con la participación de 30 niños (aproximadamente)[3], docentes de primaria a cargo, estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria[4] e integrantes del equipo de investigación. Las actividades propuestas permitieron recuperar contenidos básicos de probabilidad con, en términos de Maggio (2012), inclusión genuina de las TIC, mediante aplicaciones de Android y herramientas digitales disponibles en la Web[5].

Escenario de la investigación

Al momento de iniciar el trabajo previo[6] se encontraba en vigencia en la Provincia de Santa Cruz el Diseño Curricular de la Educación General Básica (EGB), del año 2004, que plantea que durante el transcurso de la escolaridad básica los alumnos deben comprender, estimar y usar probabilidades. El Consejo Provincial de Educación (2004) establece:

> La enseñanza de la probabilidad en la EGB tiene por objetivo trabajar con los alumnos conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de

[3] Alumnos del Instituto María Auxiliadora de la localidad de Puerto San Julián

[4] Estudiantes que se encontraban desarrollando instancias de observación y práctica en los salones seleccionados para la actividad

[5] García, V.; Malik de Tchara, C.; Martínez, N. (2016)

[6] Refiere al trabajo: Propuestas para el abordaje de la Probabilidad en distintos años de la Escuela Primaria

> probabilidad…, mediante situaciones de juego, experimentables o usando modelos de simulación. (p. 458)

Posteriormente, se definen los contenidos y saberes a partir del Diseño Curricular para la Educación Primaria de la Provincia de Santa Cruz, que entra en vigencia a partir del año 2017. Un primer análisis comparativo de ambos documentos oficiales permitió advertir modificaciones sustanciales en relación al planteo del abordaje de contenidos de probabilidad, los que se detallarán en el Capítulo IV.

Durante el proceso de esta investigación el investigador asumió un doble rol, por un lado como investigador y por otro lado como docente del espacio curricular Didáctica de la Matemática, correspondiente al 3° año del Plan de Estudios del Profesorado para la Educación Primaria de la UNPA – UASJ, espacio donde se centró y desarrolló el estudio. En este contexto se diseñó y desarrolló una secuencia/proyecto denominada "Diseño, implementación y evaluación de una actividad", con el fin de indagar tanto objetos como procesos matemáticos y didácticos emergentes. En el contexto de este trabajo se considera una secuencia/proyecto como una sucesión de situaciones-problema (tareas) relacionadas entre sí, considerando la noción de proyecto desde el enfoque del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS), como conjunto de situaciones-problema.

La investigación se limita a estudiar los significados que tienen para los participantes (estudiantes) los objetos y procesos matemáticos y didácticos emergentes, acotado al grupo que cursó en el ciclo académico 2016 la asignatura en cuestión.

El estudio parte del conocimiento de la existencia de falencias en los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la probabilidad y del reconocimiento de la posibilidad de tomar decisiones a fin de intentar resolverlas. En este escenario resulta fundamental indagar acerca del tipo de prácticas probabilísticas que emergen, o bien deberían emerger, en la formación inicial, para que los futuros docentes se apropien del conocimiento del contenido y del conocimiento pedagógico del contenido. De esta manera tener herramientas tanto para abordar la probabilidad con sus alumnos de primaria; así como cuestionar el estado de la enseñanza de la probabilidad en la escuela primaria y tomar decisiones al respecto, que pueden ir desde iniciar su abordaje hasta fomentar este tratamiento con sus colegas, en las instituciones donde se desempeñen profesionalmente.

A continuación, se explicita la metodología de trabajo y el marco referencia adoptado en esta investigación. Posteriormente, en el capítulo II, se describe del estudio realizando, incluyendo un análisis particular y general de las tareas que orientan el trabajo. En el capítulo III se avanza en la elaboración de las guías para el análisis y la reflexión didáctica, que permiten caracterizar objetos matemáticos y detallar procesos matemáticos y didácticos emergentes. En el capítulo IV se analizan los conocimientos probabilísticos en la formación inicial de docentes de primaria, acotado al caso de estudio, se plantea un camino posible para avanzar en el mejoramiento de los procesos de estudio de la probabilidad y se referencia a la probabilidad en los diversos lineamientos curriculares tanto para la formación inicial de docentes de primaria como para la escuela primaria. Finalmente, en el capítulo V se presentan algunas conclusiones del estudio en relación con el objetivo de investigación, como así también se presentan aportes, implicaciones y limitaciones del estudio y se plantean perspectivas de trabajo futuro.

Capítulo I – Metodología y Marco de Referencia

En este primer capítulo se detalla la Metodología de trabajo empleada, describiendo a los participantes y el contexto de aplicación del estudio, teniendo en cuenta las particularidades de cursado de los estudiantes considerados para este trabajo, detallando el abordaje y procedimiento, comentando las tareas que guiaron el estudio y por último, se presenta el marco teórico de referencia que se emplea para el desarrollo y cierre del mismo.

Metodología de trabajo

Este trabajo plantea un estudio de la probabilidad como: objeto de conocimiento – objeto a enseñar – objeto de enseñanza, según la teoría de Chevallard (2005) sobre Transposición Didáctica. Así mismo, se adopta el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) dado que provee de herramientas metodológicas para el diseño y análisis didáctico de clases y la iniciación en investigación en Educación Matemática.

En este trabajo se desarrolla un abordaje metodológico cualitativo, partiendo de la hipótesis:

> *Los significados probabilísticos de los futuros docentes de primaria de la UASJ–UNPA están asociados principalmente con el significado laplaciano y frecuencial, surgen desde la recuperación de intuiciones probabilísticas y tienen carencias en el componente discursivo. Los tipos de conocimientos probabilísticos de estos estudiantes exceden el conocimiento común del contenido probabilidad.*

Participantes y descripción del contexto de aplicación del estudio.

Los participantes considerados fueron los estudiantes de Didáctica de la Matemática, que cursaron durante el ciclo académico 2016, en la UNPA–UASJ, seleccionados mediante una muestra no probabilística, que podría ser considerada como una muestra por conveniencia, en tanto el hecho de ser docente del espacio curricular facilitó el acceso a los mismos y a la recolección de los datos.

Centrar el estudio en el análisis del caso de los estudiantes del espacio curricular Didáctica de la Matemática de la UNPA–UASJ, precisa describir algunas características particulares de la modalidad de estudio y de la cursada de este grupo de estudiantes. La UNPA implementa, desde el año 2000, el sistema educativo UNPAbimodal[7], como propuesta educativa que posibilita la combinación de instancias educativas presenciales y no presenciales. De esta forma, quienes no pueden cursar sus estudios en forma presencial, por cuestiones geográficas, familiares, personales o de trabajo, participan de una alternativa de formación universitaria que promueve una modalidad interactiva entre estudiante, compañeros y docentes.

En la UASJ, el espacio curricular Didáctica de la Matemática se ofrece bajo la modalidad SATEP 2[8], propiciando diferentes momentos de aprendizaje, instancias de trabajo autónomo y de trabajo colaborativo, como así también diversos momentos de interactividad entre estudiantes y docentes, e instancias de presencialidad donde se trabaja desde la modalidad de taller.

El cursado bajo esta modalidad semipresencial amplía la zona de influencia de la UASJ, a la vez que beneficia a los estudiantes de toda la provincia de Santa Cruz,

[7] www.unpa.edu.ar

[8] Sistema de Asistencia Técnico Pedagógica instituido por la UNPA para la atención de estudiantes que cursan en la bimodalidad; implica un 12% de presencialidad de la carga horaria establecida por el Plan de Estudios.

conformándose la matrícula de la UNPA–UASJ con estudiantes que residen en diferentes localidades que distan de la sede entre 120 y 700 kilómetros, aproximadamente. Esta característica de la matrícula fue ampliándose año a año, partiendo en el 2007 con estudiantes de sólo dos localidades y llegando a 2016 con una distribución del estudiantado, según el detalle de la imagen que a continuación se incluye (Fig. 2), considerando un grupo de estudiantes compuesto por 19 estudiantes.

Fig. 2 Distribución de localidades de residencia de los participantes del estudio

Fuente: elaboración propia

Abordaje y procedimiento.

En relación al abordaje la investigación tiene aspectos de una investigación–acción práctica y de un estudio de caso, en tanto busca resolver problemas cotidianos e inmediatos y mejorar prácticas concretas, en particular la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad en la formación inicial de docentes de Primaria y a su vez, la investigación tiene por finalidad documentar una experiencia del abordaje de la Probabilidad en la formación inicial de docentes de Primaria. Según Sandín, citada por Hernández Sampieri, Fernández Collado y Baptista Lucio (2006): "La investigación–acción construye el conocimiento por medio de la práctica" (p. 706). Además, Hernández Sampieri et al. (2006) plantean que: "Gran parte de los estudios de caso de este tipo tienen como objetivo documentar una experiencia o evento en profundidad o entender un fenómeno desde la perspectiva de quienes lo vivieron" (p. 20).

Se trabajó principalmente con instrumentos de recolección de información como aplicación y análisis didáctico de tareas de probabilidad. Estos instrumentos fueron relevados mediante las herramientas disponibles en el Entorno Virtual de Enseñanza y Aprendizaje, UNPAbimodal. Se consideró como universo a los estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria de la UNPA–UASJ. Sobre tal población se tomó como muestra el grupo de estudiantes del espacio curricular de Didáctica de la Matemática, ciclo académico 2016. Se analizaron los datos mediante las herramientas metodológicas del Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS). Además, se confeccionaron tres guías para el análisis y la reflexión didáctica con el fin de, en términos de Batanero y Godino (2008):

- seleccionar y reelaborar los problemas matemáticos idóneos para los estudiantes de Didáctica de la Matemática, de la UNPA–UASJ, usando los recursos apropiados en cada circunstancia;
- definir, enunciar y justificar los conceptos, procedimientos y propiedades matemáticas, en particular de probabilidad, teniendo en cuenta las nociones previas necesarias y los procesos implicados en su comprensión.

Cabe mencionar que una síntesis del EOS y de las Guías para el análisis y la reflexión didáctica se incluye en el marco teórico de referencia.

A continuación, se enuncian y describen las seis tareas que guiaron el estudio y que conforman la secuencia/Proyecto denominado: *Diseño, implementación y evaluación de una actividad*.

Tareas que guiaron el estudio.

La secuencia/proyecto *Diseño, implementación y evaluación de una actividad,* considerada para este estudio, estuvo compuesta por seis tareas, las cuales se describen brevemente.

1. *Foro probabilidad*: tarea de realización individual, consistente en el planteo de una situación problemática, posterior resolución de otra actividad (propuesta por otro estudiante), corrección de la resolución de la situación presentada inicialmente, toma de conocimiento de la corrección y devolución fundada de lo anteriormente resuelto por cada estudiante.
2. *Análisis didáctico de una actividad*: previa lectura de un documento[9] que describe el Juego: "Producto par o impar", la tarea consiste en experimentar en varias oportunidades el juego. Identificar el/los contenido/s de probabilidad que el Juego permitiría abordar. Definir una posible variante -sin modificar el contenido "probabilidad"- delimitando el alcance y limitaciones del Juego original y la modificación propuesta. Incluir como anexo los relatos personales, realizados a partir de la familiarización con el recurso, de todos los integrantes del grupo. Esta es una tarea de realización grupal, entre dos y cuatro integrantes, manteniendo a partir de esta tarea los integrantes del grupo.
3. *Diseño de una actividad innovadora*: consiste en la planificación/diseño grupal y colaborativa de una actividad "innovadora", con el fin de trabajar algún aspecto relacionado con la probabilidad. Previamente requiere definición de destinatarios y posible lugar de implementación de la actividad (pensando la implementación en un contexto no formal).

[9] Este documento se incluye en el anexo

4. *Implementación de la actividad innovadora*: desarrollo de la actividad innovadora previamente planificada, tarea grupal y colaborativa.
5. *Registro diferido de la implementación de la actividad innovadora*: creación individual de un registro diferido natural del momento de implementación de la actividad innovadora.
6. *Análisis Didáctico de la implementación de la actividad innovadora*: realización del análisis didáctico grupal y colaborativo, tomando como insumos los registros disponibles de la actividad innovadora desarrollada, en relación al eje "contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego".

Es importante mencionar que, a partir de la tercera tarea el estudio se enfocó en la observación de cuatro grupos de trabajo (de un total de seis), los cuales se observaron de forma directa, con el fin de reducir la variabilidad en el análisis que pudieran ser introducidos por el análisis indirecto de datos relevados por terceros.

Asimismo, resultó relevante para el estudio tener en cuenta el establecimiento de los lineamientos curriculares, en particular el Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz para la Educación Primaria, área Matemática y la comparación con los lineamientos del Diseño previo para la Educación General Básica; en relación a la enseñanza de la probabilidad.

A partir del análisis propio de las tareas descriptas previamente se confeccionaron las Guías para el análisis y la reflexión didáctica del EOS (Batanero; Godino, 2008), en particular la Guía para el Diseño de Unidades Temáticas (GDUT), Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) y la Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (GRPAS). Estas Guías, descriptas en el marco teórico de referencia, posibilitaron el establecimiento de algunas de las conclusiones del trabajo.

Marco teórico de referencia

Como se mencionó con anterioridad, se adopta el Enfoque Ontosemiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática (EOS) como marco teórico para la investigación, motivo por el cual se presenta a continuación una breve descripción de los aspectos centrales del EOS. Desde el mismo enfoque Batanero y Godino (2008) proponen y detallan las Guías para el análisis y la reflexión didáctica del EOS, las que serán consideradas en este trabajo. Por otra parte, se analiza el conocimiento de los futuros docentes de Primaria acerca de la Probabilidad, en este sentido se recupera el trabajo de Ball, Hill y Bass (2005) quienes consideran necesario definir el conocimiento matemático para la enseñanza y a partir de investigaciones posteriores, Hill, Ball y Schilling (2008) clasifican este conocimiento en: conocimiento del contenido y conocimiento pedagógico del contenido. En relación al objeto de investigación donde intervienen los conocimientos matemáticos probabilísticos en la formación inicial resulta fundamental explicitar diversos significados de la probabilidad recuperados de Alsina y Vásquez (2015). Finalmente, se describen las singularidades de la Probabilidad y su enseñanza a partir de los aportes de Batanero, Godino (2002) y Ponce (2000).

Síntesis del EOS.

En términos de Godino (2002), el EOS provee:

> …una técnica de análisis de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la Matemática, que permite determinar los significados institucionales

> y personales puestos en juego e identificar posibles conflictos semióticos en la interacción didáctica,… se basa en un modelo ontológico y semiótico para la cognición matemática. (p. 1)

Se considera práctica matemática a toda actuación o expresión realizada por alguien para resolver problemas matemáticos, comunicar a otros la solución obtenida, validarla o generalizarla a otros contextos y problemas. Las prácticas pueden ser personales (propias de una persona) e institucionales (compartidas en el seno de una institución).

En las prácticas matemáticas intervienen objetos ostensivos (símbolos, gráficos) y no ostensivos (conceptos, proposiciones).

Si los sistemas de práctica son compartidos emergen objetos institucionales, mientras que si los sistemas de práctica son personales emergen objetos personales.

La cognición personal es el resultado del pensamiento y la acción de un sujeto ante una cierta clase de problemas, mientras que la cognición institucional es resultado del diálogo, el convenio, la regulación en el seno de un grupo de individuos que conforman una comunidad de práctica.

El EOS considera la siguiente tipología de objetos matemáticos primarios:

- *Lenguaje*: términos, expresiones, notaciones, gráficos; que se presentan a su vez en diversos registros (escrito, oral, gestual).
- *Situaciones-problema*: actividades, tareas o ejercicios, tanto extra-matemáticas como intra-matemáticas.
- *Conceptos-definición:* construcciones o elementos que son introducidos mediante descripciones de un objeto.
- *Proposiciones*: enunciados o afirmaciones de un objeto.

- *Procedimientos*: algoritmos, operaciones, técnicas de cálculo o modos de ejecutar determinadas acciones.
- *Argumentos*: enunciados y razonamientos empleados para validar, justificar o explicar las proposiciones y los procedimientos, la validez de la solución de un problema.

Estos objetos primarios se relacionan entre sí formando configuraciones, como se muestra en la figura 3:

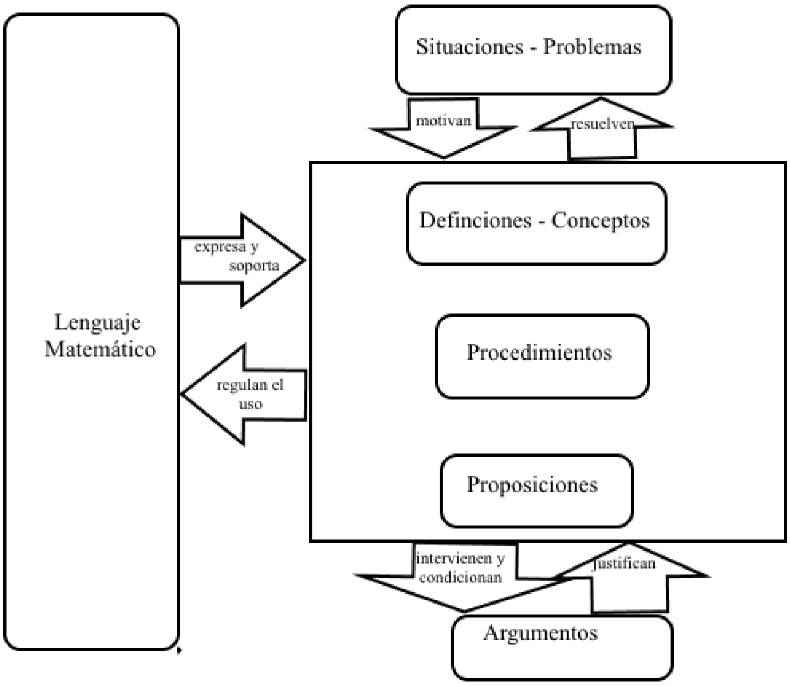


Fig. 3 Configuraciones de objetos primarios.

Fuente: Godino; Batanero; Font, 2009

En el estudio de la matemática, más que una práctica particular ante un problema concreto, interesa considerar los sistemas de prácticas (operativas y discursivas) puestos de manifiesto por las personas en su actuación ante tipos de situaciones problemáticas. En la figura 4 se observan la configuración Ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos matemáticos.

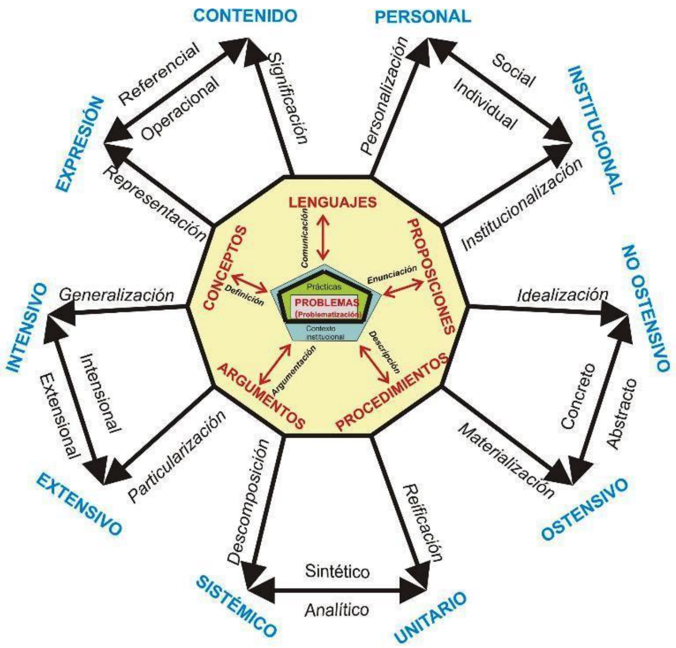


Fig. 4 Configuración Ontosemiótica de prácticas, objetos y procesos matemáticos

Fuente: Godino, 2014

Guías para el análisis y la reflexión didáctica.

Batanero y Godino (2008) presentan un modelo de formación matemática y didáctica de profesores, apoyado en la aplicación del EOS, a partir de la aplicación de "guías para el análisis y la reflexión didáctica".

Se consideran tres instrumentos de análisis didáctico, descriptos por Batanero y Godino (2008):

a) *Guía para el Diseño de Unidades Temáticas (GDUT),* permite al docente desarrollar la capacidad de diseño de unidades didácticas adecuadas.

b) Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS), que tiene en cuenta de manera explícita las configuraciones de objetos y procesos matemáticos puestos en juego en la solución de los problemas, para identificar potenciales conflictos de significados y sistematizar las competencias matemáticas pretendidas;

c) *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación* (GRAPS), que permite identificar fenómenos didácticos relacionados con las interacciones profesor – estudiantes, estudiantes entre sí e interacciones con los recursos disponibles (medios tecnológicos y el tiempo), focalizados en la apropiación de los significados (aprendizaje) como objetivo final del proceso de estudio.

El EOS desarrolla:

> […] elementos operativos para analizar las diversas dimensiones y facetas a tener en cuenta en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la matemática, las dimensiones epistémica (significados institucionales), cognitiva-afectiva, (significados personales), instruccional (interaccional y mediacional) y curricular /ecológica.
>
> Se trata de hacer operativas las nociones de práctica matemática, configuración epistémica y cognitiva, configuración didáctica mediante unas “guías” para el reconocimiento de objetos, procesos matemáticos e interacciones didácticas. Estas guías proporcionan herramientas para el análisis y reflexión didáctica (en las fases de planificación curricular, implementación en el aula, evaluación de los aprendizajes y la idoneidad didáctica), que los formadores de profesores e investigadores pueden aplicar. (Batanero y Godino, 2008, p. 3 y 4)

A continuación, se describen los tipos de análisis que las guías propuestas permitirían realizar (Fig. 5).

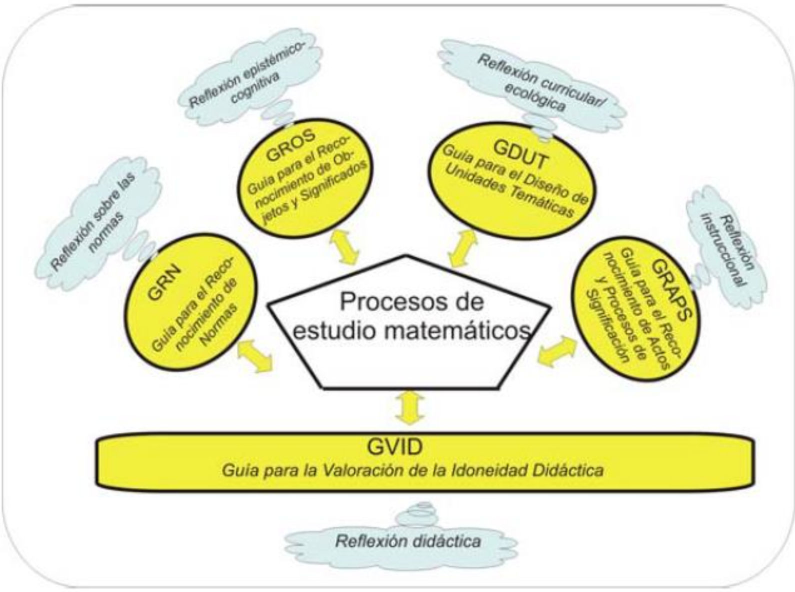


Fig. 5 Formación didáctica basada en la reflexión guiada

Fuente: Batanero; Godino, 2008

Seleccionando para este estudio las guías que se detallan seguidamente.

- *Guía para el Diseño de Unidades Temáticas (GDUT)*

  Consiste en explicitar la motivación del tema, los objetivos y competencias matemáticas generales que se pretenden, definir los contenidos, seleccionar las situaciones de contextualización – iniciación para cada clase, describir la metodología y los procesos de evaluación.

- *Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS)*

  Consiste en la reconstrucción de la configuración de objetos y significados, para las distintas situaciones-problemas usadas en un proceso de estudio.

- *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (GRAPS)*

  Se focaliza en el reconocimiento de actos y procesos de significación, con el fin de analizar los procesos de interacción, contemplando tanto cómo interactúa el profesor con los estudiantes, como las interacciones de los estudiantes entre sí, a propósito de cuestiones específicas relacionadas con las competencias matemáticas que se desean desarrollar en los estudiantes.

Tipos de conocimiento matemático.

Este trabajo tendrá en cuenta el trabajo de Ball, Hill y Bass (2005) quienes consideran necesario definir el conocimiento matemático para la enseñanza y a partir de investigaciones posteriores, Hill, Ball y Schilling (2008) clasifican este conocimiento en: *conocimiento del contenido* y *conocimiento pedagógico del contenido*.

Ball et al. (2005) consideran la existencia de diversos tipos de conocimiento de los contenidos matemáticos, entre los que se encuentra el *conocimiento matemático para la enseñanza*. Saber matemática para enseñarla exige un tipo de profundidad y detalle que va más allá de lo necesario para llevar adelante un algoritmo. Por otra parte plantean que los maestros enfrentan tareas predecibles y recurrentes, relacionadas con la matemática y el razonamiento matemático, como investigar los errores de los alumnos (análisis de errores), explicar un concepto, algoritmo, procedimiento en términos que los alumnos puedan comprender y emplear representaciones matemáticas. Destacan que las tareas cotidianas de enseñanza implican tanto conocimiento matemático como pedagógico. Las autoras consideran que los docentes requieren un *conocimiento matemático para la enseñanza,* como conocimiento profesional propio, diferente del que exigen otras profesiones que aplican conocimientos matemáticos. Finalmente plantean la existencia de diversos tipos de conocimiento para la enseñanza, como el conocimiento común del contenido y el conocimiento especializado del contenido, asimismo argumentan que es fundamental avanzar en los estudios en relación a la particularidad de los conocimientos necesarios para el mejoramiento de la formación inicial de docentes de matemática. (Ball et al., 2005)

Investigaciones posteriores como las de Hill et al. (2008) describen los conocimientos matemáticos que conforman el Modelo del Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT, Mathematical Knowledge for Teaching). En el MKT el conocimiento matemático para la enseñanza se define como "el conocimiento matemático que emplea el docente en el aula para la enseñanza" (Hill et al., 2008 p. 374). Los autores del MKT plantean que el docente debe contar con dos tipos de conocimiento: a) un conocimiento del contenido y, b) un conocimiento pedagógico del contenido. A su vez, cada uno de estos tipos de conocimiento está conformado por distintos conocimientos, que se describen a continuación y se ilustran en la figura 6.

El *Conocimiento del contenido* refiere a los conocimientos matemáticos que se supone posee una persona que se dedica a la enseñanza de la matemática, como producto de su paso por la escolaridad obligatoria y de su formación docente. Se conforma por tres subgrupos:

- *Conocimiento Común del Contenido* (CCK), es el conocimiento utilizado por cualquier persona para resolver problemas matemáticos, en entornos no exclusivos de la enseñanza de la matemática.
- *Conocimiento Especializado del Contenido* (SCK), es aquel conocimiento utilizado únicamente por los docentes para el desarrollo de su trabajo ─la enseñanza─ en el área de matemática. Refiere al conocimiento del maestro que lo habilita a enseñar y orientar la resolución de problemas matemáticos; este incluye: un ordenamiento de las secuencias con las cuales podrían desarrollarse los diferentes aspectos de un contenido específico, el conocimiento de los errores y dificultades comunes de los estudiantes, las concepciones erróneas, las estrategias utilizadas, ser capaz de valorar la comprensión del alumno y saber cómo evoluciona tal comprensión.

- *Conocimiento del Horizonte Matemático* (HCK) hace referencia a las relaciones que se pueden establecer entre contenidos matemáticos de diferentes niveles educativos y/o las relaciones entre contenidos matemáticos de un mismo nivel, entre sí y con contenidos de otras asignaturas. Permite reflexionar sobre las conexiones y limitaciones del contenido matemático escolar.

El *Conocimiento Pedagógico del Contenido* son los conocimientos indispensables para el desarrollo de los procesos de enseñanza y de aprendizaje de la matemática. Está integrado por los siguientes subgrupos:

- *El Conocimiento del Contenido y los Estudiantes* (KCS) implica reconocer los procesos que siguen los estudiantes durante el aprendizaje de la matemática. Permite anticipar respuestas y dificultades de los estudiantes, seleccionar la complejidad de una tarea en función de las características de los estudiantes.
- *El Conocimiento del Contenido y la Enseñanza* (KCT) involucra conocer alternativas metodológicas para el abordaje de un contenido matemático con los alumnos.
- *El Conocimiento del Currículum* supone el conocimiento de la composición y estructura curricular, es decir el marco curricular matemático y analizar la relación entre actividades, representaciones y marco curricular.

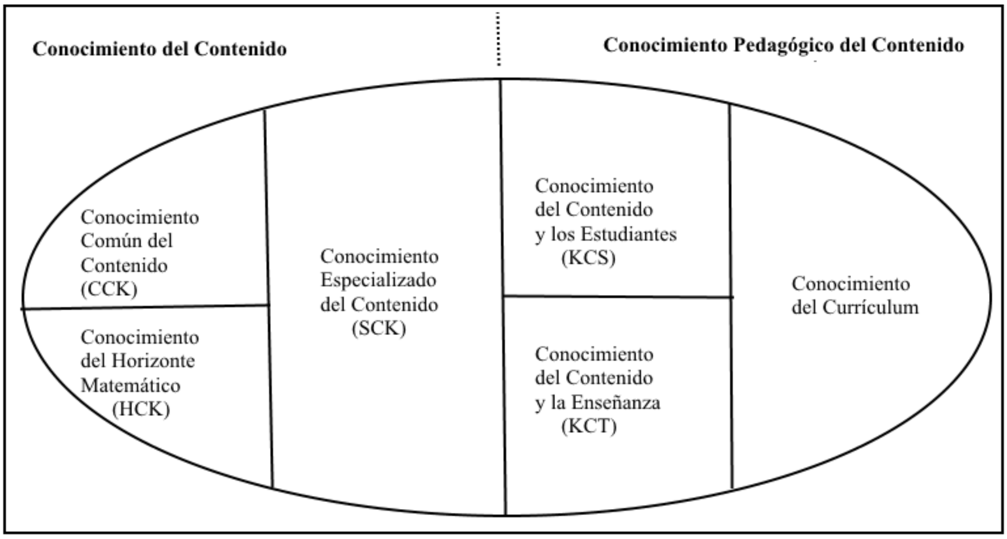


Fig. 6 Modelo de Conocimiento Matemático para la Enseñanza (MKT) [10]

Fuente: Hill; Bass; Schilling, 2008

Significados de la probabilidad.

Al estudiar la probabilidad como objeto de conocimiento podría indagarse acerca de la posibilidad de existencia de distintos significados de la probabilidad, coexisten distintos significados de la probabilidad, como plantean Alsina y Vásquez (2015). Asimismo, describen los diversos significados, de la siguiente manera:

- *Significado intuitivo*: utiliza diversos términos (imposible, probable, seguro) para hacer referencia a la incerteza o certeza de determinados sucesos, y expresar, por medio de frases coloquiales, el grado de creencia en relación a sucesos inciertos.

- *Significado laplaciano*: considera que la probabilidad de un suceso es "la proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, siempre que todos los resultados sean igualmente probables". Esta definición aparece en muchos textos escolares dada su simplicidad para el cálculo de probabilidades, aunque no puede ser aplicada en experimentos con un número infinito de posibilidades o cuando el

[10] Hill et al., 2008, p. 377

espacio muestral es finito pero no simétrico, es decir, no cumple con la condición de equiprobabilidad.

- *Significado frecuencial*: plantea la asignación de probabilidades de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones, lo que permitiría estimar la probabilidad del suceso. Este teorema, denominado "Ley de los Grandes Números", indica que la probabilidad de que la frecuencia relativa de un experimento repetido en las mismas condiciones se acerque tanto como queramos a la probabilidad teórica del suceso, puede aproximarse suficientemente a uno, sin más que aumentar el número de pruebas.

- *Significado subjetivo*: se fundamenta en la confianza que una persona deposita sobre la verdad de una determinada proposición, por lo que no está unívocamente determinada. En este caso, pues, la probabilidad depende del observador y, de lo que éste conoce del suceso en estudio.

- *Significado axiomático*: concibe la probabilidad como un tipo especial de medida, vinculándola con la teoría de la medida. Bajo este enfoque no se define explícitamente cómo calcular probabilidades, sino que se establecen las reglas que debe satisfacer. Debido a la rigurosidad matemática que este significado conlleva, se desaconseja su estudio en Educación Primaria.

Singularidades de la Probabilidad y su enseñanza.

Para el estudio de la probabilidad como objeto de enseñanza es importante conocer las particularidades de la probabilidad y las recomendaciones u orientaciones didácticas para su enseñanza.

Los autores más significativos que han estudiado el desarrollo de la cognición probabilística son Piaget e Inhelder (1951) y Fischbein (1975).

A continuación, se incluye una descripción de cada una de las corrientes que sostiene cada referente, según establecen Batanero, Cañizares y Godino (1998):

Etapas de desarrollo según Piaget

Piaget se centró en dar criterios para determinar en qué nivel de desarrollo intelectual se encuentra el niño a diversas edades respecto a la comprensión formal de los conceptos matemáticos.

La teoría desarrollada por Piaget (1975) indica que cuando un individuo afronta un problema matemático, lo intenta resolver mediante los conocimientos que ya posee, usando esquemas conceptuales existentes. Como resultado de la asimilación, el esquema cognitivo existente se reconstruye o expande para acomodar la situación.

Piaget postula que la experiencia, la actividad y el conocimiento previo son las bases que determinan el aprendizaje. El conocimiento es construido activamente por el sujeto y no recibido pasivamente del entorno. El niño trata de adaptarse al mundo que le rodea. Cuando una idea nueva se le presenta, se crea un conflicto cognitivo o desequilibrio en su estado mental si esta idea choca con las ya existentes.

La posibilidad de aprender depende del conocimiento previamente adquirido y del desarrollo intelectual del alumno, que sigue una serie de etapas. Las etapas son particiones en fases, de modo que los sujetos que están en una misma fase tienen un modo de razonamiento similar y la progresión de una etapa a otra siempre sigue un cierto patrón (Piaget, 1975).

Estas etapas son las siguientes (la edad es aproximada; puede variar de un niño a otro, pero las etapas siempre se suceden en el mismo orden):

• Período sensorio motor (0-2 años). Se caracteriza por el movimiento y las sensaciones y describe el razonamiento de los bebés. El bebé comienza a manipular objetos; percibe y experimenta propiedades (color, tamaño, forma, textura, sabor, olor,...). Hacia los 5 meses discrimina conjuntos de 2-3 ítems; a los 10 meses discrimina conjuntos de 3-4 ítems.

• Período pre operacional (2-7 años). Caracterizada por la necesidad de manipular objetos reales para el aprendizaje de un cierto concepto, pues el niño se apoya en sus experiencias empíricas para comprender los conceptos. El niño de preescolar y comienzo de la primaria llega a comprender la organización del espacio, situando y desplazando los objetos (comprendiendo conceptos como dentro/fuera, encima/debajo, delante/detrás, arriba/abajo). También descubre y compara propiedades físicas de los objetos que manipula: longitud, distancia, cantidad. Utiliza diferentes formas de etiquetado para diferenciar colecciones numéricas de pocos elementos, es decir, comienza a contar cantidades pequeñas de objetos y a comprender el concepto de cardinal; contrasta magnitudes por comparación y estima, a partir de una cantidad, la longitud, volumen y peso. Es capaz de ordenar sucesos en el tiempo (saber lo que ocurrió antes y lo que vendrá después). Trabaja con una sola cantidad y resuelve problemas de cambio sencillo (operaciones aditivas).

• Período de las operaciones concretas (7-11). Se comienza a comprender la conservación de la masa, peso, número y volumen. Aparecen conceptos secundarios, que no necesitan ser abstraídos de la experiencia concreta. Este es el periodo en que el niño va progresando a lo largo de la educación primaria. Aparece la comprensión de operaciones reversibles (aritméticas) con la adquisición de principios de conservación de cantidad, peso y volumen. Compara y cuantifica magnitudes y formas en geometría; llega a comprender el sistema métrico decimal y representa datos gráficamente. Agrupa los objetos en función de propiedades aditivas o multiplicativas; ordena elementos en función de una cualidad que varía (por peso, por color). Adquiere la comprensión del sistema de numeración y de las operaciones con números. Comprende conceptos espaciales: espacio que ocupan los objetos y su desplazamiento (topológicas, proyectivas, euclidianas, métricas,…); y, operaciones temporales y cinéticas: orden de sucesión de los objetos en el espacio. Los objetos materiales son un referente importante y todavía tiene dificultad para concebir una operación en forma abstracta.

• Período de operaciones formales (11-15). El período de las operaciones formales constituye el último paso del desarrollo intelectual, y de adquisición de las habilidades cognitivas y sociales (Inhelder y Piaget, 1955; Piaget, 1975). Se pueden manipular relaciones entre representaciones simbólicas, se formulan hipótesis y se establecen conclusiones. Se comprende el significado de abstracciones verbalmente, sin referirse a objetos particulares. Características del pensamiento formal son: (a) se contempla lo real como parte de lo posible; (b) se acentúa lo hipotético-deductivo frente a lo empírico-inductivo; (c) se depura el pensamiento proposicional; (d) se acentúa la diferencia entre inteligencia práctica y especulativa; (e) se incrementa la cantidad y calidad de las estrategias de procesamiento de la información; (f) se potencia y acentúa el análisis crítico frente a las percepciones globales; (g) se depura y da carácter sistemático al método de análisis; (h) se desarrolla y amplía el razonamiento combinatorio.

En resumen, según Inhelder y Piaget (1955), la adquisición de las operaciones formales viene caracterizada por el razonamiento combinatorio, la lógica de proposiciones, la proporcionalidad, la probabilidad y la correlación, que para Piaget es el último paso en la comprensión de la probabilidad.

La intuición, según Fischbein

Otro autor muy influyente en el campo de la probabilidad es Fischbein (1975), quien trató de demostrar que los niños tienen ideas correctas parcialmente formadas sobre los conceptos probabilísticos y analizó el efecto de la instrucción para la mejora de estas intuiciones. El autor concede gran importancia a la intuición como componente de la inteligencia.

Las intuiciones son, según Fischbein (1987), procesos cognitivos que intervienen directamente en las acciones prácticas o mentales, y tienen las siguientes características: inmediatez, globalidad, capacidad extrapolatoria, estructurabilidad y auto-evidencia. La inmediatez significa que las intuiciones no son reflexivas, sino que surgen con frecuencia en forma espontánea. El carácter global se opone al analítico o descomposición en partes. Las intuiciones van más allá de un caso particular, en cierto modo tienen un carácter teórico y por eso sirven para extrapolar o hacer predicciones. Parecen autoevidentes para el sujeto, quien no necesita demostración. Las intuiciones se relacionan entre sí, formando estructuras de razonamiento. Fischbein (1987) diferencia entre intuiciones primarias y secundarias:

• Las intuiciones primarias se adquieren directamente con la experiencia, sin necesidad de ninguna instrucción sistemática. Ejemplo de ellas son las intuiciones espaciales elementales, como el cálculo de distancia y localización de objetos, o el admitir que al lanzar un dado todas las caras tienen la misma probabilidad de salir.

• Las intuiciones secundarias, por el contrario, se forman como consecuencia de la educación, principalmente en la escuela. Por ejemplo, una intuición secundaria (errónea) es la llamada "falacia del jugador", por la cual, después de lanzar una moneda una cierta cantidad de veces y haber obtenido cara, el sujeto tiende a predecir que la próxima vez es más probable que salga cruz. Esto se debe a una mala interpretación de la ley de los grandes números.

Una intuición secundaria no se reduce a una simple fórmula aceptada o utilizada automáticamente, sino que se transforma en convicción, en creencia, en un sentimiento de evidencia. Pero una intuición no se forma a partir de la información obtenida de una lectura o de una explicación teórica, sino de una información que el alumno utiliza en sus propias acciones y predicciones a lo largo de gran parte de su desarrollo intelectual.

Resumiendo, según Piaget e Inhelder la enseñanza de la probabilidad debería postergarse hasta el período de las operaciones formales (11 - 15 años), mientras que investigaciones posteriores como la de Fischbein concluyen que la enseñanza de la probabilidad puede trabajarse desde los primeros años de la escolaridad primaria (5 -6 años), a partir de la intuición del azar, la intuición de la frecuencia relativa, la estimación de probabilidades y las operaciones combinatorias.

Batanero y Godino (2002) plantean las siguientes orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad en la escuela primaria:

1. Proporcionar una amplia variedad de experiencias que permitan observar los fenómenos aleatorios y diferenciarlos de los deterministas.

2. Estimular la expresión de predicciones sobre el comportamiento de estos fenómenos y los resultados, así como su probabilidad.

3. Organizar la recogida de datos de experimentación de modo que los alumnos tengan posibilidad de contrastar sus predicciones con los resultados producidos y revisar sus creencias en función de los resultados.

4. Resaltar el carácter imprevisible de cada resultado aislado, así como la variabilidad de las pequeñas muestras, mediante la comparación de resultados de cada niño o por parejas.

5. Ayudar a apreciar el fenómeno de la convergencia mediante la acumulación de resultados de toda la clase y comparar la fiabilidad de pequeñas y grandes muestras.

Por su parte, Ponce (2000) plantea una serie de características singulares de la Probabilidad y analiza su relación con la enseñanza. Generalmente los resultados de la probabilidad aparecen como imprevisibles o inciertos y en un momento la escuela asoció/asocia resultados exactos con resultados únicos, de esta manera todo lo que no es exacto merece desconfianza o se considera ambiguo, falso o incompleto. En consecuencia, aquellas tareas que no pueden resolverse de forma exacta, como en las que interviene el azar, quedan fuera de las cuestiones matemáticas escolares, privilegiando la presencia del determinismo en la escuela.

Otra singularidad a tener en cuenta es que en las situaciones aleatorias, cuando se repite un experimento en las mismas condiciones pueden obtenerse diferentes resultados, los que, generalmente, carecen de un patrón que pueda predecirse, sin embargo atrás de ese aparente desorden pueden establecerse ciertas regularidades al repetir muchas veces la experiencia.

La noción de probabilidad no responde a la propiedad transitiva, al realizar el lanzamiento de un dado si A saca 6 y B saca 5, luego B saca 4 y le gana a C que saca 2, no necesariamente A le gane a C.

El azar no es acumulativo y la probabilidad de obtener un resultado no está determinado por los resultados anteriores. (Ponce, 2000, p. 60)

Al arrojar una moneda al aire existen tantas posibilidades de que salga cara como cruz. Después de una determinada cantidad de lanzamientos consecutivos donde se obtiene siempre cara se indaga a los alumnos qué creen que ocurrirá, muchos responderán que saldrá cruz, apoyándose en la idea de que la cantidad de veces que sale cara debe equilibrarse con la cantidad de veces que sale cruz. Lo cierto es que cada vez que se arroja la moneda, la probabilidad de obtener cara (o cruz) es de ½, independientemente de lo que haya sucedido en lanzamientos previos. Si bien es cierto que la cantidad de resultados posibles tiende a equilibrarse pero solamente para un número de lanzamientos suficientemente grande, no necesariamente para unos pocos casos. Este resultado teórico se conoce como la Ley de los grandes números.

A los alumnos les cuesta creer que la probabilidad de que ocurra un suceso no está determinada por el resultado anterior, por ejemplo no siempre aceptan que los resultados de tirar un dado sean equiprobables.

Las leyes del azar no hacen referencia a un número pequeño de pruebas, sino que refieren a una enorme cantidad de ellas. (Ponce, 2000, p. 60)

Los alumnos suelen considerar como generales unos pocos sucesos, usualmente los que pertenecen a su propio experimento, esto provoca que de los resultados experimentales se infieran conclusiones incorrectas.

Las hipótesis sobre la probabilidad de un suceso aleatorio determinado pueden ser evaluadas a partir de resultados experimentales. Sin embargo, hay que tener en cuenta que las conclusiones a las que puedan arribarse no tendrán carácter de cierto, sólo lo son con una determinada probabilidad en tanto que el experimento se haya repetido una gran cantidad de veces.

Otro aspecto a tener en cuenta es que generalmente se presentan situaciones en las que todos los casos posibles son equiprobables, por lo que resultará importante presentar también situaciones en las que todos los casos posibles no sean equiprobables, por ejemplo, a partir de situaciones donde lo que está en juego sea la comparación de probabilidades.

Es muy importante tener en cuenta las limitaciones de la regla de Laplace, que se aplica para determinar una probabilidad cuando la cantidad de casos posibles asociados a un experimento aleatorio es finita y los casos posibles son equiprobables.

Así mismo, Ponce plantea otro abordaje posible para la probabilidad podría ser la utilización de la definición frecuencial.

Godino y cols. (1991), citado por Ponce (2000):

> …se apoya en dos características observables de los resultados obtenidos. Por un lado, los resultados varían de una repetición a otra de manera imprevisible y, por el otro, mientras que en el corto plazo un hecho empírico puede ser desordenado a la larga surge cierta regularidad.

Desde esta perspectiva es necesario partir desde la experimentación repitiendo el ensayo una gran cantidad de veces, de forma tal que al obtener una gran cantidad de resultados sea posible evaluar la frecuencia con la cual ocurrió el suceso del que queremos calcular su probabilidad […] la idea de probabilidad surge como el valor hacia el cual tiende la frecuencia relativa de una secuencia de resultados. (Godino y cols, 1994:24)[11].

Finalmente, Ponce (2000) plantea que resulta fundamental explicitar que la definición no constituye un punto de partida sino un lugar de llegada, un momento de síntesis después de haber recorrido un camino de experimentación, análisis y discusión en la clase.

---

[11] Citado por Ponce, 2000, p. 64

Capítulo II – Descripción del Estudio

En este capítulo se presenta inicialmente el análisis de las tareas de estudio previamente detalladas, para avanzar posteriormente en la confección y aplicación de las Guías de análisis didáctico del EOS.

Análisis de las tareas de estudio

En este apartado se presenta un análisis detallado de cada una de las tareas que constituyen la secuencia/proyecto *Diseño, implementación y evaluación de una actividad*. Resulta importante, antes de avanzar con dicho análisis, mencionar que se considera tarea, desde la perspectiva planteada por Godino (2013):

> […] como una actividad de indagación realizada en el seno de un sistema didáctico (estudiantes, profesor, medio) para dar respuesta a una cuestión. La noción de tarea constituye un papel central en tanto le da sentido a la matemática, entendida como sistemas de estructuras conceptuales, social o culturalmente compartidas. (p. 1)

Las tareas 1 y 2 posibilitan trabajar con la probabilidad como objeto de conocimiento, las tareas 2, 3 y 4 involucran análisis didácticos de una actividad, planteo de variantes, diseño e implementación de una actividad, por lo cual permiten además el abordaje de la probabilidad como objeto de enseñanza y finalmente las tareas 5 y 6 solicitan la creación de un registro y el análisis didáctico de la implementación de la actividad, por ello habilitan trabajar con la probabilidad como objeto a enseñar.

Se incluyen ilustrativamente algunas transcripciones de las producciones de los participantes, sin modificación alguna. En el transcurso de la cursada del espacio curricular se corrigieron los errores plasmados en las producciones, considerando al error como parte constitutiva del proceso de aprendizaje de los estudiantes.

Tarea 1: Foro Probabilidad.

Tarea de realización individual, consistente en el planteo de una situación problemática, posterior resolución de otra actividad (planteada por otro estudiante), corrección de la resolución de la situación planteada inicialmente, toma de conocimiento de la corrección y devolución fundada de lo anteriormente resuelto por cada estudiante.

En un primer momento se analizan los problemas probabilísticos propuestos por los participantes, mediante la realización de esta tarea, con el fin de determinar los significados de probabilidad que coexisten, en este sentido se incluye la figura 7 donde se representan los diversos significados de probabilidad, recuperados de Alsina y Vásquez (2015).

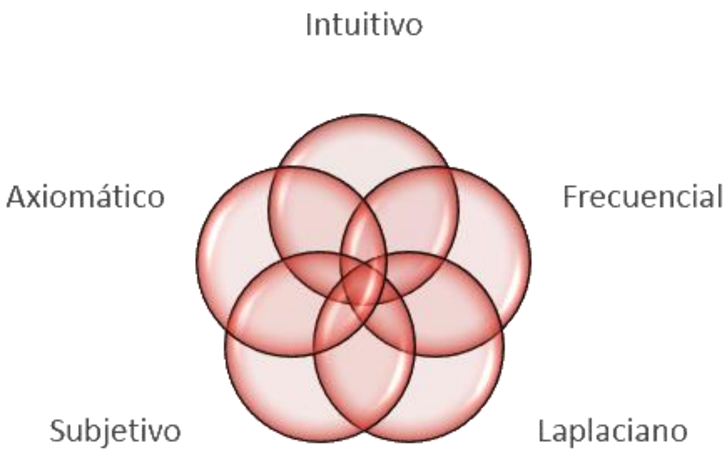


Fig. 7 Significados de Probabilidad (Alsina; Vásquez)

Fuente: elaboración propia

De un total de 19 problemas planteados, se puede evidenciar que en todos interviene el significado laplaciano y solamente en cuatro casos coexisten los significados laplaciano y frecuencial. Es necesario mencionar que el significado frecuencial de probabilidad surge en la resolución planteada por los estudiantes, aunque el enunciado aluda únicamente al significado laplaciano.

A continuación, se presentan dos ejemplos, donde se puede evidenciar la coexistencia entre los significados laplaciano y frecuencial de la probabilidad.

Problema N° 14[12]

Abel y Rosa juegan tirando un dado. Si sale un 5 gana Abel y si sale menos de 3 gana Rosa ¿Cuántas veces habrá ganado cada uno, aproximadamente, después de tirar el dado 60 veces?[13]

Problema N° 16

Pablo tira 7 veces un dado ¿Qué probabilidad hay de que salga el número 4?[14]

El problema N° 14 plantea un trabajo con el significado frecuencial de probabilidad, en tanto propone la asignación de probabilidad de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada en 60 repeticiones de un experimento aleatorio, mientras que el problema N° 16 plantea la asignación de probabilidad de un suceso (que salga el número 4) mediante la fórmula de Laplace, que establece la proporción entre cantidad de casos favorables y cantidad de casos posibles, pero el hecho de mencionar en el enunciado que el experimento se realiza 7 veces condiciona las respuestas de los estudiantes, en un caso se emplea el 7 como cantidad de casos posibles, mientras que en otro caso se calcula la probabilidad a partir de la frecuencia relativa asociada a siete posibles resultados de la experiencia (si bien en este caso no podríamos aplicar la generalización que nos permite la ley de los grandes números, ya que la cantidad de

[12] La numeración de los problemas presentados respeta el orden establecido en la tarea Foro Probabilidad.

[13] Sin indicación de fuente de consulta.

[14] Íbidem.

veces que se realiza el experimento es mínima y por lo tanto no es lo suficientemente grande).

Por otra parte, es importante mencionar que esta primera tarea permite analizar *el conocimiento del contenido* de probabilidad, en particular el conocimiento común y especializado, en tanto solicita plantear una situación problemática que involucre contenidos relacionados con la probabilidad, resolver otra situación planteada por otro estudiante y corregir la resolución de la situación planteada inicialmente. Entre los contenidos de probabilidad que surgen de las situaciones presentadas se pueden mencionar:

- Cálculo de probabilidades.
- Cálculo de probabilidades y comparación de probabilidades.
- Técnicas de conteo: combinaciones.
- Cálculo de probabilidad condicionada.
- Aproximación de probabilidades ante la repetición de un experimento aleatorio un número de veces determinado.

A continuación, se incluye un gráfico (Fig. 8) representativo de los problemas de probabilidad planteados, donde se puede observar que de los problemas seleccionados por los estudiantes, el 73% correspondió al cálculo de probabilidades (mediante aplicación de la regla de Laplace), el 16% planteó la comparación de probabilidades, además del cálculo de probabilidades (también mediante aplicación de la regla de Laplace) y el 11% planteó el empleo de técnicas de conteo para la determinación de la cantidad de casos favorables y posibles, con la posterior aplicación de la regla de Laplace.

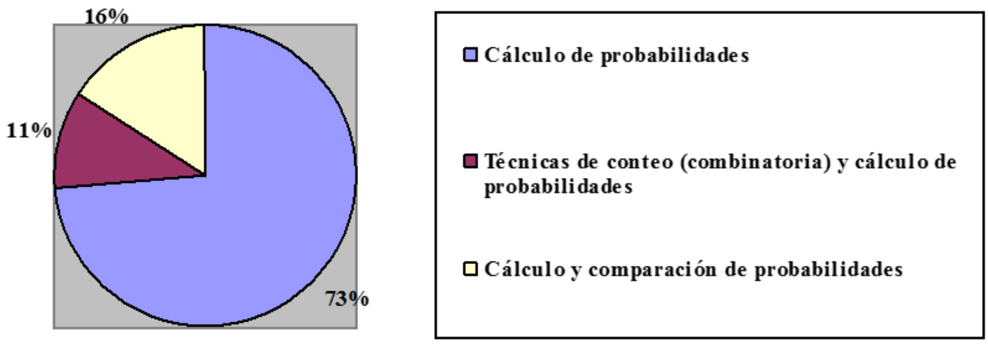


Fig. 8 Contenidos relacionados con los problemas del Foro Probabilidad

Fuente: elaboración propia

Por otra parte, si solamente observamos el 73% de los problemas, cuya resolución se limita a la aplicación de la regla de Laplace, se pueden observar diversas situaciones, que a su vez se pueden asociar a distintos niveles de complejidad en la resolución del problema. Como ilustra la figura 9, aunque el 72% de los problemas que implican el cálculo de probabilidades se limita a la aplicación directa de la regla de Laplace, donde en el enunciado se explicitan la cantidad de casos favorables y los casos posibles.

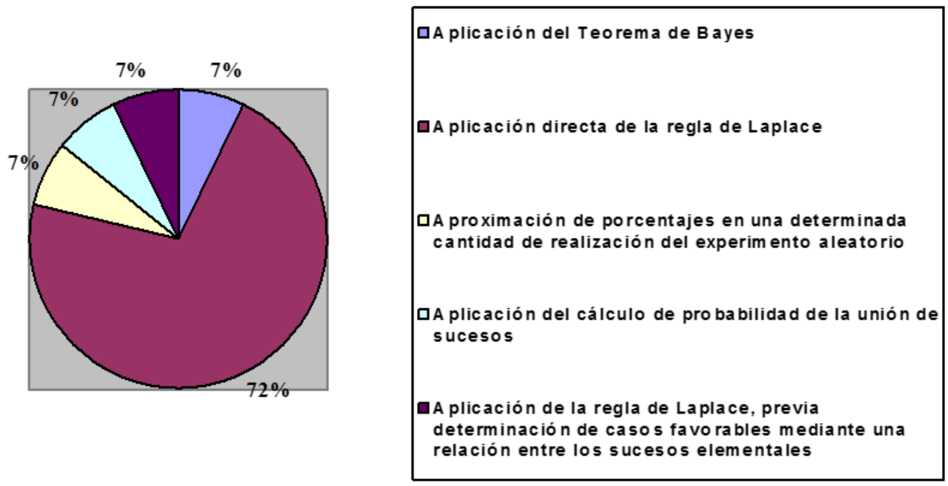


Fig. 9 Problemas de probabilidad que implican el cálculo de probabilidades

Fuente: elaboración propia

Entre las resoluciones presentadas por los estudiantes es posible evidenciar la confección de cuadros de doble entrada para realizar el conteo de casos favorables y posibles (problema 1), aplicación de la fórmula de Laplace, como proporción entre casos favorables y casos posibles asociados a un suceso (problemas 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10,13, 14, 15, 16, 17 y 18).

Asimismo, se pueden advertir algunos errores, como la inversión de casos favorables y casos posibles en el empleo de la fórmula de Laplace (problemas 3, 6), error que conlleva a la obtención de resultados de probabilidades mayores que la unidad, no existiendo, por parte de los estudiantes control en relación a advertir que esto no es posible, puesto que la probabilidad es una medida que varía entre cero y uno. Otro error frecuente que se puede observar en las resoluciones propuestas, asociado a la recuperación de intuiciones erróneas, es la generalización de la probabilidad a partir de la frecuencia relativa, tomando un número muy pequeño de casos (problema 16).

Otros errores están asociados al conteo de casos favorables o casos posibles (problema 6); obtención de respuestas parciales, conteo de casos favorables, sin emplear el resultado obtenido para determinar la probabilidad (problema 11); asociación de la noción de probabilidad en función de la cantidad de veces que se realiza un experimento (problema 16).

A continuación, se presentan los enunciados de tres problemas planteados por los participantes, con la intención de analizar algunas características asociadas a los mismos.

Problema N° 3

En una ciudad hay dos compañías de taxis verdes y azules, el 85% son verdes y el 15% azules. Uno de estos coches se ve implicado en un accidente de tránsito, y un testigo declara que el taxi era azul. Datos anteriores sobre la veracidad de la identificación hecha por testigos indican que en el 80% de los casos esta identificación de color es correcta, pero que el 20% son incorrectas. ¿Cuál es la probabilidad de que el coche del accidente sea azul?[15]

Problema N° 18

Se saca una carta de un mazo de 52 cartas.

a. ¿Cuál es la probabilidad que se obtenga un as o una carta roja?
b. ¿Cuál es la probabilidad de obtener una figura o un número menor que cuatro?[16]

Problema N° 19

Se arroja una moneda 10 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan más de 4 caras?

Analiza qué probabilidad es mayor

- Que salgan más de 4 caras.
- Que salgan hasta 4 caras.[17]

El problema 3 plantea la aplicación del teorema de Bayes, previo reconocimiento de que el mismo solicita la determinación de una probabilidad condicionada, en este caso la resolución propuesta no considera toda la información proporcionada por el enunciado. Similar es el caso de la resolución del problema 18, que solicita hallar la probabilidad de la unión de sucesos asociados a un experimento

[15] Extraído de Batanero, Cañizares y Godino (1998) Azar y Probabilidad. Cap. 1 pág. 50

[16] Extraído de Matemática de 5° (2009) Manual para el alumno. Santillana

[17] Extraído de Manual de Matemática 9° (1995) Estrada. Pág. 195

aleatorio, la resolución propuesta se limita a la aplicación de la fórmula de Laplace para determinar la probabilidad de cada uno de los sucesos por separado, sin tener en cuenta el planteo original del problema.

Finalmente, se comparan los enunciados de los problemas 16 y 19, en relación a la posibilidad/imposibilidad de habilitar el cálculo de diversas técnicas de conteo para determinar la probabilidad. Mientras que la forma en que está redactada la pregunta del enunciado del problema 16 determina la respuesta, imposibilitando el surgimiento de las técnicas de conteo para determinar la probabilidad, mediante aplicación de la regla de Laplace, en tanto la pregunta se formula de la siguiente manera ¿qué probabilidad hay de que salga un cuatro? Algunas variables didácticas posibilitarían reformular la pregunta de la siguiente manera: ¿qué probabilidad hay de que salga al menos un cuatro? o ¿qué probabilidad hay de que salga solamente un cuatro? En ambos casos el problema 16 sería similar al problema 19, en tanto este último plantea el cálculo y comparación de probabilidades, donde tanto para obtener la cantidad de casos favorables como la cantidad de casos posibles es necesario el empleo de diversas técnicas de conteo como variaciones y combinaciones, respectivamente.

La intencionalidad didáctica de la tarea 1 fue recuperar nociones básicas de probabilidad, y en caso de que los participantes no tuviesen disponible conocimiento común del contenido probabilidad, brindar la oportunidad para construir/re-construir dichas nociones básicas, para posteriormente avanzar en la construcción del conocimiento especializado del contenido de probabilidad, motivo por el cual la continuidad de la secuencia/proyecto se establece mediante el planteo y posterior realización de la tarea 2, cuyo enunciado y aspectos de su realización se describen y analizan a continuación.

Tarea 2: Análisis didáctico de una actividad.

Previa lectura de un documento que describe el Juego: "Producto par o impar", la tarea consiste en experimentar en varias oportunidades el juego. Identificar el/los contenido/s de probabilidad que el Juego permitiría abordar. Definir una posible variante -sin modificar el contenido "probabilidad"- delimitando el alcance y limitaciones del Juego original y la modificación propuesta. Incluir como anexo los relatos personales, realizados a partir de la familiarización con el recurso, de todos los integrantes del grupo. Esta es una tarea de realización grupal, entre dos y cuatro integrantes, manteniendo a partir de esta tarea los integrantes del grupo.

Esta tarea posibilita recuperar a la probabilidad como objeto de conocimiento y avanzar en el estudio de la probabilidad como objeto de enseñanza. La familiarización inicial con juego "Producto par o impar" y los relatos personales[18] permiten evocar *el conocimiento del contenido (común y especializado) de probabilidad*, mientras que el posterior reconocimiento de los contenidos puestos en juego y el planteo de una variante, delimitando alcances y limitaciones del juego original y la variante, habilita el surgimiento del *conocimiento pedagógico del contenido de probabilidad*, en particular el *conocimiento del currículum.*

En un primer momento se solicita a los participantes, organizados en grupo, familiarizarse con el juego propuesto, en esta etapa los estudiantes manifestaron la necesidad de tomar algunas decisiones para desarrollar el juego propuesto. Las decisiones estuvieron asociadas a:

- Tipo de agrupamiento: uno contra uno y un tercero que toma registro, dos contra dos, uno contra uno y uno contra uno, dos contra uno (que juega dos veces).

[18] Realizados a partir de la familiarización con el juego "Producto par o impar" e incluidos en el anexo.

- Modificación de las planillas de registro, fundamentalmente para registrar información que la planilla original no permitía recabar, como el número de tiro y la cantidad de veces que se pierde el turno.
- Distribución de las fichas rojas (pares) y verdes (impares), de manera equitativa o no.
- Modificación de las reglas del juego: al perder el turno el contrincante tiene dos tiros, siempre y cuando el primer tiro diera un producto impar.

Una vez familiarizados con el juego propuesto, la tarea plantea definir una variante del juego "sin modificar el contenido de probabilidad". Se consideró necesario explicitar en la consigna de la tarea que la variante no debe modificar el contenido de probabilidad, para evitar correr el foco del objeto de esta investigación, constituido por los conocimientos probabilísticos disponibles en la formación de docentes de primaria. A continuación, se describen las variantes del juego planteadas por los distintos grupos de trabajo.

- *Al sacar un producto impar menor o igual a 9, se colocan dos fichas verdes*; los participantes plantean que esta variante permitiría eliminar las fichas verdes más rápidamente.
- *Juego ¿Número primo o compuesto*?

  Se tiran dos dados, se suman los resultados obtenidos, si la suma es un número primo se coloca una ficha azul, si la suma es un número compuesto se coloca una ficha roja.

  Incluyen una planilla que permite registrar el número de tirada, los valores de los dados, la suma y la ficha (discriminando por columna números primos y compuestos).

Los participantes mencionan como limitación del juego inicial que la planilla no permite registrar el número de tirada, por este motivo incorporan esta información en la planilla de la variante propuesta.

- *Juego ¿suma par o impar?*

  Los participantes proponen cambiar la operación de multiplicación por una adición, según expresan para simplificar las operaciones.

- Otro grupo manifiesta que se podrían plantear diversas variantes en función de: la cantidad de fichas (varía la duración del juego), la distribución de las fichas rojas y verdes (permite establecer ventajas y desventajas a los diferentes competidores).

- *Juego "El buscado"*

  Consiste en tirar los dados, multiplicar los valores obtenidos y buscar los productos 1, 3, 5, 9, 15 y 25. Gana el juego quien encuentra primero los valores buscados.

- *Utilización de solamente los productos pares,* según manifiestan los participantes para lograr ganar el juego.

Por otra parte, la tarea solicita la identificación de los contenidos puestos en juego, si bien se consideran como *conocimiento común del contenido* los mismos se definen a partir del *conocimiento del currículum* de los participantes, en tanto en algunos casos definen los contenidos a partir del establecimiento del marco curricular matemático, en particular el Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz, Área Matemática, para la Escuela Primaria y la Educación General Básica, y el análisis de la relación entre juego, representaciones y marco curricular. Los diversos grupos destacan los siguientes contenidos:

- Grupo 1 (participantes C, G y L)[19]: Fenómenos aleatorios, regularidades en experimentos aleatorios, asignación de probabilidad de un suceso, definición clásica de probabilidad, frecuencia y probabilidad de un suceso, combinatoria.
- Grupo 2 (E, K y M): Fenómenos aleatorios, probabilidad teórica (fórmula de Laplace).
- Grupo 3 (A, B, I y N): Fenómenos aleatorios, espacio muestral, sucesos compatibles e incompatibles, probabilidad de un suceso, regla de Laplace, frecuencia absoluta y relativa, sucesos compuestos, representación (tablas de doble entrada), asignación de probabilidades de modo subjetivo.
- Grupo 4 (R, W y Z): Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro o imposible) para espacios muestrales finitos[20].
- Grupo 5 (F, H y V): Conceptos de probabilidad: azar, suceso, suceso aleatorio, azaroso, fortuito o casual, suceso equiprobable, espacio muestral, probabilidad teórica; otros conceptos: frecuencia relativa, multiplicación y cálculo mental.
- Grupo 6 (D y Q): Probabilidad, fórmula de Laplace, sucesos, sucesos posibles, imposibles y seguros, espacio muestral, el lenguaje del azar, diferenciación de experimentos deterministas y aleatorios, predicciones sobre el comportamiento de fenómenos aleatorios.

---

[19] Definidos a partir del Diseño Curricular Provincia de Santa Cruz – Área: Matemática, para la Escuela Primaria y la EGB

[20] Según definición de contenidos y saberes del Diseño Curricular Provincia de Santa Cruz para la Escuela Primaria – Área: Matemática

Por último, la tarea propone una reflexión a partir de una serie de interrogantes, con la intención de poner en evidencia cuestiones conceptuales y didácticas acerca de la probabilidad que quizás hasta el momento se hayan manifestado, pero de manera implícita. A continuación, se incluyen estos interrogantes conjuntamente con su intencionalidad didáctica y las respuestas obtenidas por parte de los participantes.

¿Todos tienen la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?

Este interrogante tiene por finalidad que los participantes sean capaces de advertir que la posibilidad de ganar depende de la distribución inicial de fichas rojas y verdes, su relación también con el hecho de que los sucesos obtener un producto par y obtener un producto impar resultan ser sucesos no equiprobables.

Algunas conclusiones obtenidas de los diversos grupos de trabajo fueron las siguientes:

- *Ambos jugadores disponían de la misma cantidad de fichas verdes y rojas y por lo tanto tenían la misma posibilidad de ganar.*
- *El juego fue jugado de manera equitativa realizando un tiro cada equipo, con la misma cantidad de fichas pares e impares y las mismas posibilidades de ganar.*
- *...creemos que todos tienen la misma posibilidad de ganar porque tienen la misma cantidad de fichas verdes y rojas*.
- *Notamos que el jugador que menos fichas impares vaya teniendo durante el transcurso del juego, es el que tiene más probabilidades de ganar. Es decir, hay más posibilidades de obtener un número par a partir del producto de los dos dados.*
- *Consideramos que todos los grupos tenemos la misma posibilidad de ganar porque ambos contamos con la misma cantidad de fichas pares e impares, misma cantidad de tiros.*

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Se solicita calcular la probabilidad de obtener un número/producto par para asegurar la realización de este cálculo y su posterior comparación con la probabilidad de obtener un número/producto impar; dicha comparación permitiría volver a reflexionar acerca de la pregunta inicial que alude a si el juego es un juego justo.

En general, los participantes recurrieron al empleo de la fórmula de Laplace para realizar el cálculo de la probabilidad solicitada, dado que era el conocimiento que tenían disponible. Se destacan diversos procedimientos empleados para la obtención de la probabilidad de obtener un número par, los que se incluyen a continuación.

- Mediante aplicación directa de la fórmula de Laplace, a partir de 36 casos posibles, 27 son productos pares:

$$P\ (\text{producto par}) = \frac{27}{36} = 0{,}75$$

  Para la identificación de los 36 casos posibles definen el espacio muestral asociado al experimento aleatorio lanzamiento de dos dados distinguibles, es decir consideran pares de posibles resultados, explicitándolos de la siguiente manera: (1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 1), (3, 2), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 1), (5, 2), (5, 3), (5, 4), (5, 5), (5, 6), (6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6).

- Determinación de frecuencias absolutas a partir de los resultados de la realización del experimento aleatorio, participante K, 56/69 = 0,81 y participante E, 54/69 = 0,78. Plantean la existencia de una probabilidad promedio a partir del promedio de las frecuencias absolutas de (0,81+0,78)/2=

1,59/2= 0,79. Por otra parte determinan la frecuencia absoluta del participante M, 39/54 = 0,72.

Además, plantean que *teniendo en cuenta la cantidad de resultados pares que puedo obtener lanzando dos dados, sobre un total de 36 resultados posibles, es 27. Es decir, que la probabilidad de tener un resultado par es de 27/36= 0,75*

- Determinación de la probabilidad previo análisis de los dados empleados durante la realización del juego. Los participantes concluyen, *dado que los dados son numerados del 1 al 6 y son iguales, son indistinguibles, tenemos 21 combinaciones posibles, las cuales pueden arrojar 21 productos que pueden ser pares o impares. (si los dados fueran distinguibles tendríamos 36 combinaciones posibles, pero como no lo son, las repetidas no las contamos).*

  P (obtener un producto par)= 15/21 = 0,71

  Para la identificación de los 21 casos posibles explicitan el espacio muestral de la siguiente manera: E={(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5), (1, 6), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6), (3, 3), (3, 4), (3, 5), (3, 6), (4, 4), (4, 5), (4, 6), (5, 5), (5, 6), (6, 6)}.

- Mediante aplicación de la fórmula de Laplace, *a partir de 36 casos posibles, la mitad son pares, 18 números son pares* (toman como espacio muestral el conjunto de números naturales del 1 al 36):

$$P(par)=\frac{18}{36}=0,5$$

  Determinan la cantidad de casos posibles a partir de la consideración del siguiente espacio muestral: {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9; 10; 11; 12; 13; 14; 15; 16; 17; 18; 19; 20; 21; 22; 23; 24; 25; 26; 27; 28; 29; 30; 31; 32; 33; 34; 35; 36}

En este caso particular es posible que los participantes hayan interpretado la pregunta ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par? descontextualizada del juego, esto se puede advertir a partir del hecho de la consideración del espacio muestral, ya que por ejemplo consideran en el espacio muestral los números primos mayores que 6 y menores que 36; como 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29 y 31 que no pueden ser obtenidos como el producto de los valores del lanzamiento de dos dados, tampoco los valores 14, 21, 22, 26, 28, 32, 33, 34 y 35 números compuestos que no pueden descomponerse como producto de los valores obtenidos en el lanzamiento de dos dados de seis caras.

- Determinación de la cantidad de casos favorables y casos posibles a partir de la relación entre el producto de número pares e impares.

  par x impar = par; impar x par = par; par x par = par; impar x impar = impar

  Empleo de la fórmula de Laplace, a partir de 4 casos posibles, 3 son productos pares:

$$P\ (\text{producto par}) = \frac{3}{4} = 0{,}75$$

- Mediante aplicación de la fórmula de Laplace, a partir de 36 casos posibles, 27 son productos pares:

$$P\ (\text{producto par}) = \frac{27}{36} = 0{,}75$$

Para la identificación de los 36 casos posibles y los 27 casos favorables para el producto par un participante manifiesta: *conviene hacer un conteo de todas las formas posibles que caigan los dos dados, a través de un cuadro…*

Tabla 1 *Conteo de casos favorables y casos posibles* [21]

Casos posibles	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
1	1	1	1	IMPAR
2	1	2	2	PAR
3	1	3	3	IMPAR
4	1	4	4	PAR
5	1	5	5	IMPAR
6	1	6	6	PAR
7	2	1	2	PAR
8	2	2	4	PAR
9	2	3	6	PAR
10	2	4	8	PAR
11	2	5	10	PAR
12	2	6	12	PAR
13	3	1	3	IMPAR
14	3	2	6	PAR
15	3	3	9	IMPAR
16	3	4	12	PAR
17	3	5	15	IMPAR
18	3	6	18	PAR
19	4	1	4	PAR
20	4	2	8	PAR
21	4	3	12	PAR
22	4	4	16	PAR

[21] Tabla creada por el participante A del grupo 6

Tabla 1. *Conteo de casos favorables y casos posibles (cont.)*

Casos posibles	**Dado 1**	**Dado 2**	**Producto**	**Ficha**
23	4	5	20	PAR
24	4	6	24	PAR
25	5	1	5	IMPAR
26	5	2	10	PAR
27	5	3	15	IMPAR
28	5	4	20	PAR
29	5	5	25	IMPAR
30[22]	6	6	36	PAR
31	6	1	6	PAR
32	6	2	12	PAR
33	6	3	18	PAR
34	6	4	24	PAR
35	6	5	30	PAR
36	6	6	36	PAR

- Mediante aplicación de la fórmula de Laplace, a partir de 36 casos posibles, 27 son productos pares:

$$P\,(\text{producto par}) = \frac{27}{36} = 0{,}75$$

Determinando la cantidad de casos posibles y la cantidad de casos favorables para el producto par y producto impar, a partir de la consideración del siguiente

[22] Dato erróneo del participante, corresponde 5 en vez de 6 en la columna Dado 1 y 30 en vez de 36 en la columna Producto, al ser el resultado en ambos casos PAR el error en este caso no afecta la determinación de la cantidad de casos posibles ni la cantidad de casos favorables para producto par y producto impar.

espacio muestral: 1 – 2 – 2 – 3 – 3 – 4 – 4 – 4 – 5 – 5 – 6 – 6 – 6 – 6 – 8 – 8 – 9 – 10 – 10 – 12 – 12 – 12 – 12 – 15 – 15 – 16 – 18 – 18 – 20 – 20 – 24 – 24 – 25 – 30 – 30 – 36.

¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?

En este caso, al igual que en la pregunta anterior, los participantes recurren a la aplicación de la fórmula de Laplace para determinar la probabilidad de obtener un número/producto impar. Utilizando diversos procedimientos, en correspondencia con la respuesta brindada al interrogante previo.

- Mediante aplicación directa de la fórmula de Laplace, a partir de 36 casos posibles (explicitan que trabajan con dados distinguibles por color o tamaño), 9 son productos impares:

$$P\ (\text{producto impar}) = \frac{9}{36} = 0.25$$

- Determinación de frecuencias absolutas a partir de los resultados de la realización del experimento aleatorio. Según las tiradas del participante K, 13/69= 0,18 y del participante E, 15/69= 0,21. Nuevamente plantean la existencia de una probabilidad promedio de (0,18 + 0,21)/2= 0,39/2 =0,195. Por otra parte para el participante M, 15/54 = 0,28.

  También plantean que *teniendo en cuenta la cantidad de resultados impares que puedo obtener lanzando dos dados sobre un total de 36 resultados posibles es de 9. Es decir, que la probabilidad de tener un resultado par de 9/36= 0,25*

Los integrantes del grupo advierten y explicitan que *los valores permiten poner distanciamiento con la probabilidad obtenido* [sic] *experimentalmente. Pudimos notar además, que a medida que se suman gradualmente más tiradas, la* *tendencia se acercará más a la probabilidad teórica.* Esta opinión de los participantes pone de manifiesto el reconocimiento intuitivo de la base para el posterior abordaje de la ley de los grandes números.

- Determinación de la probabilidad previo análisis de los dados empleados durante la realización del juego. Los participantes concluyen, *dado que los dados son numerados del 1 al 6 y son iguales, son indistinguibles, por lo que tenemos 21 combinaciones posibles, las cuales pueden arrojar 21 productos que pueden ser pares o impares. (si los dados fueran distinguibles tendríamos 36 combinaciones posibles, pero como no lo son, las repetidas no las contamos).*

  P (obtener un producto impar)= 6/21 = 0,28

- Determinación de la cantidad de casos favorables y casos posibles, a partir de la relación entre el producto de números pares e impares.

  par x impar = par; impar x par = par; par x par = par; impar x impar = impar

  Posterior empleo de la fórmula de Laplace, a partir de 4 casos posibles, 1 es producto impar:

$$P\ (\text{producto impar}) = \frac{1}{4} = 0.25$$

- Mediante aplicación de la fórmula de Laplace, a partir de 36 casos posibles, la mitad son impares, 18 números son impares (tomando como espacio muestral el conjunto de números del 1 al 36):

$$P\ (\text{impar}) = \frac{18}{36} = 0.5$$

Para finalizar, se destaca que solamente uno de los grupos de trabajo verifica que la suma de probabilidad de obtener un número par y la probabilidad de obtener un número impar es uno; aunque no se explicita que esto es así dado que los sucesos producto par y producto impar, asociados al lanzamiento de dos dados, son incompatibles; ninguno de los grupos emplea la fórmula 1 – P (producto par) para determinar la probabilidad de que el producto sea impar, considerando que al momento de responder al último interrogante planteado conocían ya la probabilidad de que el producto sea par.

La intencionalidad didáctica de la tarea 2 fue posibilitar el surgimiento de la noción de sucesos aleatorios no equiprobables, como los sucesos producto par y producto impar, asociados al experimento aleatorio lanzar dos dados y determinar el producto. Se solicita además el planteo de variantes del juego, delimitando el alcance y las limitaciones del juego original y la variante. Dicha variante puede ser considerada como la actividad innovadora a diseñar en la siguiente tarea, cuyo enunciado y principales características se describen y analizan seguidamente.

Tarea 3: Diseño de una actividad innovadora.

Consiste en la planificación/diseño grupal y colaborativa de una actividad "innovadora", con el fin de trabajar algún aspecto relacionado con la probabilidad. Previamente requiere definición de destinatarios y posible lugar de implementación de la actividad (pensando la implementación en un contexto no formal).

Esta tarea recupera la probabilidad como objeto de enseñanza, considerando el conocimiento pedagógico del contenido de probabilidad, que involucra, conocimiento del currículum, conocimiento del contenido y los estudiantes y conocimiento del contenido y la enseñanza, en tanto solicita el diseño de una actividad innovadora, para trabajar algún aspecto de la probabilidad, teniendo la oportunidad de recuperar el análisis realizado en la tarea anterior.

Por otra parte, se brinda la posibilidad de implementar la propuesta en un contexto no formal, en consecuencia, se solicita definir destinatarios y lugares factibles de implementación, incluyendo una breve descripción del contexto geográfico y sociocultural. Se requiere además elaborar una justificación, plantear objetivos, seleccionar el/los contenido/s a trabajar, definir la metodología de trabajo, determinando de antemano los roles a asumir por cada uno de los integrantes del grupo (atendiendo a una participación/rol equitativa), describir en qué consiste la actividad y realizar su correspondiente análisis didáctico, delimitando alcances y limitaciones de la misma. Como así también mencionar los recursos necesarios, completar una planilla relacionada con la evaluación, cuya finalidad es la de definir estrategias de intervención ante posibles dificultades, finalmente se solicita un cierre donde se expliciten los resultados esperados de la implementación de la actividad innovadora.

En la tabla 2, que se incluye a continuación, se recuperan algunas características del diseño desarrollado por cada uno de los cuatro grupos de trabajo, recordando que a partir de esta tarea se realiza una selección de grupos como participantes, por haber sido observados de forma directa, como se indicara previamente en el ítem tareas que guiaron el estudio.

Tabla 2 *Actividad innovadora diseñada por los participantes*

Actividad Innovadora	Grupo 1 (C, G, L)	Grupo 2 (E, K, M)	Grupo 3 (A, B, I, N)	Grupo 4 (R, W, Z)
Título	(I) Combinamos y jugamos (II) Una forma divertida de sumar	Pensando más allá…	El dado de la suerte	Las bolitas del azar
Destinatarios	(I) Entre 3 y 5 años (II) Entre 6 y 11 años	Niños entre 9 y 12 años	Niños de 6 a 12 años	pre-infantil: 3 a 5; infantil: 6 a 9 y pre-adolescentes: 10 a 13 años
Contenidos	(I) uso de diferentes estrategias para resolver problemas de conteo, entre ellas el uso del diagrama de árbol; (II) comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos.	Probabilidad: espacio muestral, experiencia aleatoria y determinista, sucesos equiprobables y no equiprobables, sucesos posible, imposible y seguro.	Comparación de probabilidades de diferentes sucesos para espacio muestrales finitos a través de la exploración de situaciones de azar, de juegos, la búsqueda de regularidades en resultados que dependen del azar y la discriminación sucesos seguros, posibles e imposibles, compatibles e incompatibles.	Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos.

Tabla 2. *Actividad innovadora diseñada por los participantes (cont.)*

Objetivos	Definir un espacio muestral, distinguir entre sucesos posibles e imposibles, que mediante un juego intuyan la posibilidad de obtener sumas pares e impares.	Iniciar a los destinatarios en el mundo de la probabilidad, utilizando como punto de partida experiencias aleatorias y deterministas.	Que los niños reconozcan y comprendan la aleatoriedad de los sucesos, sus probabilidades de ocurrir y algunos de los conceptos de probabilidad implicados y que puedan utilizarlos correctamente cuando lo necesiten.	Que a partir del juego surjan nociones de probabilidad.
Actividad	El juego planteado consiste en una variación del juego producto par o impar, donde al tirar dos dados, en vez de multiplicar los resultados obtenidos, se suman dichos valores y se determina si la suma es par o impar.	Juego con un tablero de 43 casillas, hay que tirar un dado y avanzar en el tablero, que cuenta con variedad de casillas especiales y desafíos matemáticos.	El juego consiste en la variante del juego Producto par o impar, planteado por el mismo grupo en la tarea 2.	Juego donde se reparten distintivos de colores. Luego se coloca en una bolsa que no sea transparente tantas bolitas como distintivos. En ronda y por turno se extrae una bola, según el color que salga la bolita sale un niño.

Tabla 2. *Actividad innovadora diseñada por los participantes (cont.)*

Interrogantes a plantear	¿quién ganó?, ¿cuántos tiros realizaron en total?, ¿cuántas fichas les quedaron?, ¿qué color de fichas se les terminó primero?, ¿qué resultado se reiteró mayor cantidad de veces?, ¿qué resultado salió menos veces?, ¿qué resultado no obtuvieron?	Los desafíos matemáticos propuestos en las tarjetas responden a sucesos aleatorios, probabilidad, probabilidad subjetiva, sucesos posibles, imposibles y seguros, experimentos aleatorios y deterministas.	El juego es un ¿experimento aleatorio o determinista? ¿Es posible determinar quién va a ganar?, ¿es posible a través de determinados pasos conseguir ganar el juego?	Previos al inicio del juego: ¿cuántos tienen un distintivo color naranja?, ¿cuántos distintivos son violeta?, ¿creen que todos los equipos se encuentran en igualdad de condiciones para ganar el juego?, ¿qué los hace pensar eso?, ¿qué color creen que ganará?
Recursos	Dados de 6 caras distinguibles, 10 fichas rojas y 10 verdes para cada equipo, lápices, planillas, reglas del juego impresas, fichas con remeras, pantalones y sombreros.	Dos tableros de juego con casilleros para recorrer, 2 dados, 2 planillas, 12 fichas con preguntas, materiales concretos para las preguntas.	Dados en versión digital a través de aplicaciones. Tablas de registro y preguntas orientadoras de la actividad. Fichas verdes y rojas.	Cartulina, cinta de papel de colores, lata de pan dulce, bolitas de telgopor, marcadores, papel afiche de colores, tijeras.

Tabla 2. *Actividad innovadora diseñada por los participantes (cont.)*

Cierre (resultados esperados)	Esperan realizar la institucionalización de las siguientes nociones: experimento aleatorio, sucesos posibles, sucesos imposibles, espacio muestral, diagrama de árbol (este último compartido por las dos actividades planteadas).	Lograr que los alumnos se lleven conocimientos básicos de la probabilidad, que logren afianzarlos de manera natural relacionándolos con sucesos de la vida real, y a su vez conseguir que el juego les resulte atractivo. Que sean capaces de socializarlos con sus pares, docentes, familiares, entre otros.	Que los destinatarios puedan conocer el concepto de probabilidad, resolviendo problemas acerca de los posibles resultados con un juego de azar.	Que los niños logren a través del juego darse cuenta de que la probabilidad está de forma implícita en diversas situaciones cotidianas. Que la probabilidad es una cuestión del azar. Que puedan tener en cuenta que la misma no es previsible.
Otra información relevante	El grupo diseña dos actividades diferenciadas por edades de los destinatarios.	Los desafíos matemáticos planteados se incluyen en el anexo.	Se plantea la organización de grupos para desarrollar el juego, en función de la edad de los destinatarios.	Analizarían en conjunto los resultados obtenidos y confeccionarán un gráfico circular a partir de los resultados que se hayan obtenido.

En la explicitación de los contenidos que la actividad innovadora permitiría trabajar fue necesario que los participantes tengan conocimiento del currículum, en particular de los lineamientos establecidos por el Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz, para la Escuela Primaria, Área Matemática. En el planteo de los objetivos, la definición de los roles a asumir por cada participante, la descripción de la actividad innovadora y definición de estrategias de intervención ante posibles dificultades los estudiantes recuperan conocimientos del contenido y de los estudiantes, en tanto dicho conocimiento implica reconocer los procesos que siguen los estudiantes durante el aprendizaje de la probabilidad, permite anticipar respuestas y dificultades de los destinatarios, seleccionar la complejidad de una tarea en función de las características de los mismos. Finalmente, en la definición de la actividad innovadora y la metodología de trabajo, la realización del correspondiente análisis didáctico y la explicitación de los resultados esperados, los participantes del estudio recuperan conocimientos del contenido y la enseñanza, ya que los mismos involucran conocer diversas maneras de abordar la probabilidad.

La intencionalidad didáctica de la tarea 3 consiste en que los participantes tengan la oportunidad de planificar una actividad que involucre algún aspecto de la probabilidad, esperando que para el diseño de la actividad los estudiantes tengan en cuenta alguna de las recomendaciones para la enseñanza de la Probabilidad, planteadas por Batanero y Godino (2002). [23]

En esta etapa de análisis es posible advertir la inclusión una de las recomendaciones en la producción escrita de los participantes, a modo de ejemplo:

---

[23] Ver página 29 de este trabajo.

Al finalizar el juego se realizarán las preguntas del comienzo de la actividad para saber si los alumnos habían "acertado" con sus concepciones previas.[24]

Una vez diseñada la actividad innovadora de probabilidad el próximo paso en la secuencia es la implementación de la actividad propiamente dicha, tarea que se describe y analiza a continuación.

Tarea 4: Implementación de la actividad innovadora.

Desarrollo de la actividad innovadora previamente planificada, tarea grupal y colaborativa.

Esta tarea consistió en la implementación de la actividad innovadora, en un contexto no formal. La misma permite recuperar conocimiento común y conocimiento pedagógico de probabilidad que poseen o desarrollan los estudiantes del profesorado para la Escuela Primaria. La información recabada en esta tarea se considera a partir de los registros tomados en oportunidad de acompañamiento/observación de cuatro grupos de participantes en el momento que pusieron en práctica la actividad innovadora que previamente habían planificado para aplicar en un contexto no formal.

En general, los destinatarios de las actividades innovadoras se dividieron en grupos de dos, cuatro y seis integrantes, donde cada participante del estudio se encontraba a cargo de algún grupo en particular; por otra parte, la participación y las intervenciones de los participantes fueron equitativas y colaborativas.

La finalidad del acompañamiento del docente durante el este momento[25] es tomar registro de lo acontecido y conversar posteriormente con los

[24] Intervención correspondiente al grupo 4, compuesto por los participantes R, W y Z

[25] Constituye el 8° momento en la Metodología – Guía GDUT

estudiantes/participantes acerca de lo sucedido y plantear cuestiones para reflexionar en pos de orientar el subsiguiente análisis didáctico.

Las actividades innovadoras planificadas resultaron ser en todos los casos juegos. En ocasiones surgieron en el momento interactivo imprevistos, algunos de ellos se intentaron superar en ese mismo momento y otros quedaron planteados como cuestiones para seguir reflexionando en el análisis didáctico.

A continuación, se comentan y describen algunos imprevistos/dificultades observadas:

- *Identificación de números pares e impares*

  Ante la dificultad en el reconocimiento de números pares e impares, un estudiante plantea a un grupo de niños de entre 3 y 5 años, "los números pares son los que van de dos en dos", mientras que otro estudiante plantea en un grupo con niños entre 6 y 9 años, "los números pares son los que están en la tabla del dos". En otro grupo donde también surgen dificultades en la identificación de números pares e impares, un grupo de niños plantea que el 5 es impar y el 6 es par, al ser consultados acerca de porqué el 5 es impar, un niño indica porque no tiene compañero, un participante plantea entonces que se encuentran trabajando de a dos y consulta si el dos es par o impar, los niños contestan que el 2 es par y continúan trabajando.

- *Distinción de los dados, para tomar registro de los valores obtenidos*

  Uno de los grupos plantea tomar registro de lo que va sucediendo en una planilla, donde hay que registrar los valores del dado 1 y del dado 2, surge entonces la necesidad de distinguir los dados, un grupo de niños decide en el momento colocar el número 1 a uno de los dados y el número 2 al otro dado.

- *Comparación entre la probabilidad teórica y experimental*

  En los grupos surgen algunas confusiones en los niños para establecer una diferencia entre la probabilidad teórica y lo que se puede observar al realizar la experiencia del experimento aleatorio. En particular surge una confusión en relación a qué sucede si pego una moneda en la cara opuesta de una de las caras de un dado, los niños observan que al lanzar el dado con el peso salen otros números que no resultan ser la cara opuesta a la cara con peso. El peso influye en el resultado, ya que de esta manera la probabilidad de obtener las distintas caras del dado deja de ser equiprobable, pero esto no pueden advertirlo los participantes a cargo del grupo y en consecuencia no es advertido por los niños.

- *Diferenciación entre fenómenos aleatorios y deterministas*

  En relación a la diferenciación de fenómenos aleatorios y deterministas los participantes presentan a los niños algunos ejemplos, con el fin de diferenciar ambos fenómenos. En general relacionan los juegos con fenómenos aleatorios, que dependen del azar o de la suerte y los fenómenos deterministas con aquellas situaciones que podemos saber de antemano lo que va a ocurrir, algunos ejemplos tirar un lápiz al piso y encender una perilla de luz.

- *Diferenciación de probabilidad, azar y suerte*

  Durante el desarrollo de los juegos surge la asociación de los mismos con las nociones de azar, suerte, fenómenos aleatorios y probabilidad. Esto en algunos casos lleva a concluir que la probabilidad depende de la suerte o del azar, lo que a su vez podría inducir que la probabilidad depende del azar o de la suerte y en consecuencia no se puede predecir qué va a suceder en la realización de un juego que dependa del azar; hecho que implicaría que la probabilidad no se aplica para comprender algunas de las cuestiones que sucederían durante el juego, incluso no se podría emplear en la búsqueda de una estrategia ganadora.

Todos los aspectos mencionados anteriormente harían que la probabilidad no pueda ser considerada en la toma de decisiones, por ejemplo, cómo se distribuyen las fichas rojas y verdes y con qué finalidad.

- *Adaptación de las nociones de probabilidad al nivel de los destinatarios*

  Durante la realización de los juegos propuestos van surgiendo nociones probabilísticas, si bien todos los grupos proponen recuperar las "intuiciones" de los niños, luego no se tienen en cuenta estas nociones, sino que se presentan las definiciones de algunas nociones básicas de probabilidad, en algunos casos sin la adaptación necesaria en función del nivel de los participantes.

- *Modificación en una de las reglas del juego*

  En el caso particular del grupo que planteaba desarrollar el juego "Las bolitas del azar" en un momento del juego al extraer una bola de un color determinado los niños participantes eran los que tenían que definir quien se quedaba en la ronda y quien salía de la ronda, luego de la realización del juego y antes de plantear volver a jugar, las participantes plantean una modificación en la reglas del juego, colocan en las bolitas a extraer y en los distintivos además de color un número, para que los niños no sean los que definan quien se queda o sale de la ronda.

- *Identificación de casos favorables y de la probabilidad*

  En un grupo en particular al finalizar la realización del juego propuesto varias veces se realiza una puesta en común con la finalidad de hacer una síntesis de las nociones de probabilidad puestas en juego y completan una tabla donde describen las bolitas consideradas para la realización del juego discriminadas por color, la cantidad de cada una de éstas, los casos favorables y la probabilidad; oralmente una participante plantea a los niños qué es la probabilidad, teniendo en cuenta que hay nueve bolitas en total y de las nueve dos son azules, la probabilidad de extraer una bolita azul se puede determinar teniendo en cuenta que hay 2 posibilidades entre 9 que es el total, mientras que en la tabla queda escrito en la tabla casos favorables 2/9 (como dos de nueve), surge entonces la necesidad de reflexionar acerca de la relación entre la definición oral de la probabilidad y cómo queda plasmada por escrito, en este caso en la tabla.

A partir de estos imprevistos, entre otros, y lo acontecido durante la implementación de la actividad innovadora se plantean una serie de interrogantes o cuestiones para reflexionar, tendientes a orientar el posterior análisis didáctico[26]:

- *¿Cómo actuar ante la dificultad de identificación de números pares e impares?*
- *¿Es necesario que todos los integrantes del grupo expliquen por qué un número es par o impar?*
- *¿Cómo se recupera el trabajo con el contenido propuesto "probabilidad"?*
- *¿Cómo orientamos la participación de los participantes si las intervenciones se corren de nuestro objetivo?*
- *¿Cómo orientamos la actividad sin resolver la actividad por los participantes? ¿cómo se fundamentan las decisiones tomadas por los niños durante el desarrollo de la actividad?*
- *Tener en cuenta la noción de sesgo y su relación con el dado con peso.*
- *¿Cómo recuperar las "intuiciones" de los niños? Y ¿para qué?*
- *¿Cómo adaptar las definiciones al nivel de los niños/participantes?*
- *¿Qué variantes propondrían en el caso de no caer en la casilla desafío?*
- *¿Reformularían alguno de los desafíos? ¿cómo lo harían?*
- *¿Cómo se relaciona azar, suerte y probabilidad?*

- *¿Cómo recuperar los aportes de los niños para realizar re-preguntas?*
- *¿Cómo relacionar el juego con las nociones de probabilidad y las ideas o intuiciones de los niños?*
- *¿Cómo se contrasta lo anticipado por los niños con lo acontecido durante el juego? ¿con qué finalidad?*
- *Escritura de casos favorables en la tabla.*
- *La probabilidad como medida de ocurrencia de un suceso aleatorio.*
- *Adaptación de la actividad en función del nivel de los destinatarios.*

Por último, se puede mencionar que la tarea 4 permite recuperar conocimiento común y conocimiento pedagógico de probabilidad. En relación al conocimiento común, surgen nociones de probabilidad como conocimiento común del contenido, como así también conocimiento especializado el cual va un poco más allá de las nociones de probabilidad necesarias para el desarrollo de los juegos propuestos, asociados al conocimiento necesario para guiar las intervenciones de los niños que participaron en el desarrollo de la actividad innovadora. En relación al conocimiento pedagógico del contenido de probabilidad, se recupera conocimiento del contenido y los estudiantes y conocimiento del contenido y la enseñanza, en oportunidad de reconocer las intervenciones de los niños durante el desarrollo de los juegos, anticipar respuestas y dificultades de los niños, realizar modificaciones en la consigna en el momento de implementar la actividad, en función de las características de los niños/participantes.

La intencionalidad didáctica de la tarea 4 es la posibilidad de brindar a los participantes del estudio instancias de puesta en práctica de una actividad de

[26] Constituye la tarea 6 de esta secuencia/proyecto

probabilidad, previamente planificada. Una vez finalizada la implementación de la actividad innovadora la secuencia/proyecto plantea la construcción de un registro individual diferido, tarea que se describe y analiza a continuación.

Tarea 5: Registro diferido de la implementación de la actividad innovadora.

Creación individual de un registro diferido natural del momento de implementación de la actividad innovadora.

Esta nueva tarea consiste en la creación de un registro natural diferido de la implementación de la actividad innovadora, al ser una tarea de realización individual, plantea la posibilidad de analizar “otras miradas” acerca de la implementación de la actividad innovadora, puesto que generalmente durante el momento interactivo los participantes decidieron distribuir a los destinatarios en pequeños grupos y cada uno de ellos estuvo a cargo del acompañamiento, guía, orientación durante el trabajo en pequeños grupos . Los registros recuperan parte del trabajo realizado en el interior de los pequeños grupos.

Para comentar algunos aspectos relacionados con los registros de los diversos grupos se inicia con los grupos 1 y 3 quienes trabajaron con el juego Suma par o impar.

El grupo 1 comenta inicialmente por qué no trabajaron con la actividad planificada para niños de 3, 4 y 5 años, acerca de las combinaciones; mientras que el grupo 3 plantea desde el inicio de la actividad que la probabilidad surge relacionada con los juegos de azar, como la lotería, postulan: *La probabilidad estudia al azar.*

Ambos grupos detallan cómo se realiza la conformación de los grupos de trabajo, cómo se distribuyen las fichas rojas y verdes por grupo/equipo para jugar, las opciones que los niños/participantes tomaron fueron: 5 fichas rojas y 5 verdes cada grupo, 10 fichas rojas un grupo y 10 verdes otro (el grupo 1 distribuye 20 fichas en total); 4 fichas rojas y 2 verdes un grupo y 2 fichas rojas y 4 verdes para el otro, las fichas rojas para un grupo y las verdes para el otro, 3 fichas rojas y 3 verdes para cada uno (el grupo 3 reparte 12 fichas en total, 6 fichas rojas y 6 verdes por equipo).

El grupo 1 plantea que un equipo en particular presenta dificultades para definir los números pares e impares, en ese caso se observa que *Registran los números que obtienen en los dados sin mirar antes si es par o impar, sólo un niño conoce y puede definir números pares e impares.*

Los pares son que empiezan en 0 y van de 2 en 2, como 2, 4, 6, 8…

Un número es par si está en tabla del 2 el resultado.

Todo número par se lo puede dividir siempre en 2.

Los impares empiezan en el 1 y van de 2 de 2, 1, 3, 5, 7…

Ante la dificultad presentada se destaca como estrategia: *Intento que miren y vuelvan sobre los registros de su planilla.*

G*: Miren en la planilla si ya obtuvieron ese resultado*

El grupo 3 también plantea que *un grupo no sabía identificar los números pares e impares, entonces consultan alguien sabe qué son los números pares e impares, un participante indica:*

A_1*: el 5 es impar y el 6 es par,*

mientras las estudiantes consultan:

A*: ¿Por qué el 5 es impar?*

El participante explica:

A_1: *porque se juntan de a dos y no tiene compañero (mientras muestra con los dedos).*

Además se propone relacionar con el tipo de agrupamiento necesario para el desarrollo del juego:

A: *nosotros estamos trabajando de a dos ¿es un número par o impar?*

Responden todos

Varios alumnos: par

Ya durante la realización del juego se advirtió que *no había quedado claro cómo usar las planillas*.

Antes de comenzar a jugar *distinguieron a cada dado como dado 1 y dado 2 para registrar los números obtenidos.*

Otra situación que destaca el grupo 3 en un equipo, es que *los niños buscaban que los dos números que salieran en los dados fueran pares, para anotarlas en la columna de los pares, y los dos números que salieran fueran impares para anotarlas en las columnas de los impares, por lo que cualquier otra combinación que surgiera, la tomaban como inválida y volvían a tirar los dados.*

El grupo 1 comenta que en un equipo gana el que tenía las fichas verdes (impares)… *gana este equipo porque tienen más oportunidades de tirar los dados que el otro equipo.*

*En algunos casos el juego resulto aburrido porque no se terminaba más…*Por falta de tiempo quedó sin presentar el diagrama de árbol que graficaba el espacio muestral del juego.

A medida que algunos grupos/equipos iban terminando el juego.

C: *Mientras los otros grupos iban finalizando decidí complejizarles la suma por lo que les propuse que sumemos mentalmente, junte los cuatro dados y después de mezclarlos daba vuelta el vaso y el que terminaba de sumar decía el resultado en voz alta.*

El grupo 3 plantea una puesta en común con un debate:

N: *¿y que salieron, más pares o más impares?*

A_1: *Más impares.*

Consultando nuevamente:

N: *¿Más impares? ¿Y eso es siempre así? ¿O es de casualidad… salieron más impares que pares? ¿Es casualidad? ¿Podrían haber salido más pares que impares?*

Los niños/participantes responden en su mayoría

Varios alumnos: *sí.*

Ante la re-pregunta:

N: *¿por qué? A alguien se le ocurre. ¿Lo mismo? ¿Tienen la misma probabilidad se salir?*

Una niña plantea:

A_2: *al azar, uno no sabe qué va a salir.*

Se indaga nuevamente:

N: *pero si hay más pares, podemos pensar que van a salir más pares entonces me quedo con las fichas rojas y gano. O no, pero hay más pares o igual. ¿Podrían haber salido más números pares o impares?*

Varios alumnos: Pares, impares

Los estudiantes destacan:

N: *el juego que estamos jugando en probabilidad se llama experimento aleatorio. Los resultados de esos experimentos se llaman sucesos y puede* [sic] *ser posibles, seguros o imposibles. Nosotros jugamos, anotamos un monto* [sic] *de veces todos los números que nos salieron en los dados. Tiramos muchas veces los dados ¿Para qué lo hicimos? ¿Porque anotamos los datos?*

A_1*: Para ganar,*

A_2*: para llevar la cuenta.*

B*: ¿Cuál es el sentido de anotar todas las veces que salieron los dados? Ese registro de datos, en probabilidad se hace de esta misma manera. Por eso estudiamos la probabilidad para saber cuántas veces se repite un suceso. El suceso de tirar el dado, mucha cantidad de veces con un fin, por ejemplo que salga un número par, lo* *vamos a hacer tantas veces como queramos. Y eso en probabilidad se llama muestra. Para que hacemos eso, para ver si podemos llegar a determinar la cantidad de veces que ese suceso se está repitiendo.*

El grupo 2 trabajó con un juego de mesa con desafíos matemáticos. En los registros comentan que en uno de los grupos de trabajo *en los primeros tiros, en varias ocasiones toco* [sic] *la casilla amarilla, y casi al final del juego, en la última casilla roja tocaron dos acertijos (desafíos matemáticos), de las 12 tarjetas que había sólo se utilizaron 2. En el momento de responder el acertijo si el que tenía que contestar no entendía o no sabía, tratábamos que participen todos.*

En el juego, para poder ganar, deben sacar un número exacto de los casilleros que le faltan para ganar, en caso que le queden 3 casilleros y saco un 5 debe volver contando para atrás. Esto ocurrió en todos los participantes, mínimo 2 veces por cada uno de ellos antes de arribar a la llegada

Todos los números obtenidos por cada uno de los participantes se iban registrando en una planilla. Según los registros de la planilla el número 1 y el número 4 son los que salieron más veces (19 veces cada uno) en el primer juego y el menos frecuente fue el número 3.

Durante el desarrollo del juego se observa que *los participantes constantemente calculaban que número no debían sacar en el dado, para no caer en una de las casillas con prendas o con desafíos matemáticos. Los participantes se frotaban el dado en la cabeza, lo besaban o pedían por favor que les toque un número "X" para poder avanzar o ganar el juego.*

Algunos de los desafíos matemáticos presentados:

"En una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas y 4 azules ¿qué bola tiene probabilidad de salir primero si extraemos una bola al azar sin mirar?"

A_1: *La de color azul.*

Al ser consultados,

K: *¿por qué de ese color?*

A_1*: Porque había más, eran mayor cantidad que las otras.*

"Si tiro una moneda al aire ¿qué es más probable obtener, cara o cruz?"

Varios alumnos: cruz,

A_1*: cruz, porque siempre que tiro sale cruz.*

A_2*: Las dos, porque la moneda tiene dos caras y no sabemos que puede salir si la tiramos.*

"Si lanzamos una vez un dado al azar ¿podemos saber de antemano que número va a salir?"

A_1: *sí*

A_2*: no…*

M*: por qué decís que no*

A_2*: Nunca vamos a saber qué número va a salir, puede salir cualquiera.*

Se le indica que estaba en lo correcto, no podemos saber de antemano qué puede salir si tiramos un dado o una moneda al aire, en el caso del dado puede salir cualquiera de los seis números que tiene. Posteriormente se plantea:

K*: ¿qué pasaría si al dado le pongo peso en una de sus caras? Si pego una moneda en el número 3, ¿qué número saldrá siempre?*

A_1*: el 6*

A_2*: el 2*

A_3*: el mismo 3*

Entonces se muestra el dado y observen si se tira el dado

E*: ¿la cara que tiene la moneda va a quedar para arriba o apoyada en la mesa?*

Ahí indican:

Varios alumnos: el 4 (que en este caso es la cara opuesta del 3).

Se realizó la experimentación obteniendo el 4 pero también otros, por lo que se tornó confuso, ya que si o si tenía que salir el 4.

"¿Qué posibilidad había que un niño nazca un lunes?"

Varios alumnos: *1,*

Pero se enfocaban en la localidad Gregores[27]*, decían:*

A_4*: acá puede nacer un lunes porque somos poquitos, pero en el mundo nacen todos los días.*

No lo entendían de la misma manera que nosotros lo queríamos explicar. Se les comento que en la semana tenemos 7 días, se procedió a escribirlos en el pizarrón y se les pregunta:

K*: ¿Cuántos lunes tenemos en la semana?*

Varios alumnos: 1.

K*: Entonces hay una sola posibilidad que nazca un lunes.*

Mientras se realiza la fórmula de Laplace; se les comenta que esta fórmula utilizamos muchas veces nosotros para poder resolver esos problemas que estuvimos trabajando, debajo de la fracción se colocan los casos favorables, en este caso 7 que son todos los días de la semana que tenemos, y arriba los casos posibles, son las veces que puede nacer un lunes en este ejemplo. Les explico que eso lo puede resolver en número con decimal y a la vez en porcentajes, pero dicen que eso aún no lo han trabajado, solo con fracciones.

[27] Gobernador Gregores es una localidad del centro de la Provincia de Santa Cruz, que cuenta con 4.497 habitantes según el censo 2010, fuente INDEC.

Luego se da lugar a trabajar con material concreto, el problema de las medias, se lee el mismo, "Marcela guardo en el cajón 2 pares de medias blancas, 4 pares de azules y 3 pares de medias negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque del cajón sin mirar un par de medias azul?"

Varios alumnos: la azul, porque hay más pares

Se les va acercando la caja con medias y 3 veces consecutivas sale otros colores que hay en menos cantidad, recién en la 4ta vez sale la de color azul. Los niños respondieron que se iban a sacar azul porque había más pares, pero en la realidad salieron dos veces seguidas negras, una tercer [sic] *blanca y recién la azul. Ya con dos pares de media negras y un par de medias blancas en la mano vuelvo a consultar por probabilidad de sacar una azul y confirman que si porque de las otras había menos.*

Seguidamente se les dice

E: *¿y en el caso de las bolitas de colores? Probemos si ocurre lo mismo.*

Se lee el problema, "en una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas, y 4 azules. ¿Qué bola tiene la probabilidad de salir primero si extraemos una pelota al azar sin mirar?"

Varios alumnos: la azul.

Sin embargo salió la roja 2 veces consecutivas, por lo que se les pregunta

E: *¿y si no vuelvo a colocar las bolitas rojas en la bolsa, cuantas probabilidades que salga una roja tengo?*

Varios alumnos: ninguna, porque habían solo 2 de ellas,

Y se les pegunta:

E: *sacar roja si ya sacamos las 2 que habían ¿es un caso seguro, posible o imposible?, varios alumnos: imposible.*

A criterio de los estudiantes del grupo 2, los desafíos que resultaron más difíciles fueron:

N° 5 Un hecho o suceso de un experimento aleatorio es ……….. si nunca ocurre

N° 4 ¿Qué les parece que es la probabilidad? ¿En qué situaciones de la vida nos chocamos con esta? Enumeremos alguna

Los niños no supieron responderlos, inclusive nuestra respuesta les fue un poco confusa ya que carecía de adaptación para que los niños la comprendan…

El grupo 4 trabajó con el juego "Las bolitas del azar", destacando en sus registros cómo inician la actividad:

Ubicamos a los niños en ronda. Comenzamos con la actividad explicando en qué consistía la misma. Los niños debían ir sacando una bolita de color turnándose. En la lata había la misma cantidad de bolitas como lo había de niños, y se correspondían con el mismo color cada una.

Los grupos quedaron distribuidos de la siguiente manera:

Grupo verde: 1 integrante.

Grupo celeste: 1 integrante.

Grupo violeta: 2 integrantes

Grupo azul: 2 integrantes

Grupo amarillo: 1 integrante.

Luego se incorporaron dos niños más:

Grupo naranja: 2 integrantes.

Antes de comenzar se les hace [sic] *algunas preguntas a los niños como por ejemplo:*

¿Cuántos grupos se formaron?

¿Cuántos integrantes tienen cada grupo?

¿Creen que todos los equipos se encuentran en igualdad de condiciones para ganar? ¿Por qué?

¿Qué color creen que saldrá primero?

¿Qué color creen que ganará?

Luego se comentan aspectos relacionados con el desarrollo del juego:

Los niños fueron sacando las bolitas, el ganador en este caso fue el color azul. Volvimos a jugar preguntando a los niños quien pensaba [sic] *que ganaría, algunos decían el azul nuevamente, otros decían su propio color.*

Les explicamos que existía la posibilidad de que ganara el mismo y a su vez la posibilidad de que ganara otro color, que no siempre se daba el hecho de que salga o gane el mismo color teniendo la misma cantidad de bolitas, número de participantes y colores.

Sobre la marcha debimos realizar un cambio en el juego, asignando la decisión de elegir quien salía primero de la ronda, ya que no nos percatamos antes de que teniendo dos colores iguales habría que tomar una decisión de quien saldría primero.

En la siguiente ronda numeramos los distintivos y las bolitas para que no tengan que ser los niños los que decidan quien abandonar [sic] *el juego. En este caso ganó el azul.*

En la segunda ronda quedaba el azul en la final junto con dos colores violetas. Preguntamos quien creían que tenía más posibilidades de ganar y contestaron que el violeta porque había más de ese color. Finalmente volvió a ganar el azul. Decidimos jugar una vez más para observar que sucedía, los niños se cambian de ubicación y comenzamos a jugar, nuevamente quedan en la final un color azul y dos violetas. Ganó el violeta.

Una vez finalizadas las tres rondas del juego las estudiantes plantean una puesta en común con el fin de *explicarles el porqué de estos resultados y que si bien, unos tenían más probabilidades de ganar que otros debido a la cantidad de bolitas en el recipiente no implica necesariamente que fueran a ganar porque estos son experimentos aleatorios y no deterministas, que dependen del azar. Les explicamos que "un experimento aleatorio es cuando teniendo los mismos elementos en igualdad de condiciones nos puede dar diferentes resultados". También para que quede más claro lo explicamos con el juego que realizamos (las pelotitas eran iguales en tamaño y textura, el recipiente era el mismo para todos, etc.)*

Al finalizar completamos la tabla que contenía los siguientes datos: colores de bolitas, cantidad, casos favorables y probabilidad, (que este último no completamos).

Esta tarea permite recuperar principalmente conocimiento común y especializado, a partir de las intervenciones de los niños y los participantes a cargo de la actividad; como así también conocimiento pedagógico del contenido de probabilidad de los participantes a partir de la elaboración del registro los participantes se corren del lugar de protagonistas de la experiencia vivida, para pasar a ser relatores, recuperando aspectos de la enseñanza y del aprendizaje de la probabilidad.

La intencionalidad didáctica de esta tarea es que los participantes puedan plasmar en el registro lo "vivido" durante la implementación de la actividad innovadora. Dichos registros además se convierten en insumos para la realización de la última tarea de esta secuencia, la cual se describe y analiza seguidamente.

Tarea 6: Análisis Didáctico de la implementación de la actividad innovadora.

Realización del análisis didáctico grupal y colaborativo, tomando como insumos los registros disponibles de la actividad innovadora desarrollada, en relación al eje "contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego".

La última tarea de la secuencia/proyecto tiene por finalidad que los participantes tengan la oportunidad de analizar tanto el conocimiento común y especializado como el conocimiento pedagógico de la probabilidad, para ello se propone realizar un análisis didáctico del momento de implementación de la actividad innovadora, tomando como eje de análisis *la contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego*, a su vez, teniendo en cuenta que este eje permite abordar diferentes aspectos como *noción de probabilidad, asignación de probabilidad, sucesos posibles, imposibles y seguros, noción de sesgo, noción de azar, relación entre estadística y probabilidad*, se sugirió en la consigna de la tarea profundizar/focalizar el análisis didáctico sobre uno de ellos.

Solamente uno de los grupos explicitó en su producción haber seleccionado sucesos posibles, imposibles y seguros para el análisis, sin embargo el mismo grupo centró el análisis en responder puntalmente a los interrogantes planteados por el docente/investigador como orientadores para el análisis didáctico. Otro grupo tuvo en cuenta los momentos o etapas del análisis didáctico: lectura global del registro, segmentación y análisis propiamente dicho. Los otros grupos se centraron en el análisis propiamente dicho omitiendo las primeras etapas.

Se transcriben a continuación copias de fragmentos de los análisis didácticos realizados por los diversos grupos de trabajo, los cuales demuestran la capacidad de haber seleccionado bibliografía del espacio curricular para explicar algún hecho acontecido durante la implementación de la actividad innovadora:

- *...la probabilidad puede ser aplicada a la realidad de forma directa; a través de metodología heurística y activa como experimentos reales; en este caso en particular, con un juego de dados.*
- *La forma de orientar la actividad sería poner a los niños y niñas en situación de construir un modelo probabilístico implícito, en este caso, jugando un juego de azar con dados sin llegar hasta el momento del cierre a la conceptualización de algunos términos de probabilidad, como suceso posible, suceso imposible y fenómeno aleatorio.*
- *"La principal razón para introducir el estudio de las situaciones aleatorias y las nociones básicas sobre probabilidad en la enseñanza primaria es que las tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana"... nuestro propósito fue que los niños que participaron en esta experiencia incursionen en el mundo de la probabilidad, acercándose a conceptos básicos mediante el juego, y como le hemos manifestado durante el encuentro a los niños, algunos de las situaciones y hechos cotidianos, que le adjudicamos a la buena suerte, tiene su explicación gracias a la probabilidad.*
- *...pudimos comprobar lo que mencionan los autores Díaz Godino, Batanero y Cañizares, en Azar y Probabilidad, donde manifiestan que, "... el carácter aleatorio de un fenómeno será apreciado por el niño a través de observaciones de múltiples aspectos de su entorno, así como por medio de la realización de actividades y juegos..." ... en el momento que comenzamos a dar las definiciones los niños aparentaban no comprender, sumándole que esto era algo totalmente desconocido, pero en el momento que se comenzó a explicar y realizar la demostración, la participación mejoro.*

- *Como esperábamos, cada grupo definió diversas estrategias de repartición de fichas: unos repartieron verdes para unos y rojas para otros, otros repartieron mitad y mitad, otros tomaban una ficha de un montoncito cada vez que era necesario.*
- *En la organización de la actividad, habíamos pensado sumar una pizarra donde poder definir algunos términos, ir anotando resultados del juego y que el análisis grupal del juego pueda ser visualizado por los niños desde un lugar no tan abstracto, pero por imprevistos, no pudimos llevarla y fue algo que faltó, así como un registro escrito para cada niño sobre los conceptos más importantes.*
- *…indagando y relacionando con situaciones que los niños suelen conocer, creemos que es posible adaptar el contenido al nivel de aprendizaje de los niños, y reforzarlo brindando una actividad o juego que les permita experimentar al respecto, crear hipótesis y comprobarlas.*
- *…la probabilidad estudia los fenómenos cuyos resultados no tienen un resultado cierto, sino que son imprevisibles. Uno de sus objetivos es realizar la evaluación de que un suceso ocurra o no. Partiendo de que un suceso aleatorio son los resultados posibles de un experimento aleatorio, y de que un experimento aleatorio se caracteriza por poder obtener en idénticas condiciones, diferentes resultados. Intentamos mostrarles la diferencia a los niños entre éstos y los experimentos deterministas que son los que realizados bajo las mismas circunstancias solo tienen un resultado posible.*
- *La finalidad de las preguntas que realizamos antes del juego fueron con la intención de introducir a los niños en el concepto de qué es la probabilidad,*

qué papel juega el azar y que ellos puedan comparar finalizado el juego sí coincidieron o no los resultados con lo que anticiparon.

Los fragmentos previos ponen de manifiesto conocimiento pedagógico del contenido de probabilidad, los cuales se ejemplifican de la siguiente manera:

- conocimiento del contenido y los estudiantes: *La forma de orientar la actividad sería poner a los niños y niñas en situación de construir un modelo probabilístico implícito, en este caso, jugando un juego de azar con dados…*
- conocimiento del contenido y la enseñanza: *La finalidad de las preguntas que realizamos antes del juego fueron con la intención de introducir a los niños en el concepto de qué es la probabilidad, qué papel juega el azar y que ellos puedan comparar finalizado el juego sí coincidieron o no los resultados con lo que anticiparon.*
- conocimiento del currículum: *"La principal razón para introducir el estudio de las situaciones aleatorias y las nociones básicas sobre probabilidad en la enseñanza primaria es que las tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana".*

Para finalizar es necesario mencionar que la descripción y análisis previo de las tareas que integran la secuencia/proyecto denominada: "Diseño, implementación y evaluación de una actividad innovadora" resulta un valioso insumo para la elaboración y posterior análisis de las Guías de análisis didáctico que se incluyen en el siguiente capítulo.

Capítulo III – Descripción de Conocimientos Didáctico-Matemáticos

El presente capítulo avanza en la confección y aplicación de las Guías de análisis didáctico del EOS, con el fin de describir los conocimientos didáctico-matemáticos de los participantes, caracterizando los objetos matemáticos y procesos matemáticos y didácticos emergentes del estudio.

Guías de análisis didáctico

Tomando como referencia las Guías para el análisis y la reflexión didáctica se presentan algunas guías aplicadas a una actividad puntual desarrollada en el cursado del ciclo académico 2016, del espacio curricular Didáctica de la Matemática, correspondiente al 3° año del plan de estudios del Profesorado para la Educación Primaria de la UASJ–UNPA, con la intención de recuperar conocimientos previos de probabilidad, evaluar significados personales sobre probabilidad y analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad, desde el Enfoque Ontosemiótico (EOS).

Se pretende resignificar al objeto probabilidad como objeto de conocimiento, de enseñanza y objeto a enseñar. Así, cuando se analice qué ha ocurrido, cómo y por qué, se considerará como elementos de análisis el contexto y los significados, validando la hipótesis del EOS que el conocimiento parte de una práctica y que la práctica matemática es la relación entre pensar, hablar y hacer. Para realizar este análisis se requiere realizar la tarea, construir el marco de referencia a priori y así poder luego diferenciar el describir, el analizar y el valorar.

En primer lugar se presenta la Guía para el Diseño de Unidades Temáticas, en tanto permite al docente desarrollar la capacidad de diseño de unidades didácticas, en este caso particular aplicado a la secuencia/proyecto Diseño, implementación y evaluación de una actividad innovadora, con el objetivo de abordar contenidos de probabilidad. Posteriormente se presenta la Guía para el Reconocimiento de Objetos y

Significados, con la finalidad de explicitar los objetos y procesos matemáticos puestos en juego, por parte de los participantes del estudio, en la resolución de cada una de las tareas que componen dicha secuencia/proyecto, identificar potenciales conflictos de significado y sistematizar las competencias matemáticas pretendidas, en particular las relacionadas con la probabilidad. Por último, la Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación, con el objetivo de identificar fenómenos didácticos relacionados con las interacciones docente – estudiantes, estudiantes entre sí e interacciones con los recursos disponibles (medios tecnológicos y el tiempo), focalizados en la apropiación de los significados (aprendizaje) como objetivo final del proceso de estudio.

GDUT - Diseño de Unidades Temáticas.

Tabla 3 *Guía para el Diseño de una Unidad Temática*

Componente	**Descripción**
Intencionalidad Didáctica	Se parte desde el reconocimiento que la enseñanza de la Probabilidad en la Escuela Primaria está contemplada por los materiales curriculares oficiales. Los Contenidos Básicos Comunes (CBC) de la Educación General Básica (EGB) establecen que: Los problemas de probabilidad en el esquema tradicional muestran, además, la conveniencia de disponer de métodos de conteo más potentes. Los procedimientos que colaboran al recuento de objetos (diagramas de árbol, tablas de frecuencias o de contingencias) y las maneras de combinarlos y agruparlos (permutaciones, combinaciones y variaciones) pueden ser trabajados por los alumnos y las alumnas sin entrar en definiciones formales sino a partir de ejemplos que les permitan hallar

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

Intencionalidad Didáctica (cont.)	regularidades y elaborar fórmulas. (CBC de la Educación General Básica: 1995; p. 83 - 84). A nivel provincial, rige el Diseño Curricular para la Educación Primaria, del Área Matemática, de la Provincia de Santa Cruz; el cual incluye como expectativas de logro para la 2° Unidad Pedagógica (4° y 5°grado): Profundizar el estudio de los números naturales y racionales positivos, sus relaciones, las formas básicas de registrar y organizar información, y avanzar hacia las nociones de probabilidad. Para la 3° Unidad Pedagógica (6° y 7° grado): Interpretar y aplicar los conceptos y procedimientos básicos de la estadística y la probabilidad, reconociendo tanto los alcances como las limitaciones de su uso para la resolución de problemas y la toma de decisiones. (Diseño Curricular para el Nivel Primario. Matemática. Provincia de Santa Cruz: 2.015; p. 85 - 86). Así mismo contempla entre la definición de saberes y contenidos correspondientes al eje organizador La probabilidad y la estadística: Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos (Diseño Curricular para el Nivel Primario. Matemática. Provincia de Santa Cruz: 2.015; p. 110) específicamente para 7° grado, 3° Unidad Pedagógica. En este contexto resulta pertinente poner a los docentes y/o futuros docentes en situación de resolver y analizar problemas que involucren prácticas probabilísticas. La enseñanza de la probabilidad en la escuela primaria tiene por objetivo trabajar con los alumnos los conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de probabilidad e imparcialidad, mediante el empleo de situaciones de juego, experimentales o usando modelos de

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

Intencionalidad Didáctica (cont.)	simulación; por este motivo es importante que los futuros docentes de primaria puedan resolver este tipo de situaciones y reflexionar a partir de los resultados obtenidos. Se espera que los futuros docentes sean capaces de plantear y resolver problemas de probabilidad, analizar didácticamente un problema puntual, estudiando variables didácticas, para finalmente diseñar, implementar y evaluar una actividad innovadora, donde intervengan diversas nociones de probabilidad, crear registros y analizar didácticamente la implementación de la actividad.
Objetivos	Analizar y caracterizar la aleatoriedad. Conocer/Reconocer las nociones de probabilidad. Reflexionar sobre las propias prácticas probabilísticas a la hora de analizar las dificultades en el abordaje de la probabilidad en el nivel primario. Reconocer ventajas y limitaciones en una actividad de probabilidad y analizar posibles variables didácticas. Planificar/diseñar una actividad innovadora que ponga en juego contenidos de probabilidad. Analizar didácticamente la implementación de una actividad.
Competencias y Habilidades o Saberes	Capacidades de resolución de problemas, comunicación de resultados y devoluciones a pares, uso de herramientas TIC, trabajo colaborativo, realización de análisis didáctico de problemas y juegos, planificación, implementación y evaluación de una actividad innovadora, creación de registros diferidos, descripción y explicación de lo acontecido bajo la lupa de la bibliografía trabajada desde el espacio curricular.

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

Contenidos matemáticos y didácticos	Nociones básicas de Probabilidad. Fenómenos y experimentos aleatorios. Sucesos equiprobables y no equiprobables. Probabilidad teórica y experimental de un suceso. Sesgo. Contenidos Matemáticos Escolares de Probabilidad. Enseñanza de la Probabilidad. Análisis de documentos curriculares y textos escolares. Análisis didáctico de problemas de probabilidad. Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Elaboración de propuestas de enseñanza y evaluación de probabilidad. Resolución de problemas como estrategia de enseñanza. Variables Didácticas. Devolución. Contrato Didáctico. Contextualización y Descontextualización. Transposición Didáctica. Planificación en Matemática, elementos constitutivos para diseños para la intervención pedagógica con fines de enseñanza. El juego como recurso didáctico para la enseñanza de la Matemática. Recursos didácticos, analógicos y digitales para la clase de Matemática. Registros.
Metodología Presentación general de la secuencia de actividades (grupo clase – inicio – instancia virtual[28])	Explicitación de la secuencia de actividades que componen el proyecto.

[28] mediada por Entorno Virtual de Enseñanza y Aprendizaje Unpabimodal

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

1° Momento (individual – instancia virtual)	*Actividad - Foro probabilidad* 1° parte: Compartir el enunciado de un problema de probabilidad. 2° parte: Resolver el problema propuesto por otro compañero. 3° parte: Realizar una devolución a quien resolvió el problema propuesto en la 1° parte.
2° Momento (grupo clase – instancia virtual por Videoconferencia[29])	Explicitación del trabajo realizado durante el desarrollo de la actividad Foro probabilidad. Presentación de las consignas de las actividades: Análisis didáctico de una actividad, Diseño de una actividad innovadora, Implementación de la actividad innovadora y Análisis didáctico de la actividad innovadora. Explicación en detalle de la consigna de la actividad Análisis didáctico de una actividad. Institucionalización de contenidos: Nociones básicas de Probabilidad. Enseñanza de la Probabilidad. Análisis de documentos curriculares y textos escolares. Análisis didáctico de problemas de probabilidad. Orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad.
3° Momento (pequeños grupos – instancia virtual)	*Actividad - Análisis didáctico de una actividad* Previa lectura de un documento que describe el Juego: “Producto par o impar”: - Experimentar en varias oportunidades el juego. - Identificar el/los contenido/s de probabilidad que el Juego permitiría abordar. - Definir una posible variante -sin modificar el contenido "probabilidad"- delimitando el alcance y limitaciones del Juego original

[29] Sistema de Videoconferencia Adobe Connect

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

	y la modificación propuesta. - Incluir como anexo los relatos personales, realizados a partir de la familiarización con el recurso, de todos los integrantes del grupo.
4° Momento (grupo clase – instancia virtual por Videoconferencia)	Presentación de la consigna de la actividad Diseño de una actividad innovadora. Institucionalización de contenidos: Orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad. Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Resolución de problemas como estrategia de enseñanza. Variables Didácticas. Devolución. Contrato Didáctico. Contextualización y Descontextualización. Transposición Didáctica. Planificación en Matemática. El juego como recurso didáctico para la enseñanza de la Matemática. Recursos didácticos para la clase de Matemática.
5° Momento (grupo clase y pequeños grupos – instancia presencial)	Explicitación del trabajo realizado durante el desarrollo de la actividad Análisis didáctico de una actividad. Institucionalización de contenidos: Nociones básicas de Probabilidad. Fenómenos y experimentos aleatorios. Sucesos equiprobables y no equiprobables. Probabilidad teórica y experimental de un suceso. Sesgo. Contenidos Matemáticos Escolares de Probabilidad. Enseñanza de la Probabilidad. Análisis didáctico de problemas de probabilidad. Orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad. Variables Didácticas. Contextualización y Descontextualización. El juego como recurso didáctico para la enseñanza de la Matemática. Recursos didácticos, analógicos y digitales para la clase de Matemática.

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

6° Momento (pequeños grupos – instancia virtual)	*Actividad - Diseño de una actividad innovadora* Consiste en la planificación/diseño del desarrollo de una actividad "innovadora", para trabajar algún aspecto relacionado con la probabilidad. Previa definición de los destinatarios y un posible lugar de implementación de la actividad (contexto no formal).
7° Momento (grupo clase – instancia virtual por Videoconferencia)	Explicitación del trabajo realizado durante el desarrollo de la actividad Diseño de una actividad innovadora. Explicación en detalle de la actividad Implementación de la actividad innovadora. Presentación de la consigna de la actividad Registro diferido de la implementación de la actividad innovadora. Institucionalización de contenidos: Enseñanza de la Probabilidad. Análisis de documentos curriculares y textos escolares. Análisis didáctico de problemas de probabilidad. Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Elaboración de propuestas de enseñanza y evaluación de probabilidad. Variables Didácticas. Devolución. Contrato Didáctico. Contextualización y Descontextualización. Transposición Didáctica. Planificación en Matemática, elementos constitutivos para diseños para la intervención pedagógica con fines de enseñanza. El juego como recurso didáctico para la enseñanza de la Matemática. Registros.
8° Momento (pequeños grupos – instancia presencial)	*Actividad - Implementación de la actividad innovadora* Puesta en práctica de la actividad innovadora previamente planificada.

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

9° Momento (grupo clase – instancia virtual por Videoconferencia)	Explicitación del trabajo realizado durante el desarrollo de la actividad Implementación de la actividad innovadora. Presentación de la consigna de la actividad Análisis Didáctico de la actividad innovadora. Institucionalización de contenidos: Enseñanza de la Probabilidad. Análisis didáctico de problemas de probabilidad. Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Variables Didácticas. Devolución. Contrato Didáctico. Contextualización y Descontextualización. Transposición Didáctica. Planificación. El juego como recurso didáctico para la enseñanza de la Matemática. Registros.
10° Momento (pequeños grupos – instancia virtual)	*Actividad - Registro diferido de la implementación de la actividad innovadora* Creación de un registro diferido natural del momento de implementación de la actividad innovadora.
11° Momento (pequeños grupos – instancia virtual)	Actividad - Análisis Didáctico de la actividad innovadora: realización del análisis didáctico, tomando como insumos los registros disponibles de la actividad innovadora desarrollada, en relación al eje "contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego".
Evaluación	La Evaluación será formativa y sumativa. Se tendrán en cuenta los aportes realizados por los estudiantes, en los encuentros virtuales y presenciales y las actividades a realizar en el EVEA UNPAbimodal, tanto individuales como grupales. Se propondrán actividades tendientes a que los participantes puedan realizar una autoevaluación y coevaluación de los procesos de enseñanza de la Matemática.

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

Evaluación (cont.)	Se tendrá en cuenta la participación fundada/argumentada tanto en los encuentros presenciales y virtuales, como así también en las diversas intervenciones/participaciones en cada una de las tareas encomendadas. Criterios que se tendrán en cuenta en la evaluación de las tareas: - Reflexión sistemática que acompaña la acción. - Dominio y claridad conceptual. - Elecciones necesarias del contenido a enseñar. - Creatividad en la propuesta. - Coherencia y pertinencia en cada producción. - Preparación de las actividades y recursos. - Ortografía y redacción. La evaluación se focaliza en la construcción y reconstrucción de conocimientos, donde el error se considera como una oportunidad para la enseñanza y el aprendizaje.
Bibliografía	- Batanero, M.; Cañizares, M. J.; Díaz Godino, J. (1996) Azar y Probabilidad. Fundamentos Didácticos y Propuestas Curriculares. Colección Matemáticas: Cultura y Aprendizaje. Madrid: Síntesis - Castro A. y otros. Enseñar Matemática en la Escuela Primaria. Buenos Aires: Tinta Fresca, 2006 - Galaz N., Gómez V., Noguera E. (1999) El Registro. Publicación del Programa MECE/Media, Programa de Mejoramiento de la Calidad y Equidad de la Educación, Ministerio de Educación, República de Chile [en línea]. Recuperado el 04 de marzo de 2015, disponible en: http://ww2.educarchile.cl/UserFiles/P0001/File/ElRegistro.pdf - Itzcovich, H. La matemática escolar. Las prácticas de enseñanza en el aula. Buenos Aires: Aique, 2007

Tabla 3. *Guía para el Diseño de una Unidad Temática (cont.)*

	- Lerner, D. y otros. El lugar de los PROBLEMAS en la clase de MATEMÁTICA. Buenos Aires: Ediciones Novedades Educativas, 2011 - Ponce, H. Probabilidades: de lo imposible, lo incierto, lo probable y lo seguro. En Enseñar y Aprender Matemática. Págs. 57 a 64. Buenos Aires: Novedades Educativas, 2000 - Zilberman, G.; Castro, A. y Chara, S. (s. f.) Núcleos de Aprendizaje Prioritarios. Cuadernos para el aula. Matemática 3. Ministerio de Educación de la Nación. [en línea]. Recuperado el 04 de marzo de 2.015, disponible en: http://www.me.gov.ar/curriform/nap/3ero_matema.pdf Pág. 16 a 32

Con el fin de identificar los objetos matemáticos emergentes y sus significados se presenta la siguiente Guía.

GROS – Reconocimiento de Objetos y Significados.

Tabla 4 *Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados*

Objetos:	**Significados (referencia/uso, intención):**
Situaciones – problemas	
1 – *Foro probabilidad*	
Asignación de probabilidades de sucesos determinados.	Conocimiento/reconocimiento de nociones básicas de probabilidad disponibles.
Asignación de probabilidades de sucesos determinados y comparación de probabilidades.	Determinación del carácter imprevisible del azar.
Determinación de cantidad de casos favorables para sucesos.	
Aproximación de probabilidades de sucesos a partir de la repetición de un experimento aleatorio.	
Determinación de probabilidad de suceso condicionado.	
2 – *Análisis didáctico de una actividad*	
Familiarización con el juego “Producto par e impar”. Identificación de los contenidos puestos en juego (sucesos no equiprobables).	Reconocimiento de nociones de probabilidad disponibles y de nociones relacionadas con la enseñanza de la probabilidad.
Definición de una variante del juego.	Conocimiento de documentos curriculares y textos escolares.
Delimitación de ventajas y limitaciones del juego original y de la variante.	

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados* (*cont.*)

3 – *Diseño de una actividad innovadora* Definición/planificación de una actividad innovadora, que permita trabajar con contenidos de probabilidad.	Inicio/avance en el análisis didáctico de problemas de probabilidad, en particular del juego Producto par o impar. Conocimiento de documentos curriculares y textos escolares. Planificación de actividades de probabilidad.
4 – *Implementación de la actividad innovadora* Implementación de la actividad innovadora. Definición de decisiones espontáneas, no planificada.	Avance en el análisis didáctico de problemas/juegos de probabilidad. Puesta en práctica de la actividad previamente planificada. Comparación entre lo anticipado y lo acontecido. Recuperación de aspectos conceptuales y/o didácticos relacionados con una actividad.
5 – *Registro diferido de la implementación de la actividad innovadora* Creación de un registro natural diferido del momento de implementación de la actividad innovadora. Determinación de cuestiones conceptuales y/o didácticas factibles de ser analizadas posteriormente.	Evocar lo acontecido durante la puesta en práctica de una actividad innovadora, delimitando modificaciones realizadas durante el momento interactivo.

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

<table>
<tr><td>6 – Análisis Didáctico de la implementación de la actividad innovadora
Realización de un análisis didáctico tomando como eje la contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego.</td><td>Recuperación de aspectos conceptuales y didácticos para el análisis didáctico, explicación de lo acontecido en función del aporte bibliográfico disponible.</td></tr>
<tr><td>Elementos lingüísticos
Yo había hecho este cuadro…[30]
<table>
<tr><th>Cucha Roja</th><th>Cucha Azul</th></tr>
<tr><td>Dálmata y pequinés</td><td>Ovejero y salchicha</td></tr>
<tr><td>Pequinés y salchicha</td><td>Dálmata y ovejero</td></tr>
<tr><td>Dálmata y ovejo</td><td>Pequinés y salchicha</td></tr>
<tr><td>Dálmata y salchicha</td><td>Ovejero y pequinés</td></tr>
<tr><td>Ovejero y pequinés</td><td>Dálmata y salchicha</td></tr>
<tr><td>Dálmata, pequinés y ovejero</td><td>Salchicha</td></tr>
<tr><td>Salchicha</td><td>Dálmata, pequinés y ovejero</td></tr>
<tr><td>Pequinés, salchicha y ovejo</td><td>Dálmata</td></tr>
<tr><td>Dálmata</td><td>Pequinés, salchicha y ovejero</td></tr>
<tr><td>ovejero</td><td>Pequinés, salchicha y dálmata</td></tr>
<tr><td>Pequinés, salchicha y dálmata</td><td>Ovejero</td></tr>
<tr><td>Pequinés, salchicha, dálmata y ovejero</td><td>vacía</td></tr>
<tr><td>Vacía</td><td>Pequinés, salchicha, dálmata y ovejero</td></tr>
</table>
</td><td>Conteo de casos favorables de un suceso aleatorio mediante la construcción de una tabla.</td></tr>
<tr><td>P: casos favorables/casos posibles.

Como las cartas están bien barajadas el as puede estar en cualquier ubicación, por lo tanto, la probabilidad de que se encuentre arriba es de una en cuarenta veces.[31]</td><td>Asignación de probabilidad mediante aplicación de la fórmula de Laplace, como proporción entre casos favorables y casos posibles.</td></tr>
</table>

[30] Intervención participante D, problema 1, tarea 1

[31] Intervención participante R, problema 8, tarea 1

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

…podemos decir que en el mazo de cartas hay 26 cartas rojas Nuevamente, aplicando la formula obtenemos que… P(cartas rojas) = 26/52 = ½ = 0,5 Entonces podremos decir que tenemos un 50% de probabilidades de obtener una carta roja de un mazo de cartas de poker. [32]	Asignación de probabilidades mediante identificación de casos favorables asociados a un suceso y casos posibles del experimento aleatorio, posterior aplicación de la fórmula de Laplace. Representación de la probabilidad como porcentaje.
Una moneda al ser lanzada tiene dos posibles resultados cara y sello, es decir, dos posibilidades por lo tanto la probabilidad de obtener cara es 0,5. [33]	Asignación de probabilidad mediante aplicación implícita de la fórmula de Laplace.
"(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6)" [34]	Representación del espacio muestral asociado al lanzamiento de dos dados.

[32] Intervención participante D, problema 18, tarea 1

[33] Intervención participante L, problema 12, tarea 1

[34] Producción grupo 1, tarea 2

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados* *(cont.)*

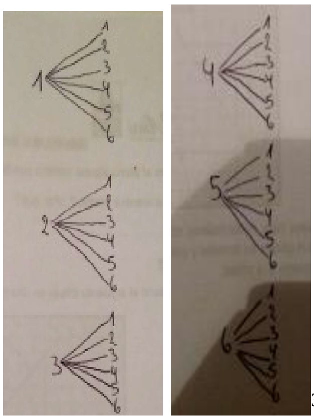
Una vez que finalizaron las dos partidas del juego, pude percibir que es menor la probabilidad de sacar un número impar. Esta comprobación experimental me sorprendió, porque yo especulaba que tendríamos igual probabilidad de sacar un número par que un número impar. [35]	Contrastación de intuiciones previas a la realización de un juego de azar en relación a la probabilidad de obtener los sucesos elementales asociados.
… conviene hacer un conteo de todas las formas posibles que caigan los dos dados, a través de un cuadro…[36]	Construcción de una tabla para facilitar el conteo de casos posibles y casos favorables asociados a un experimento aleatorio.

Casos posibles	**Dado 1**	**Dado 2**	**Producto**	**Fichas**
1	1	1	1	IMPAR
2	2	1	2	PAR
3	3	1	3	IMPAR
4	4	1	4	PAR
5	5	1	5	IMPAR
6	6	1	6	PAR
7	1	2	2	PAR
8	2	2	4	PAR
9	3	2	6	PAR
10	4	2	8	PAR
…	…	…	…	…

[35] Intervención participante M, grupo 2, tarea 2

[36] Intervención participante D, grupo 6, tarea 2

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

<table>
<tr><td>En lo personal, nunca perdía las esperanzas de recuperarme y ganar, pero ciertamente no sucedió […] ese día estaba con muy poca suerte. [37]</td><td>Expresión de una intuición acerca de la suerte en relación el desarrollo de un juego de azar.</td></tr>
<tr><td> [38]</td><td>Representación de los elementos del espacio muestral asociado a un experimento aleatorio mediante diagramas de árbol.</td></tr>
<tr><td>Registro de los posibles resultados, es decir, el espacio muestral[39]:
<table>
<tr><td>+</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td></tr>
<tr><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td></tr>
<tr><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td><td>10</td><td>11</td><td>12</td></tr>
</table></td><td>Identificación de los elementos del espacio muestral asociado a un experimento aleatorio mediante una tabla de doble entrada.</td></tr>
<tr><td>Oral: Hay dos posibilidades entre nueve que es el total.
Escrito: Tabla “Las bolitas del azar” [40]</td><td>Identificación de probabilidad como medida de la ocurrencia de un suceso en un experimento aleatorio.</td></tr>
</table>

[37] Intervención participante V, grupo 5, tarea 2

[38] Producción grupo 1, tarea 3

[39] Producción grupo 3, tarea 3

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados* (cont.)

<table>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>Bolitas</th><th>cantidad</th><th>Casos favorables</th><th>Probabilidad</th></tr>
<tr><td>Azul</td><td>2</td><td>2/9</td><td></td></tr>
<tr><td>Celeste</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Verde</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Naranja</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Amarillo</td><td>1</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Violeta</td><td>2</td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td>
<td>Representación de casos favorables y probabilidad en una tabla.</td>
</tr>
<tr>
<td>
<table>
<tr><th>REFERENTE EMPÍRICO</th><th>REFERENTE TEÓRICO</th></tr>
<tr><td>Al nombrar el término juego de azar, un niño preguntó ¿qué es el azar? Nosotras respondimos dando ejemplos de la vida cotidiana con juegos de cartas, con el encendido de la luz a través de apretar una perilla, de los fenómenos climáticos ejemplificando la probabilidad de que llueva o no.</td><td>El texto del autor Díaz Godino menciona que el azar es la supuesta causa de los sucesos no debidos a una intervención humana.
El carácter aleatorio de un fenómeno será apreciado por el niño a través de la observación de múltiples aspectos de su entorno, así como por medio de actividades y juegos.</td></tr>
<tr><td>Les preguntamos qué posibilidad existía de que salga una pelotita marrón. Y contestaron que ninguna. Esto lo relacionamos con un suceso imposible.</td><td>Según Bressan suceso imposible es aquel que no es posible que llegue a realizarse.</td></tr>
<tr><td>En la finalización de las dos últimas rondas del juego quedaron los mismos colores, dos azules y uno violeta. En un caso ganó el azul y en el otro el violeta, habiendo ganado en la primer ronda el azul. Aquí dimos la noción de probabilidad explicando que teniendo igual cantidad de pelotitas, colores y participantes los resultados pueden ser diferentes. Y que también se debía tener en cuenta que tanto el violeta como el azul tenían más posibilidades por ser más unidades.</td><td>Bressan dice que la probabilidad estudia los fenómenos cuyo resultados no tienen un resultado cierto, y evalúan la posibilidad de que un suceso ocurra o no ocurra.</td></tr>
</table>
[41]
</td>
<td>Representación mediante un cuadro comparativo de referentes empíricos y teóricos correspondientes al análisis didáctico.</td>
</tr>
</table>

[40] Recuperado del registro grupo 4, tarea 4

[41] Producción grupo 4, tarea 6

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

Conceptos – definiciones	
... es apropiado aplicar la regla de Laplace[42] que sirve para estimar las posibilidades de que acontezca un suceso elemental equiprobable en un evento aleatorio. Su fórmula es la siguiente: P(A)=casos favorables/casos posibles La fórmula de Laplace […] define la probabilidad del suceso, como el cociente entre el número de resultados favorables a que ocurra el suceso en el experimento y el número de resultados posibles del experimento. [43]	Noción de probabilidad y asociación con la asignación de probabilidades mediante la fórmula de Laplace.
La probabilidad estudia los fenómenos cuyos resultados no tienen un resultado cierto, sino que son imprevisibles, como en el caso de tirar una moneda o un dado, y se dicen que estos fenómenos obedecen las leyes del azar y se denominan fenómenos aleatorios, aquellos fenómenos cuyos resultados se pueden predecir se llaman fenómenos deterministas.[44]	Fenómenos aleatorios y deterministas. Probabilidad como estudio de fenómenos aleatorios. Noción de azar.

[42] Intervención participante V, problema 4, tarea 1

[43] Intervención participante E, problema 9, tarea 1

[44] Intervención participante A, problema 10, tarea 1

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

Uno de los objetos fundamentales de la probabilidad es evaluar la posibilidad de que un suceso ocurra o no. Es importante saber que el cálculo de probabilidad es una ayuda importante para la toma de decisiones; por otra parte, existe una gran cantidad de datos que varían permanentemente y que es necesario conocer e interpretar para tomar decisiones con respecto a ellos.[45]	Probabilidad como instrumento para la toma de decisiones.
Espacio muestral. Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. En el caso del juego el espacio muestral del producto de los dos dados puede ser (1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 9, 15, 18, 16, 20, 24, 25, 30, 36) [46]	Espacio muestral asociado a un juego de azar.
… la probabilidad es una cuestión del azar… la misma no es previsible. [47] … cuándo se dice que un suceso es seguro (ocurre siempre), posible (puede pasar o no), imposible (no ocurre nunca). [48]	Probabilidad y azar. Suceso seguro, posible e imposible.

[45] Producción grupo 2, tarea 2

[46] Intervención participante D, grupo 6, tarea 2

[47] Producción grupo 4, tarea 3

[48] Recuperado del registro grupo 2, tarea 4

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados* (*cont.*)

…¿Saben cómo se llama en la probabilidad los juegos, así como los estamos haciendo? Se llaman experimentos… experimentos aleatorios. […] Podemos imaginarnos los resultados, pero nunca vamos a saber, hasta que lo hagamos, cuáles van a ser los resultados reales. […] Bueno los resultados de esto que hicimos… se llaman sucesos. Nosotros podemos ver si un suceso es posible, imposible o si un suceso es seguro que va a pasar. [49]	Experimento aleatorio, sucesos, sucesos posibles, seguros e imposibles.
… si bien, unos tenían más probabilidades de ganar que otros debido a la cantidad de bolitas en el recipiente no implica necesariamente que fueran a ganar porque estos son experimentos aleatorios y no deterministas, que dependen del azar. Les explicamos que "un experimento aleatorio es cuando teniendo los mismos elementos en igualdad de condiciones nos puede dar diferentes resultados". También para que quede más claro lo explicamos con el juego que realizamos (las pelotitas eran iguales en tamaño y textura, el recipiente era el mismo para todos, etc.) [50]	Experimento aleatorio.

[49] Recuperado del registro grupo 3, tarea 5

[50] Recuperado del registro grupo 4, tarea 5

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

"La forma de orientar la actividad sería poner a los niños y niñas en situación de construir un modelo probabilístico implícito, en este caso, jugando un juego de azar con dados sin llegar hasta el momento del cierre a la conceptualización de algunos términos de probabilidad, como suceso posible, suceso imposible y fenómeno aleatorio". [51]	Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Probabilidad.
"… la probabilidad estudia los fenómenos cuyos resultados no tienen un resultado cierto, sino que son imprevisibles. Uno de sus objetivos es realizar la evaluación de que un suceso ocurra o no.	Probabilidad.
Partiendo de que un suceso aleatorio son los resultados posibles de un experimento aleatorio, y de que un experimento aleatorio se caracteriza por poder obtener en idénticas condiciones, diferentes resultados. Intentamos mostrarles la diferencia a los niños entre éstos y los experimentos deterministas que son los que realizados bajo las mismas circunstancias solo tienen un resultado posible". [52]	Sucesos aleatorios. Diferencia entre fenómeno aleatorio y determinista.

[51] Producción grupo 1, tarea 6

[52] Producción grupo 4, tarea 6

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

El Análisis didáctico "…es una herramienta valiosa para el desempeño profesional. Es una práctica que, mediante un proceso… le permite al docente producir mejoras en su práctica de enseñanza…" [53]	Análisis didáctico.
Propiedades / Proposiciones "… el resultado de una probabilidad debe dar entre 0 y 1, donde 0 equivale a un suceso imposible y 1 a un suceso seguro". [54]	Propiedad rango del resultado de una probabilidad, $0 \leq P(A) \leq 1$, empleada para "corregir" una asignación de probabilidad cuyo resultado es mayor que la unidad.
"… a medida que se suman gradualmente más tiradas, la tendencia se acerca más a la probabilidad teórica". [55]	Propiedad anticipatoria de la Ley de los grandes números.
"… el juego […] fue jugado de manera equitativa realizando un tiro cada equipo, con la misma cantidad de fichas pares e impares y las mismas posibilidades de ganar". [56]	Enunciación acerca de la probabilidad expresada en términos de posibilidades de ganar.

[53] Producción grupo 2, tarea 6

[54] Intervención participante N, problema 6, tarea 1

[55] Producción grupo 2, tarea 2

[56] Intervención participante R, grupo 4, tarea 2

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

"Notamos que el jugador que menos fichas impares vaya teniendo durante el transcurso del juego, es el que tiene más probabilidades de ganar. Es decir, hay más posibilidades de obtener un número par a partir del producto de los dos dados". [57]	Afirmación acerca de la probabilidad como estrategia ganadora aplicada a un juego de azar.
"…Se verifica ya que la suma de todos los resultados da el 100%". [58]	Propiedad regla de la unión. La suma de todas las probabilidades es la unidad (sin explicitación por parte de los participantes)
"La realización de la experiencia y sus posibles variaciones permite reconocer que no depende de las estrategias o cábalas que se usen para ganar el juego, depende del azar". [59]	Propiedad del carácter imprevisible del azar.
"…la probabilidad puede ser aplicada a la realidad de forma directa; a través de metodología heurística y activa como experimentos reales; en este caso en particular, con un juego de dados". [60]	Propiedad relacionada con el empleo de experimentaciones/juegos de azar para aplicar nociones de probabilidad.

[57] Intervención participante D, grupo 6, tarea 2

[58] Producción grupo 6, tarea 2

[59] Producción grupo 3, tarea 3

[60] Producción grupo 1, tarea 6

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

Procedimientos	
… al arrojar dos monedas las posibilidades son[61]: cara cara – cara cruz – cruz cara – cruz cruz	Determinación del espacio muestral asociado al lanzamiento de dos monedas.
Casos posibles = 27 alumnos. Casos favorables = 10 niñas. Probabilidad: 27/10 = 2,7 [62]	Asignación de probabilidad mediante el empleo erróneo de la fórmula de Laplace.
Probabilidad de que el as de oro se encuentre arriba de todas: 1/40 = 0,025 [63]	Asignación de probabilidad mediante aplicación de la fórmula de Laplace.
En cada uno de los ítems a resolver considero como[64]: Casos posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6} Un número par. Casos favorables: {2, 4, 6}. P(par)=3/6=1/2 Un múltiplo de tres. Casos favorables: {3, 6} P(múltiplo de 3)=2/6=1/3 Mayor que cuatro. Casos favorables: {5, 6} P(>4)=2/6=1/3	Identificación de casos posibles del experimento aleatorio “lanzamiento de un dado” y casos favorables de los sucesos “obtener un número par”, “obtener un múltiplo de 3” y “obtener un número mayor que 4”; asignación de probabilidades por aplicación de la fórmula de Laplace.

[61] Intervención participante V, problema 2, tarea 1

[62] Intervención participante Z, problema 6, tarea 1

[63] Intervención participante R, problema 8, tarea 1

[64] Intervención participante M, problema 9, tarea 1

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

La probabilidad que existe para que un alumno de 6° grado gane la rifa es de (32/125) = 0,25[65]	Asignación de probabilidad mediante aplicación explícita de la fórmula de Laplace.
Probabilidad de sacar un 5 es de 1/6 en cada tirada de dados 1/6=0,16 0,16x60 tiradas = 10. Ganó aproximadamente 10 veces. [66]	Asignación de probabilidad, para una cantidad determinada de veces de realización del experimento aleatorio (probabilidad de sacar un 5 en 60 tiradas de un dado).
tirada resultado 1 5 2 6 3 4 4 1 5 3 6 2 7 4 Probabilidad = 2 (número de veces que salió el 4) / 7 (número de intento) = 0,28 [67]	Asociación entre frecuencia relativa (en 7 tiradas de un dado) y probabilidad; mediante la aplicación incorrecta de la ley de los grandes números.

[65] Intervención participante F, problema 13, tarea 1

[66] Intervención participante W, problema 14, tarea 1

[67] Intervención participante H, problema 16, tarea 1

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

"La probabilidad de obtener un número par en el producto de los números obtenidos al tirar los dos dados es igual a 0, 75. Esta apreciación la hicimos en función de tener en cuenta que hay 36 pares que pueden obtenerse. Ya que pueden darse los pares: (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6). Son 36 pares posibles y los pares que me dan un resultado par son 27, al hacer el cociente entre ambos, es decir, aplicando la definición clásica de probabilidad el cociente entre 27 y 36 da 0,75".[68]	Determinación de una probabilidad mediante aplicación de la fórmula de Laplace, previa determinación de la cantidad de casos favorables y posibles asociados a un experimento aleatorio.
"…estaba convencida en que los primeros en completar iban a ser los números pares debidos a las variantes de combinaciones que tenemos al lanzar los dos dados. Si analizamos estas combinaciones vamos a encontrarnos con 27 posibilidades de números pares, mientras que impares son 9. De esta manera vemos que	Manifestación de intuición y procedimiento para determinar la probabilidad de obtener productos pares y productos impares en el juego Producto par o impar.

[68] Producción grupo 1, tarea 2

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados* (cont.)

tenemos 18 oportunidades más de obtener resultados de producto par”. [69]	
Dado que los dados son numerados del 1 al 6 y son iguales, son indistinguibles, por lo que tenemos 21 combinaciones posibles, las cuales pueden arrojar 21 productos que pueden ser pares o impares (si los dados fueran distinguibles tendríamos 36 combinaciones posibles, pero como no lo son, las repetidas no las contamos). [70]	Procedimiento de cálculo de la probabilidad de obtener productos pares e impares, teniendo en cuenta que los dados empleados son indistinguibles.
Intento que miren y vuelvan sobre los registros de su planilla diciéndoles: - *Miren en la planilla si ya obtuvieron ese resultado*”. [71]	Procedimiento empleado como estrategia para orientar a los niños en la identificación de productos pares o impares.
La probabilidad de que un niño haya nacido un lunes es una de siete, 1/7 (7 por los siete días de la semana). [72]	Procedimiento para determinar una probabilidad mediante aplicación de la fórmula de Laplace.

[69] Producción participante E, grupo 2, tarea 2

[70] Producción grupo 3, tarea 2

[71] Recuperado del registro participante G, grupo 1, tarea 5

[72] Recuperado de registros del grupo 2, tarea 5

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

…pudimos comprobar lo que mencionan los autores Díaz Godino, Batanero y Cañizares, donde manifiestan que, "… el carácter aleatorio de un fenómeno será apreciado por el niño a través de observaciones de múltiples aspectos de su entorno, así como por medio de la realización de actividades y juegos..." … en el momento que comenzamos a dar las definiciones los niños aparentaban no comprender, sumándole que esto era algo totalmente desconocido, pero en el momento que se comenzó a explicar y realizar la demostración, la participación mejoro. [73]	Procedimiento empleado durante el desarrollo de una actividad innovadora para la comparar significados teórico y frecuencial de la probabilidad.
Argumentos "… habría que ver en qué orden lo hacen[74] ya que puede ser que no tiren los tres la misma cantidad de veces, lo que daría diferente probabilidad de ganar al que más veces tire". "Trabajo con combinaciones porque no me importa el orden en el que recibí las cartas" [75]	Justificación sustentada en la intuición errónea de que la probabilidad depende de la cantidad de veces que se realice el experimento aleatorio. Validación de técnicas de conteo, combinaciones, para facilitar el conteo de casos favorables a un suceso aleatorio.

[73] Producción grupo 2, tarea 6

[74] Refiere al orden en relación a tirar dos monedas. Intervención participante N, problema 2, tarea 1

[75] Intervención participante L, problema 5, tarea 1

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

"Para poder resolver el problema[76] se necesita poseer conocimiento de las situaciones aleatorias (fenómenos aleatorios) y las nociones básicas de probabilidad".	Justificación de conocimientos básicos para la resolución de una situación problemática.
"Para analizar una situación aleatoria, es necesario conocer el conjunto de todos los resultados posibles. En ciertas situaciones se puede a partir de los datos podemos hacer una estimación de la probabilidad que tiene cada participante de sacar en sus tiros de dado". [77]	Validación de estimaciones de probabilidad, a partir de la identificación del espacio muestral.
"… el resultado par tenía más casos favorables por requerir que se multipliquen un número par con otro par o que se multiplique un número par con otro impar, mientras que para obtener resultado impar se requería del producto de dos números impares. Es decir, que me pude anticipar a que la probabilidad de obtener un resultado par era mayor a la de obtener un resultado impar". [78]	Justificación de la comparación de probabilidades de obtener productos pares e impares, en el desarrollo juego Producto par o impar.

[76] Intervención participante A, problema 10, tarea 1

[77] Intervención participante Q, problema 10, tarea 1

[78] Producción participante L, grupo 1, tarea 2

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

"…debemos decidir la cantidad y color de fichas que vamos a repartir. Una decisión que no parecería muy relevante hasta que jugando y experimentando nos damos cuenta que si cambiamos esa cantidad, los resultados pueden ser muy diferentes, así como la posibilidad que se tiene de ganar…" [79]	Validación de la distribución inicial de fichas rojas (pares) y verdes (impares), basada en el hecho de que ambos sucesos no son equiprobables.
"Los resultados serán iguales si un jugador se queda con las fichas rojas y el otro con las fichas verdes, ya que la cantidad de resultados pares es igual a la cantidad de resultados impares". [80]	Justificación de la comparación de probabilidades, a partir de la comparación de la cantidad de casos favorables.
Al finalizar el juego se realizarán las preguntas del comienzo de la actividad para saber si los alumnos habían "acertado" con sus concepciones previas. [81]	Fundamentación de contrastación entre predicciones y resultados obtenidos.
L: en las caras de los dados había un 1 ¿podría haber un 1 en la suma? A5: si A6: no	Validación de sucesos imposibles, mediante la imposibilidad de obtención de determinados valores al sumar los resultados obtenidos en el lanzamiento de dos dados.

[79] Producción grupo 3, tarea 2

[80] Íbidem

[81] Producción grupo 4, tarea 3

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

L: no, ¿por qué? A6: porque no hay dado con cero L: ¿qué números salieron? A5: seis, siete L: esos son resultados posibles ¿podría salir el 13? A7: no G: pero hay dados que tienen más de seis caras y ahí sí podría salir el 13. En el caso que jugamos no podría salir el 13 L: el 13 sería entonces un suceso imposible igual que el uno. [82]	
"…en una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas, y 4 azules. ¿Qué bola tiene la probabilidad de salir primero si extraemos una pelota al azar sin mirar?", ellos respondían en este caso la de color azul y cuando le preguntábamos, ¿por qué la de ese color? nos decían porque habían mas, eran mayor cantidad que las otras". [83]	Justificación presentada por un niño/participante en la resolución de un desafío matemático, planteado durante el desarrollo de la actividad innovadora Pensando más allá…
"… si tiro una moneda al aire, ¿Qué es más probable obtener, cara o cruz? Todos respondían cruz, le preguntábamos ¿por que	Validación de la resolución de otro desafío planteado en el desarrollo de la actividad "Pensando más allá…".

[82] Recuperado del registro grupo 1, tarea 4

[83] Recuperado del registro participante K, grupo 2, tarea 5

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

estaban seguros? Ellos decían porque siempre que tiro cae cruz; pero uno de los nenes dijo las dos, las dos tienen la misma posibilidad de salir, se le pregunto ¿Por qué crees que es así?, el niño nos dijo, porque hay una cara de cada una, y no sabemos que puede salir si la tiramos”. [84]	
“La principal razón para introducir el estudio de las situaciones aleatorias y las nociones básicas sobre probabilidad en la enseñanza primaria es que las tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana [...] nuestro propósito fue que los niños que participaron en esta experiencia incursionen en el mundo de la probabilidad, acercándose a conceptos básicos mediante el juego, y como le hemos manifestado durante el encuentro a los niños, algunos de las situaciones y hechos cotidianos, que le adjudicamos a la buena suerte, tiene su explicación gracias a la probabilidad”. [85]	Justificación del abordaje de contenidos de probabilidad en el desarrollo de la actividad innovadora.

[84] Íbidem

[85] Producción grupo 2, tarea 6

Tabla 4. *Guía para el Reconocimiento de Objetos y significados (cont.)*

"La finalidad de las preguntas que realizamos antes del juego fueron con la intención de introducir a los niños en el concepto de qué es la probabilidad, qué papel juega el azar y que ellos puedan comparar finalizado el juego sí coincidieron o no los resultados con lo que anticiparon". [86]	Fundamentación de la realización de preguntas previas al desarrollo del juego "Las bolitas del azar".
Conflictos potenciales: Confusión frecuencia – probabilidad, creencia en la ley de los pequeños números, error en el empleo de la fórmula de Laplace (invirtiendo la cantidad de casos favorables y la cantidad de casos posibles en el cociente), falta de reconocimiento de la propiedad de la probabilidad como medida de la ocurrencia de un suceso entre 0 y 1, errores asociados al conteo de casos favorables o posibles de un suceso determinado, aplicación de la fórmula de Laplace en situaciones donde no pueda aplicarse (cantidad de casos posibles infinitos y/o sucesos elementales no equiprobables). Identificación del espacio muestral asociado al lanzamiento de dos dados, sin tener en cuenta el producto de los valores obtenidos; falta de distinción de casos para dados distinguibles e indistinguibles y sus correspondientes probabilidades; considerar como suceso la obtención de números pares e impares en lugar de productos pares e impares. Búsqueda de regularidades en situaciones aleatorias con un número limitado de experimentos, constituye un conflicto ya que no tiene en cuenta el carácter imprevisible del azar. Relación/asociación entre azar, suerte y probabilidad constituye un conflicto en tanto no podría posteriormente usar la probabilidad para predecir posibles situaciones aleatorias. Relación entre los significados teórico y frecuencial de la probabilidad, sin establecimiento de	

[86] Producción grupo 4, tarea 6

comparaciones entre ambos significados. Falta de consideración y posterior comparación entre aspectos conceptuales y didácticos ligados con la probabilidad.

Por último, con el fin de identificar procesos matemáticos y didácticos se incluye la siguiente Guía.

GRAPS – Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación.

Tabla 5 *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación*

Procesos Matemáticos	**Actos y Procesos de Significación**
Problematización Asunción del planteo, resolución y corrección de un problema de probabilidad.	Los estudiantes interactuaron entre sí mediante sus intervenciones en el Foro Probabilidad, donde cada estudiante planteó y corrigió un problema de probabilidad y resolvió otro, mientras que el profesor intervino solamente al final de la tarea realizando una devolución particular a cada estudiante.
Familiarización del juego Producto par o impar.	Los estudiantes trabajaron en grupos de entre 2 y 4, partiendo desde la familiarización con un juego de azar, lo que implica "jugar" varias veces.
Realización del análisis didáctico de un juego de azar y planteo de una variante.	Los diversos grupos realizaron el análisis didáctico del juego, mediante la respuesta a una serie de interrogantes que plantea el

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

	docente, posteriormente se solicitó el planteo de una variante del juego propuesto.
Planificación de una actividad innovadora, que permita poner en juego nociones básicas de probabilidad.	Los estudiantes trabajaron en grupos de entre 2 y 4 integrantes en el diseño de una actividad innovadora para implementar en un contexto no formal.
Implementación de la actividad innovadora, donde surgen nociones básicas de probabilidad.	Los diferentes grupos de estudiantes se hicieron cargo de la implementación de la actividad previamente planificada.
Creación de un registro diferido de la implementación de la actividad innovadora, evocación de aspectos conceptuales y/o didácticos de la probabilidad.	Los estudiantes de manera individual evocaron cuestiones conceptuales y didácticas de probabilidad factibles de analizar posteriormente.
Realización de un análisis didáctico de la implementación de la actividad innovadora.	Los diversos grupos avanzaron en el estudio de lo acontecido a la luz de la bibliografía disponible, tomando como eje de análisis la contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego desarrollado.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Representación	
- Expresión de espacios muestrales asociados a diversos experimentos aleatorios.	En las intervenciones del foro advierte que en la interacción entre los estudiantes se emplearon diversas representaciones para el espacio muestral.
- Ídem, para los casos: "lanzar dos dados y multiplicar los valores obtenidos" y "lanzar dos dados y sumar los resultados obtenidos".	Se presentaron diferentes representaciones para el espacio muestral asociado al experimento aleatorio asociado a los Juegos producto par o impar y suma par o impar.
- Presentación de registros de resultados obtenidos durante la realización del juego Producto par o impar.	En las producciones de los estudiantes se evidenciaron diversos tipos de registro de los resultados obtenidos durante el desarrollo del juego propuesto.
- Recuperación de registros de los niños durante la implementación de la actividad innovadora.	En las producciones de los registros solicitados los niños tomaron nota de lo acontecido durante el desarrollo de los diversos juegos propuestos y en algunos casos se solicitaron además reflexiones acerca del juego, los resultados que salieron, resultados posibles e imposibles.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

- Creación individual de los registros diferidos.	En los registros diferidos cada estudiante presentó lo vivenciado desde su representación de lo acontecido.
- Presentación de un cuadro comparativo entre referentes empíricos y teóricos.	En el análisis didáctico de la implementación de la actividad innovadora un grupo presentó un cuadro comparativo de referentes empíricos y teóricos.
Definición	
Espacio muestral. Asignación de probabilidad, fórmula de Laplace.	Los estudiantes recuperaron, en su mayoría, la noción de espacio muestral, principalmente para aplicar a la posterior asignación de probabilidad.
Reconocimiento del espacio muestral (asociado al experimento aleatorio: lanzar dos dados y multiplicar los valores obtenidos).	Los estudiantes, en general, no reconocieron como espacio muestral el conjunto de posibles productos de los puntos obtenidos en el lanzamiento de dos dados; se centraron en los 36 pares de números posibles al lanzar dos dados.
Sucesos no equiprobables.	El juego propuesto (Producto par o impar) puso en evidencia que los sucesos obtener un número par o impar no son equiprobables.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Variables didácticas.	Los estudiantes recuperaron la noción de variable didáctica para realizar el análisis didáctico del juego producto par o impar y para el diseño de la actividad innovadora. Surge como variante el juego Suma par o impar.
Suceso seguro, posible e imposible.	En las actividades innovadoras implementadas en general se plantearon momentos de reflexión colectiva donde se explicaron y ejemplificaron las nociones de suceso seguro, posible e imposible.
Experimento aleatorio.	En los registros los estudiantes de algunos grupos relacionaron los juegos planteados/planificados como actividad innovadora con un experimento aleatorio, como situaciones en las que en idénticas condiciones no necesariamente se obtienen los mismos resultados.
Orientaciones didácticas para la enseñanza de la Probabilidad.	En las tareas de diseño de la actividad y luego en la implementación, los registros diferidos y el análisis didáctico se recuperaron aspectos conceptuales relacionados con la enseñanza de la Probabilidad.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Análisis didáctico.	En la tarea Análisis didáctico de la implementación de la actividad innovadora un grupo inició desde la noción propia de análisis didáctico.
Enunciación Asignación de probabilidad a partir de pequeñas muestras.	Algunos estudiantes, en particular, no reconocieron que una muestra de 7 lanzamientos de un dado es insuficiente para asociar una probabilidad frecuencial, aun en el trabajo entre pares.
Determinación de probabilidad y relación con la realización del experimento.	Interactuando entre pares un estudiante planteó que la probabilidad depende de la cantidad de veces que se realiza un experimento, mientras que el otro estudiante asignó la probabilidad sin referenciar a la cantidad de veces que se realiza el experimento aleatorio (*en este caso particular la cantidad de veces que se realiza el experimento aleatorio tiene relación con la cantidad de CD's que se quieren repartir*).
Asignación de frecuencias relativas y su relación con la probabilidad.	Un grupo realiza el cálculo de las frecuencias relativas de los productos pares e impares y luego determinan la probabilidad y establecen relaciones entre ambos valores.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Identificación del carácter imprevisible del azar.	Algunos grupos plantearon actividades tendientes a poner en evidencia la característica de imprevisibilidad que caracteriza la probabilidad, mientras que un grupo planteó la búsqueda de regularidades en situaciones aleatorias.
Comparación de la probabilidad con situaciones que dependen del azar o de la suerte.	Algunos grupos relacionaron la probabilidad con el azar y éste a su vez con la suerte, entonces todo lo que depende del azar o de la suerte se relaciona con la probabilidad.
Recuperación de la noción de sesgo y su relación con los sucesos posibles y seguros.	Un participante estableció erróneamente una relación directa entre un dado sesgado y suceso seguro. Durante la implementación de la actividad se preguntó qué pasaría si pego una moneda dejado de una de las caras del dado, planteando en el registro diferido: *Se realizó la experimentación obteniendo el 4 pero también otros, por lo que se tornó confuso, ya que si o si tenía que salir el 4* (cara opuesta a la cara del dado donde se pegó la moneda).

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Consideración de la probabilidad luego del desarrollo de juegos de azar como recursos didácticos.	En el análisis didáctico de la implementación de la actividad innovadora la mayoría de los grupos de trabajo reconocieron ventajas y limitaciones del trabajo de la probabilidad mediante aplicación de juegos como recursos didácticos.
Algoritmización Cálculo de probabilidad mediante la fórmula de Laplace. Ídem, para determinar la probabilidad de obtener productos pares e impares. Identificación del espacio muestral asociado a un experimento aleatorio. Representación mediante un diagrama de árbol de los casos favorables de un suceso.	Los estudiantes resolvieron los problemas y, en general, corrigen a partir de la aplicación de la fórmula de Laplace, incluso el profesor en las devoluciones referencia el uso correcto/incorrecto de la fórmula de Laplace. Los estudiantes usaron la fórmula de Laplace para determinar la probabilidad de obtener un producto par o impar en el lanzamiento de dos dados; algunos grupos explicitaron si los dados son distinguibles o indistinguibles. Los estudiantes plantearon actividades donde se debe identificar el espacio muestral. Un grupo planteó la posibilidad de representar únicamente mediante un diagrama de árbol los casos favorables y posibles de un suceso aleatorio.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Argumentación	
Determinación del espacio muestral.	Los estudiantes, en interacción entre pares, argumentaron que la determinación del espacio muestral es necesaria para la posterior asignación de probabilidad.
Simulación del lanzamiento de un dado con pequeñas muestras (7 lanzamientos).	Los estudiantes plantearon la simulación del lanzamiento de dados para argumentar la determinación frecuencial de la probabilidad.
Determinación de la distribución de fichas rojas y verdes para ganar el juego.	Algunos grupos de trabajo plantearon que la determinación de la distribución de las fichas incide en el resultado del juego, a partir del cálculo de las probabilidades de sucesos no equiprobables (como obtener un producto par o impar).
Empleo del juego como recurso didáctico.	En el diseño de la actividad innovadora todos los grupos plantearon juegos con la intencionalidad didáctica de recuperar a partir del desarrollo de los mismos, algunas nociones básicas de probabilidad.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Ejemplificación de sucesos seguros, posibles e imposibles.	El desarrollo de los juegos planteados en la implementación de la actividad innovadora permitió no solamente ejemplificar sucesos seguros, posibles e imposibles, sino además argumentar porque se consideran sucesos seguros, posibles e imposibles.
Fundamentación de la enseñanza de la probabilidad.	Los diversos grupos argumentaron la inclusión de nociones básicas de probabilidad en la escolaridad primaria, basados en la bibliografía empleada.
Indagación de ideas previas.	Un grupo fundamentó la decisión de realizar preguntas a los participantes antes de la realización de la actividad innovadora, estableciendo además el trabajo con esas ideas previas antes, durante y luego de la realización de la actividad.
Generalización	
Asignación de frecuencia relativa generalizada como probabilidad empírica.	En una interacción entre pares se observa la generalización de la ley de los grandes números, para un caso particular del lanzamiento de dados en una muestra de 7 lanzamientos.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Ídem, a partir de la experimentación con el juego Producto par o impar.	Un grupo de estudiantes anticiparon que a medida que se realicen más lanzamientos de dados las frecuencias relativas (asociadas a obtener un producto par o impar) se acercan a la probabilidad.
Anticipación de resultados en la realización de juegos de azar.	La probabilidad surge, en ocasiones, como herramienta para anticipar posibles resultados de un juego de azar.
Determinación de estrategias ganadoras.	Generalmente la probabilidad se empleó para determinar una estrategia ganadora de algún juego. Un grupo buscó durante la implementación de la actividad innovadora que los participantes advirtieran la relación entre la distribución de las fichas y el establecimiento de alguna estrategia ganadora.
Indicación de la relación entre juegos de azar y probabilidad.	Al igual que el inicio de la probabilidad surge ligada a los juegos de azar, varios grupos plantearon que los juegos propuestos se relacionan con el azar y la probabilidad.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

Procesos Didácticos	**Actos y Procesos de Significación**
Institucionalización - Sistematización de conocimientos probabilísticos y didácticos.	El docente realiza una devolución particular sistematizando los conocimientos de probabilidad trabajados en el Foro de Probabilidad y realiza una síntesis en un encuentro virtual, mediado por Videoconferencia. [87] El docente realiza una explicitación del trabajo realizado en la tarea Análisis didáctico del juego Producto par o impar en un encuentro virtual, mediado por videoconferencia y en un encuentro presencial. [88] Los estudiantes proponen en el diseño de sus actividades innovadoras momentos de cierre para realizar una puesta en común, con el fin de explicitar los contenidos de probabilidad que estuvieron trabajando. Por otra parte, el docente realiza una sistematización de los contenidos de probabilidad (fenómenos y experimentos aleatorios, sucesos

[87] 2° Momento – Metodología GDUT

[88] 4° y 5° Momento – Metodología GDUT

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

	equiprobables y no equiprobables, probabilidad teórica y experimental de un suceso, sesgo) y los contenidos didácticos desarrollados en la tarea Diseño de una actividad innovadora, en un encuentro presencial y un encuentro virtual. [89] Durante la implementación de la actividad innovadora los estudiantes realizan puestas en común, generalmente después de jugar, con el fin de poner en evidencia las nociones básicas de probabilidad. Por su parte el docente explicita el trabajo realizado. Institucionalización de contenidos como: Enseñanza de la Probabilidad. Análisis didáctico de problemas de probabilidad. Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Variables Didácticas. Devolución. Contrato Didáctico. Contextualización y Descontextualización. Transposición Didáctica. Planificación en Matemática. El juego como recurso didáctico para la enseñanza de la Matemática. [90]

[89] 5°, 6° y 7° Momento – Metodología GDUT

[90] 8° y 9° Momento – Metodología GDUT

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

	En encuentros mediados por videoconferencia el docente presenta la consigna de la actividad *Registro diferido de la implementación de la actividad innovadora* y la institucionalización de contenidos: registros y orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad. [91] El docente presenta la consigna de la tarea Análisis didáctico de la actividad innovadora durante un encuentro mediado por videoconferencia, realiza la institucionalización de los siguientes contenidos: Enseñanza de la Probabilidad. Análisis didáctico de problemas de probabilidad. Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Variables didácticas. Devolución. Contrato didáctico. Contextualización y descontextualización. Transposición didáctica. Planificación en Matemática. El juego como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática. [92]

[91] 9° y 10° Momentos – Metodología Guía GDUT

[92] Íbidem

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

	Los estudiantes realizan la tarea de manera grupal y virtual, tomando como insumos los diversos registros disponibles y la bibliografía. [93]
Evaluación - Observación del avance de los estudiantes en las diversas intervenciones del Foro Probabilidad - Evaluación de pares (co-evaluación) - Corrección de las producciones grupales y/o individuales de los participantes.	El profesor evalúa el progreso de los estudiantes mediante sus intervenciones en las diversas etapas de la tarea, así mismo los estudiantes tienen la oportunidad de co-evaluarse, mediante la corrección del problema inicialmente planteado El docente realiza una devolución particular y general, de las producciones enviadas mediante una tarea, a cada uno de los estudiantes y/o grupos de estudiantes.
Autonomía y trabajo colaborativo - En la primera tarea los estudiantes trabajan de manera individual.	Si bien el trabajo es individual, al resolver el problema de otro estudiante, interactúan entre sí en dos temas del Foro (el creado por cada uno de los estudiantes y el creado por el estudiante que plantea el problema que se decide resolver).

[93] 11° Momento – Metodología GDUT

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

- En la segunda tarea los estudiantes trabajan en grupos de entre 2, 3 o 4 integrantes, solicitando además los relatos personales.	Las producciones son grupales, para fomentar el trabajo cooperativo, aunque también hay una instancia que es individual (los relatos personales) que permite observar la vivencia de cada estudiante en relación al desarrollo del juego propuesto.
- En la tercera y cuarta tarea los estudiantes mantienen la agrupación de la tarea anterior.	Las producciones grupales requieren para la tercera y cuarta etapa la participación colaborativa de los integrantes de los grupos y para la cuarta etapa una participación equitativa.
- En la quinta tarea los estudiantes trabajan de manera individual.	Las producciones de los estudiantes son personales, sin que ello no implique un trabajo cooperativo con sus compañeros de grupo de las actividades previas y siguientes.
- En la sexta y última tarea los estudiantes trabajan nuevamente de manera grupal.	Las producciones grupales de esta tarea requieren un trabajo cooperativo.
Gestión de la heterogeneidad - La tarea 1 plantea la posibilidad de trabajar con otros compañeros con diversos niveles de apropiación del contenido de nociones básicas de probabilidad.	Las interacciones entre pares favorecen la mirada de otro a la resolución propuesta de un problema, se puede observar en las correcciones que en algunos casos no se sustentan en la producción del compañero

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

	sino más bien en una producción propia, lo que podría indicar falta de interpretación del procedimiento de otros.
- La tarea 2 plantea la posibilidad de compartir el juego con otros compañeros y realizar un análisis conjunto; pero además realizar un relato personal.	Si bien la segunda tarea es de realización grupal, en los relatos personales se puede advertir que no necesariamente todos los integrantes del grupo llegan a las mismas conclusiones a partir de la vivencia del juego.
- La tarea 3 posibilita planificar una actividad en grupo.	En el diseño de una actividad innovadora resulta fundamental incorporar la mirada de todos los integrantes del grupo.
- La tarea 4 permite poner en práctica una actividad planificada con anticipación.	Durante la puesta en marcha de la actividad innovadora resulta necesaria la participación equitativa y colaborativa de los integrantes del grupo, mirada enriquecida con el aporte de pares y del docente.
- La tarea 5 posibilita evocar cuestiones conceptuales y didácticas de probabilidad.	Es fundamental en esta y la próxima tarea el enriquecimiento proporcionado por las diversas miradas de cada uno de los estudiantes en relación a lo “vivido” durante la puesta en práctica de la actividad innovadora.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

- La tarea 6 permite explicar colaborativamente lo acontecido en la implementación de la actividad innovadora a la luz del aporte de la bibliografía abordada.	Resulta enriquecedor para avanzar en el análisis didáctico la mirada y el aporte de cada uno de los integrantes del grupo.
Ejercitación y aplicación - La tarea Foro 1 constituye un ejercicio de aplicación/recuperación de nociones básicas de probabilidad. - La tarea 2 permite recuperar nociones básicas de probabilidad y cuestiones didácticas para el posterior análisis, mediante la aplicación de un juego de azar. - La tarea 3 es un ejercicio de planificación de contenidos de probabilidad. - La tarea 4 es aplicación de la tarea Diseño de una actividad innovadora.	Esta tarea requiere aplicar/recuperar nociones básicas de probabilidad para favorecer interacciones entre compañeros. La segunda tarea pone en juego nociones básicas de probabilidad, como los sucesos no equiprobables y además cuestiones relacionadas con la enseñanza de la probabilidad que deberán tenerse en cuenta al momento de realizar el análisis del juego Producto par o impar. La tercera tarea pone en juego nociones didácticas además de nociones básicas de probabilidad, necesarias para diseñar la actividad innovadora. La cuarta tarea pone en juego nociones didácticas y conceptuales básicas de probabilidad, necesarias para llevar adelante

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

	la implementación de la actividad planificada previamente.
- La tarea 5 constituye un ejercicio de aplicación de toma de registros.	La quinta tarea requiere evocar nociones conceptuales y didácticas de probabilidad, para plantear posibles aspectos a analizar posteriormente.
- La tarea 6 es un ejercicio de aplicación de análisis didáctico.	La sexta tarea plantea el establecimiento de relaciones entre lo acontecido durante la implementación de la actividad innovadora y los aportes de la bibliografía.
Gestión del tiempo y los recursos - el tiempo asignado a la tarea 1 tuvo que ser posteriormente extendido, por resultar escaso.	El tiempo que en principio se había establecido para la realización de las diversas etapas resultó escaso, en tanto era necesaria la participación de otros estudiantes para continuar con las diversas etapas, por lo que se extendió el plazo de la tarea, aun así no todos los estudiantes participaron de todas las etapas del Foro.
- el tiempo fue gestionado por los propios estudiantes, estableciendo el docente una fecha de entrega límite.	Algunos grupos no pudieron avanzar en el análisis por no prever el tiempo necesario para la familiarización con el juego planteado.

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

- El docente seleccionó y propuso el juego Producto par o impar.	El juego propuesto resulta ser un recurso en tanto posibilita la recuperación de nociones básicas de probabilidad.
- algunas tareas requirieron del empleo de recursos analógicos y/o digitales, como dados (distinguibles o indistinguibles) y simuladores de lanzamientos de dados como 3D Dice.	Otros recursos empleados por los estudiantes para el desarrollo del juego fueron los dados, tanto en su versión analógica o digital (simuladores de lanzamientos de dados), discriminando en algunos casos el empleo de dados distinguibles o indistinguibles.
- los juegos, diseñados como actividades innovadoras, se implementaron como recurso didáctico.	En el diseño de la actividad innovadora el juego surge como recurso para la recuperación o iniciación de nociones básicas de probabilidad.
- el manejo del tiempo y determinación de recursos fueron factores a trabajar en el momento de la planificación y posteriormente durante la implementación de la actividad innovadora.	Los diversos grupos planificaron tiempos y recursos en la actividad innovadora, en algunos casos hicieron ajustes en el momento de la implementación para optimizar el tiempo de trabajo con los participantes.
- Para la creación del registro diferido los estudiantes contaron con una semana a partir del día de implementación de la actividad innovadora, algunos grupos contaron con	Cada estudiante fue responsable de establecer el tiempo necesario para la creación del registro diferido, contando con un plazo máximo de una semana. Algunos grupos

Tabla 5. *Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (cont.)*

registros de audio.	contaron con registros de audio que pudieron transcribir para complementar el registro diferido.
- Para realizar el análisis didáctico los diversos grupos manejaron y coordinaron tiempos personales y grupales.	Los diversos grupos tuvieron aproximadamente dos semanas para la realización de la última tarea.

Tomando como base las guías de análisis didáctico presentadas previamente, seguidamente se caracterizan los objetos matemáticos y describen los procesos matemáticos y didácticos emergentes en la resolución de las tareas que componen la secuencia/proyecto considerada en este estudio.

Caracterización de objetos matemáticos

La Guía para el Reconocimiento de Objetos y Significados (GROS) requiere categorizar los tipos de situaciones, identificar las variables de tarea, analizar generalizaciones y adaptaciones, complementar con el análisis de las configuraciones de objetos asociadas a cada situación – problema y los procesos matemáticos que dan lugar a tales objetos. Motivo por el cual resulta fundamental caracterizar los objetos matemáticos considerados en este estudio.

Situaciones – problemas.

Las situaciones – problemas que constituyen la secuencia/proyecto "Diseño, implementación y evaluación de una actividad innovadora" tuvieron como objetivo inicial el conocimiento/reconocimiento de nociones básicas de probabilidad, posteriormente de nociones básicas de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad; la determinación del carácter imprevisible del azar; el inicio/avance en el análisis didáctico de problemas de probabilidad; como así también el conocimiento de documentos curriculares y libros de texto escolares; la planificación de actividades de probabilidad y la consecuente puesta en práctica de las mismas; la evocación de lo acontecido durante el momento interactivo de la actividad innovadora, delimitando las modificaciones realizadas; la comparación entre lo anticipado y lo acontecido y finalmente la recuperación tanto de aspectos conceptuales como didácticos para el análisis didáctico, mediante la explicación de lo acontecido en función del aporte bibliográfico disponible.

Elementos lingüísticos.

La resolución de las tareas desarrolladas puso en evidencia, por parte de los participantes, algunos de los siguientes elementos lingüísticos: identificación y conteo de casos favorables de un suceso aleatorio mediante la construcción de tablas; representación del espacio muestral mediante tablas de doble entrada, diagramas de árbol, cuadros; asignación de probabilidad mediante aplicación implícita y explícita de la fórmula de Laplace, como proporción entre casos favorables y casos posibles; representación de la probabilidad como porcentaje; identificación de la probabilidad como medida de un ocurrencia de un suceso en un experimento aleatorio; contrastación de intuiciones previas a la realización de un juego de azar en relación a la probabilidad de los sucesos elementales asociados; expresión de intuiciones en relación a la suerte en relación al desarrollo de un juego de azar y representación mediante un cuadro comparativo de referentes empíricos y teóricos correspondientes al análisis didáctico.

Conceptos – definiciones.

La resolución de las tareas desarrolladas posibilitaron la emergencia de los siguientes conceptos – definiciones: noción y diferencias entre fenómenos aleatorios y deterministas, experimento aleatorio, sucesos, espacio muestral, noción de probabilidad, probabilidad y azar, probabilidad como instrumento para la toma de decisiones, asignación de probabilidad mediante la fórmula de Laplace, suceso seguro, posible e imposible, orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad y análisis didáctico.

Propiedades/proposiciones.

A continuación, se enumeran las propiedades/proposiciones que se explicitan en el desarrollo de las tareas consideradas en este estudio: rango del resultado de una probabilidad $0 \leq P(A) \leq 1$, Ley de los grandes números, probabilidad como estrategia ganadora en un juego de azar, suma de las probabilidades de sucesos incompatibles, carácter imprevisible del azar, empleo de experimentos/juegos de azar como recursos didácticos.

Procedimientos.

Entre los procedimientos empleados por los participantes del estudio se destaca principalmente la asignación de probabilidad mediante la aplicación de la fórmula de Laplace y en menor medida la determinación del espacio muestral, asignación de la frecuencia relativa y la comparación con la probabilidad, algunas estrategias empleadas en el momento interactivo para orientar la participación de los niños y procedimientos para comparar los significados teórico y experimental de la probabilidad.

Argumentos.

Los participantes del estudio emplean los siguientes argumentos: la validación de técnicas de conteo, combinaciones, para facilitar el conteo de casos favorables y casos posibles; recuperación de intuiciones erróneas acerca de la dependencia de la probabilidad en función de la cantidad de veces que se realiza un experimento aleatorio; justificación de conocimientos básicos para la resolución de una situación problemática; validación de la distribución de fichas basada en el hecho que los sucesos elementales no son equiprobables; fundamentación de contrastación entre predicciones y resultados obtenidos; validación de sucesos imposibles; justificación presentada por niños en la resolución de desafíos matemáticos durante la implementación de la actividad innovadora; justificación del abordaje de contenidos de probabilidad en el desarrollo de la actividad innovadora y la fundamentación para la realización de preguntas previas al desarrollo de un juego de azar.

Descripción de procesos matemáticos y didácticos

La Guía para el Reconocimiento de Actos y Procesos de Significación (GRAPS) posibilita describir los procesos puestos en juego durante el desarrollo de la secuencia/proyecto "Diseño, implementación y evaluación de una actividad innovadora". Distinguiendo entre actos y procesos ligados a objetos y procesos matemáticos (problematización, representación, definición, enunciación, algoritmización, argumentación y generalización) y procesos didácticos (institucionalización, evaluación, atribución de autonomía a los estudiantes y trabajo cooperativo, gestión del tiempo y los recursos).

Procesos matemáticos.

Se evidencian procesos de *problematización* como la asunción del planteo, resolución y corrección de un problema de probabilidad; la familiarización con un juego de azar, Producto par o impar; la realización del análisis didáctico del juego y el planteo de una variante; la planificación de una actividad de probabilidad; la implementación de la actividad; la creación de registros diferidos y la realización del análisis didáctico de la implementación de una actividad de probabilidad tomando como eje de análisis la contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego desarrollado.

Entre los procesos de *representación* se observa la expresión de espacios muestrales asociados a diversos experimentos aleatorios, como lanzar dos dados y multiplicar los valores obtenidos, lanzar dos dados y sumar los resultados obtenidos, entre otros; la presentación de diversos tipos de registro para los resultados obtenidos durante la realización del juego Producto par o impar; la recuperación de registros de los niños durante la implementación de una actividad de probabilidad recuperando lo acontecido y en algunos casos las percepciones de los niños acerca del juego desarrollado; la creación individual de registros diferidos donde cada estudiante presenta lo vivenciado desde su representación de lo acontecido y la presentación de un cuadro comparativo de referentes empíricos y teóricos para el análisis didáctico.

Entre las *definiciones* emergentes se encuentran espacio muestral, asignación de probabilidad, fórmula de Laplace, sucesos no equiprobables, variables didácticas, sucesos seguro, posible e imposible, experimento aleatorio, orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad y análisis didáctico.

Se presentan procesos de *enunciación* en la asignación de probabilidad a partir de pequeñas muestras, la determinación de probabilidad y su relación con la realización del experimento, la asignación de frecuencias relativas y su relación con la probabilidad empírica, la identificación del carácter imprevisible del azar, la comparación de la probabilidad con situaciones que dependen del azar o de la suerte, la recuperación de la noción de sesgo y su relación con los sucesos posibles y seguros y la consideración de la probabilidad luego del desarrollo de juegos de azar como recursos didácticos.

Se evidencian además procesos de *algoritmización* principalmente asociados al cálculo de probabilidad mediante la fórmula de Laplace, la identificación del espacio muestral asociado a un experimento aleatorio y la representación mediante tablas o diagramas de árbol de los casos favorables de un suceso.

También se observan procesos de *argumentación* en la determinación del espacio muestral, la simulación del lanzamiento de un dado, la determinación de la distribución de fichas para ganar un juego, el empleo del juego como recurso didáctico, la ejemplificación de sucesos seguros, posibles e imposibles, la fundamentación de la enseñanza de la probabilidad y la indagación de ideas previas.

Finalmente se presentan procesos de *generalización* como la asignación de probabilidad empírica y la probabilidad teórica, la anticipación de resultados en la realización de juegos de azar, la determinación de estrategias ganadoras y la indicación de la relación entre juegos de azar y probabilidad.

Procesos didácticos.

Entre los procesos didácticos se identifican procesos de *institucionalización,* que posibilitan la sistematización de conocimientos probabilísticos y didácticos como: nociones básicas de probabilidad, fenómenos y experimentos aleatorios, sucesos equiprobables y no equiprobables, probabilidad teórica y experimental de un suceso, sesgo, contenidos escolares de probabilidad, enseñanza de la probabilidad, análisis didáctico de documentos curriculares y textos escolares, análisis didáctico de problemas, intervención docente, el trabajo de los alumnos, elaboración de propuestas de enseñanza, evaluación, resolución de problemas como estrategia de enseñanza, variables didácticas, devolución, contrato didáctico, contextualización y descontextualización, transposición didáctica, planificación en matemática, el juego como recurso didáctico para la enseñanza de la matemática , orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad, recursos analógicos y digitales para la clase de matemática, registros.

Entre los procesos de *evaluación* se evidencia la observación del avance de los estudiantes en las diversas intervenciones del foro Probabilidad, la evaluación de pares (coevaluación) y la corrección de las producciones grupales y/o individuales de los participantes.

En relación con la *autonomía y trabajo colaborativo* en la primera tarea los participantes trabajaron de manera individual, posibilitando que los estudiantes interactúen entre sí a partir de la resolución del problema planteado por otro compañero y la posterior corrección del problema inicialmente planteado; a partir de la segunda y hasta la cuarta tarea los participantes trabajaron en grupos, facilitando la construcción colaborativa de las producciones, en la tarea 2 se solicitaban además relatos personales que permitan recuperar la vivencia de cada estudiante en relación al desarrollo de un juego de azar; en la quinta tarea los participantes trabajan de manera individual, sin que esto no implique un trabajo colaborativo en tanto estos registros se constituyen en insumos para la última tarea, esta es realización grupal y requiere trabajo cooperativo.

La *gestión de la heterogeneidad* se tiene en cuenta en la realización de la tarea 1 al plantear la posibilidad de trabajar con compañeros con diversos niveles de apropiación del contenido de nociones básicas de probabilidad; la tarea 2 permite compartir un juego de azar con otros compañeros y la realización de un análisis conjunto, como así también un relato personal; la tarea 3 posibilita planificar una actividad en grupo, la tarea 4 la posterior implementación de dicha actividad con una participación equitativa y colaborativa de los integrantes del grupo de trabajo; la tarea 5 posibilita a cada participante evocar cuestiones conceptuales y didácticas; finalmente la tarea 6 permite explicar colaborativamente lo acontecido en la implementación de la actividad innovadora a la luz del aporte de la bibliografía abordada.

Las diversas tareas que componen la secuencia/proyecto desarrollada se constituyen en *ejercitación y aplicación*. La tarea 1 es un ejercicio de aplicación/ejercitación de nociones básicas de probabilidad; la tarea 2 permite recuperar nociones básicas de probabilidad y didácticas para el posterior análisis, mediante la aplicación de un juego de azar; la tarea 3 es un ejercicio de diseño de una actividad de probabilidad; la tarea 4 es la aplicación de la tarea 3, la tarea 5 es un ejercicio de aplicación de toma de registro y por último la tarea 6 es un ejercicio de aplicación de análisis didáctico.

Finalmente se describen aspectos relacionados con la *gestión del tiempo y los recursos,* donde se evidenció que el tiempo asignado a la realización de la tarea 1 tuvo que ser posteriormente extendido, por resultar escaso; en general para la realización de todas las tareas el tiempo de entrega fue gestionado por los propios participantes, estableciendo el docente una fecha de entrega límite; el docente seleccionó y propuso un juego de azar como recurso; algunas tareas requirieron del empleo de recursos analógicos y/o digitales, como dados (distinguibles o indistinguibles) y simuladores de lanzamientos de dados como 3D Dice; los juegos de azar diseñados como actividades innovadoras se implementaron como recursos didácticos; el manejo del tiempo y determinación de los recursos fueron factores a trabajar en el momento de la planificación y posteriormente durante la implementación de la actividad innovadora; para la creación del registro diferido los participantes contaron con una semana a partir del día de la implementación de la actividad, algunos grupos contaron además con registros de audio y finalmente para la realización de la última tarea los distintos grupos manejaron y coordinaron tiempos personales y grupales para cumplir con la entrega.

Sintetizando, las guías para el análisis didáctico sirven de base para caracterizar los objetos matemáticos y describir los procesos matemáticos y didácticos emergentes. En el próximo capítulo se analiza la probabilidad en la formación de docentes de primaria, recuperando el desarrollo de los capítulos II y III.

Capítulo IV – Probabilidad en la Formación de Docentes de Primaria

A continuación, se analizan los conocimientos probabilísticos en la formación inicial de docentes de Primaria, tomando el caso de la UASJ–UNPA. Planteando un posible camino para avanzar en el mejoramiento de los procesos de estudio de la probabilidad.

Es importante tener en cuenta el establecimiento de los lineamientos curriculares tanto para la formación docente como para la educación primaria. Estudiando los lineamientos nacionales para formación de docentes de primaria, como así también el diseño curricular de la Provincia de Santa Cruz, y particularmente el plan de estudios del Profesorado para la Educación Primaria de la UNPA y los contenidos de los espacios curriculares Contenidos Escolares de la Matemática y Didáctica de la Matemática. En el nivel de Educación Primaria se analiza el Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz, área Matemática y se compara con el Diseño previo para la Educación General Básica.

Conocimientos probabilísticos en la formación inicial de docentes de Primaria

Desde este estudio se sostiene que es posible analizar la enseñanza y el aprendizaje de la probabilidad a partir de la propia práctica en la formación de docentes de primaria, en ese sentido se desarrolló la presente investigación, posibilitando la caracterización de los conocimientos probabilísticos.

En primer lugar se puede indicar que el estudio realizado puso en evidencia que si bien coexisten diversos significados de la probabilidad, en las tareas que guiaron este estudio predomina el significado laplaciano y en menor medida los significados intuitivo y frecuencial de la probabilidad en los estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria (caso UNPA–UASJ). El predominio del significado laplaciano, que considera la probabilidad como proporción del número de casos favorables al número de casos posibles, se relaciona en este caso con el proceso de "algoritmización de la probabilidad", que se da cuando la probabilidad se asocia exclusivamente a la aplicación de una fórmula o regla, en este caso particular la fórmula de Laplace. En consecuencia, las propuestas de trabajo con la probabilidad se reducen a la aplicación de una fórmula, sin tener en cuenta las posibles limitaciones de dicha regla, en particular la determinación de que los sucesos elementales sean finitos y equiprobables.

En el estudio se observa el significado frecuencial de la probabilidad, como la asignación de probabilidades de un suceso a partir de la frecuencia relativa observada en un gran número de repeticiones, como resultado de la aplicación de la "Ley de los grandes números". En este estudio el significado frecuencial generalmente se encuentra limitado a un pequeño número de repeticiones de un experimento aleatorio. Algunos participantes no advierten, como señala Ponce (2000), que en las situaciones aleatorias, cuando se repite un experimento en las mismas condiciones pueden obtenerse diferentes resultados, los que, generalmente, carecen de un patrón que pueda predecirse, sin embargo atrás de ese aparente desorden pueden establecerse ciertas regularidades al repetir muchas veces la experiencia. Durante el estudio se evidencia que algunos participantes se limitan a explicar ese aparente desorden al azar o la suerte sin avanzar en la posibilidad de establecer regularidades al aumentar considerablemente el número de repeticiones de la experiencia. En este sentido un grupo plantea la búsqueda de regularidades en situaciones aleatorias, pero aplicada a un número reducido de experiencias, lo cual no siempre es posible y ante la contradicción manifiesta durante la experimentación un participante fundamenta desde el significado intuitivo de la probabilidad, utilizando el término seguro para referirse a la certeza del suceso y expresar su grado de creencia en relación al suceso.

En diversas tareas se evidencia que una parte de los participantes no tienen en cuenta que las leyes del azar no hacen referencia a un número pequeño de pruebas, sino que refieren a una enorme cantidad de ellas (Ponce, 2000, p. 60). En consecuencia, de los resultados experimentales se infieren conclusiones incorrectas, que surgen de considerar como generales unos pocos casos, como por ejemplo la asociación entre la posibilidad de obtener un producto par o impar y la distribución equitativa de las fichas, […] *todos tienen la misma posibilidad de ganar porque tienen la misma cantidad de fichas verdes (impares) y rojas (pares),* en referencia a la experimentación del juego Producto par o impar.

Ponce (2000) además plantea que generalmente tiende a trabajarse con situaciones en las que todos los casos posibles sean equiprobables y recomienda trabajar además con situaciones donde lo que se pone en juego sea la comparación de probabilidades; en este sentido se selecciona el juego Producto par o impar, justamente porque los sucesos elementales (producto par, producto impar), asociados al experimento lanzar dos dados y multiplicar los resultados obtenidos, resultan ser no equiprobables. A pesar de realizar el análisis didáctico del juego al momento de plantear las variantes del mismo, en la mayoría de los casos los participantes deciden trabajar con la variante que plantea sumar en vez de multiplicar, lo que implica que los casos posibles (suma par, suma impar) se vuelvan equiprobables. Los participantes no toman la decisión didáctica de trabajar con la suma en vez de la multiplicación teniendo en cuenta las variaciones que se producen en el tipo de suceso equiprobable o no equiprobable, sino que fundamentan la decisión en función de la complejidad de la operación aritmética y el nivel de conocimientos de posibles destinatarios, en un caso particular expresan *la variante permita adaptar el juego a los alumnos más pequeños*.

Asimismo, se pone en evidencia que algunos participantes, en desarrollo de algunas tareas del estudio, no llegan a advertir que el azar no es acumulativo y la probabilidad de obtener un resultado no está determinado por los resultados anteriores (Ponce, 2000, p. 60). En casos particulares se arriba erróneamente a que la probabilidad se determina en función de la cantidad de veces que se realice el experimento, lo cual contradice el hecho indicado previamente, el azar no es acumulativo.

Finalmente, Ponce (2000) plantea que resulta fundamental explicitar que la definición no constituye un punto de partida sino un lugar de llegada, un momento de síntesis después de haber recorrido un camino de experimentación, análisis y discusión en la clase. En ese sentido, los participantes avanzaron en el diseño de actividades que proponían la realización de juegos de azar como camino de experimentación, un grupo reducido avanzó además en el análisis y discusión con el grupo de niños que participó de la implementación de la actividad innovadora. Más allá de lo acontecido se presta especial atención al posterior análisis didáctico, como instancia de reflexión de la propia práctica matemática, etapa significativa para favorecer instancias de aprendizaje de contenidos disciplinares articulados con conocimientos didácticos, indispensables en la formación de docentes de matemática para la escuela primaria.

En la articulación entre contenidos disciplinares y didácticos surgen diversos tipos de conocimiento en los futuros docentes de primaria, para describirlos resulta necesario identificar además estos tipos de conocimiento, lo que implica la consideración de la Probabilidad como objeto de conocimiento, como objeto de enseñanza y como objeto a enseñar, a continuación se presenta dicha identificación de conocimientos probabilísticos.

Identificación de conocimientos didáctico-matemáticos

El análisis de las tareas y las guías anteriormente presentadas evidencian que la secuencia/proyecto "Diseño, implementación y evaluación de una actividad innovadora" visibiliza un proceso de trasposición didáctica, entendido en términos de Chevallard (2005) como el "trabajo" que transforma un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza (p.45). El reconocimiento del proceso de transposición didáctica permite caracterizar la Probabilidad como objeto de conocimiento, como objeto a enseñar y como objeto de enseñanza, con distintos grados de complejidad.

Probabilidad como objeto de conocimiento.

Los participantes se encontraron en diversas situaciones en relación al dominio de nociones básicas de probabilidad. Por un lado un grupo demostró poseer y desarrollar habilidades para resolver problemas de probabilidad, otro grupo de participantes más amplio se limitó a la aplicación de la fórmula de Laplace para determinar una probabilidad, reduciendo el estudio de la probabilidad a un proceso de "aritmetización/algoritmización", también hubo un grupo más reducido que demostró no poseer los conocimientos básicos de probabilidad y confundieron a la probabilidad con hechos que no se pueden explicar o predecir, reduciendo la probabilidad a este tipo de situaciones como "azarosas", como situaciones sin explicación, dejando de lado el potencial del estudio de la probabilidad para la toma de decisiones.

En el enfoque EOS el *objeto matemático,* en este estudio *probabilidad,* emerge de los sistemas de prácticas operatorias y discursivas que un sujeto, persona o institución, realiza para resolver un tipo de situaciones-problemas […]. Las nociones de competencia y comprensión matemática, se relacionan con los componentes operatorios y discursivos del conocimiento, respectivamente. (Godino, 2002, p. 2)

El significado del concepto de probabilidad debe concebirse, en términos de Godino (op. cit.), como el par formado por el *sistema de prácticas operativas y discursivas* y la *configuración* de objetos emergentes de tal sistema de prácticas.

La consideración acerca de la competencia de un sujeto sobre la probabilidad (entendida en sentido amplio que incluye conocimiento y comprensión) debe basarse en el conocimiento integral, tanto de los elementos operatorios sobre la probabilidad como los discursivos.

El estudio permite concluir que los participantes reconocen el significado laplaciano de la probabilidad y en general tienen destrezas en el cálculo aritmético elemental requerido. Reconocen además la interpretación del significado intuitivo de la probabilidad, en tanto se evidencian en los registros frases coloquiales que expresan el grado de creencia en relación a sucesos inciertos, un ejemplo de expresión de una intuición incorrecta se presenta durante la implementación de la actividad innovadora (tarea 4), a partir de pegar una moneda en la cara opuesta del uno en dado, la participante K indica que es seguro sacar un uno, en esta circunstancia, además justifica que cuando sacaron otros números (durante la experimentación) es porque las monedas estaban mal pegadas. Por otra parte, se manifiestan dificultades en la interpretación del significado frecuencial de la probabilidad a partir de la intuición de la ley de los pequeños números, así mismo los estudiantes poseen carencias en el componente discursivo, para explicar las diferencias entre los conceptos de probabilidad y azar. Un número muy reducido de participantes fue capaz de identificar el uso correcto de los términos probabilidad, experimentos aleatorios, sucesos y azar. Aunque, en general, los participantes proponen ejemplos correctos de experimentos aleatorios, sucesos seguro, posible e imposible, en relación a las tareas desarrolladas. Mientras que otro grupo de participantes relacionan probabilidad con azar y suerte.

Como plantea Godino (2002)

> […] el sujeto conoce cómo hacer un tipo de tareas, tiene competencia o capacidad para hacerla, pero no comprende (o comprende parcialmente) el por qué de las técnicas que aplica.
>
> Las expresiones del tipo, "X es competente para realizar la tarea T", indican que el sujeto X domina o es capaz de aplicar correctamente la técnica t que resuelve o permite hacer bien la tarea T. En esas circunstancias decimos que el sujeto tiene una capacidad o competencia

específica, o también que "conoce cómo hacer" la tarea. En cambio, la expresión, "X comprende la técnica t que permite realizar la tarea T" se aplica si X conoce porqué dicha técnica es adecuada, su ámbito de validez y las relaciones con otras técnicas.

> La competencia matemática, entendida en sentido restringido como capacidad para realizar adecuadamente tareas matemáticas específicas, debe complementarse con la comprensión matemática de las técnicas necesarias para realizar las tareas y de las relaciones entre los diversos contenidos y procesos matemáticos puestos en juego. Consideramos, por tanto, que la competencia y la comprensión en matemáticas son nociones cognitivas complementarias cuyo logro implica un proceso de crecimiento progresivo que debe tener en cuenta las diversas facetas del conocimiento matemático y sus relaciones con el mundo empírico. (p. 13)

Finalmente, es necesario tener presente la relación entre competencia y compresión matemática para el conocimiento integral, que incluya elementos operativos y discursivos acerca de la probabilidad. Teniendo en cuenta que, según expresa Godino (2002):

> El reconocimiento de la complejidad del conocimiento matemático debe llevarnos a reconocer también una complejidad para el logro de la competencia y comprensión matemática, las cuales no pueden ser concebidas como estados dicotómicos, esto es, se tiene o no, competencia, se comprende o no se comprende un contenido matemático. Se tratan más bien de procesos en progresivo crecimiento y mejora, que, además, deberán ser valorados relativamente a los contextos institucionales correspondientes. (p. 14)

En síntesis, la consideración de la Probabilidad como objeto de conocimiento evidencia un inicio en el desarrollo del conocimiento del contenido probabilidad, aunque hay un grupo de estudiantes que no poseen conocimiento del contenido o bien poseen escaso conocimiento del contenido, en particular conocimiento común del contenido probabilidad y en general los estudiantes que participaron del estudio demostraron poseer carencias en el componente discursivo, aplicando fórmulas para determinar una probabilidad pero sin comprender ni analizar el proceso de resolución de la tarea propuesta, por ejemplo se limitan a aplicar una fórmula sin analizar previamente si es posible o bien aplicando una fórmula sin validar el resultado obtenido en el contexto del problema que se está resolviendo.

Probabilidad como objeto a enseñar.

En relación a la probabilidad como objeto a enseñar a partir de la implementación de la secuencia/proyecto emergen los siguientes conceptos – definiciones: noción de fenómenos aleatorios y deterministas, experimento aleatorio, sucesos, espacio muestral, noción de probabilidad, probabilidad y azar, probabilidad como instrumento para la toma de decisiones, asignación de probabilidad mediante la fórmula de Laplace, suceso seguro, posible e imposible, orientaciones didácticas para la enseñanza de la probabilidad y análisis didáctico.

En el estudio realizado se asocian diversos juegos de azar con experimentos aleatorios. En particular se recupera la noción de espacio muestral para facilitar el conteo de casos posibles y favorables de un suceso y aplicar posteriormente la fórmula de Laplace para la asignación de probabilidades. En general, los participantes no reconocen como espacio muestral al conjunto de productos de los resultados obtenidos al lanzar dos dados, sino que se centran en los 36 posibles pares de resultados obtenidos al lanzar dos dados. La noción y posterior definición de suceso equiprobable y no equiprobable surge a partir de la propuesta del juego Producto par o impar, como se indicó anteriormente. Las nociones de sucesos seguro, posible e imposible se explican y ejemplifican a partir de los juegos de azar considerados para el abordaje de la probabilidad. Finalmente, en el diseño de la actividad innovadora, su implementación, la creación de los registros diferidos y el análisis didáctico los participantes recuperaron aspectos conceptuales ligados a la enseñanza de la probabilidad.

La consideración de la Probabilidad como objeto a enseñar evidencia conocimiento del contenido probabilidad, en particular conocimiento común y especializado del contenido. En ese sentido, los participantes avanzan en paralelo en el desarrollo del conocimiento común y especializado de la probabilidad.

Probabilidad como objeto de enseñanza.

En general, los participantes desarrollaron colaborativamente capacidades básicas de diseño de actividades de probabilidad, atendiendo a las recomendaciones didácticas para su enseñanza y los lineamientos establecidos por los materiales curriculares oficiales, lo que evidencia conocimiento pedagógico del contenido, en particular conocimiento del currículum básico. Siendo necesario avanzar en la definición de posibles intervenciones como docentes, para aclarar dudas o inquietudes que pudieran llegar a surgir. También es necesario desarrollar la capacidad de adaptación de los contenidos pretendidos al nivel de los destinatarios de las actividades planificadas, esto es desarrollar el conocimiento del horizonte matemático. Otro aspecto importante a desarrollar es la determinación de la finalidad de los interrogantes y la posibilidad de re-pregunta ante las intervenciones de los niños, cuestiones que, en este estudio, quedaron pendientes para ser recuperadas en un trabajo posterior de análisis didáctico.

En la consideración de la Probabilidad como objeto de enseñanza, además de conocimiento del contenido (conocimiento común, conocimiento especializado e indicios de conocimiento del horizonte matemático) se evidencia un inicio en el desarrollo del conocimiento pedagógico del contenido (conocimiento del contenido y los estudiantes, conocimiento del currículum y conocimiento del contenido y la enseñanza).

Resulta necesario, en este contexto, avanzar hacia el mejoramiento de procesos de estudio de la probabilidad, motivo por el cual se incluye el siguiente apartado.

Hacia el mejoramiento de procesos de estudio de la probabilidad

Godino (2013) plantea la necesidad de ampliar la atención desde las tareas hacia el análisis de la idoneidad didáctica de los procesos de estudio matemático y didáctico; el proceso se ilustra mediante la figura 10, que se incluye a continuación.

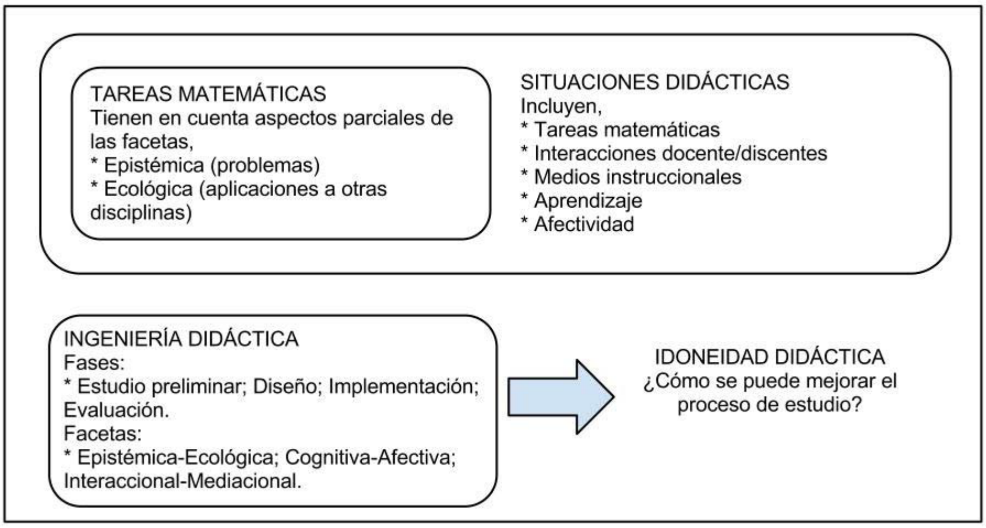


Fig. 10 De las tareas a la idoneidad didáctica

Fuente: Godino, 2013

Se apunta al mejoramiento de los procesos de estudio, advirtiendo que si bien la realización de las tareas determina el aprendizaje matemático, es necesario reconocer que el aprendizaje matemático, en general, y el aprendizaje de la probabilidad, en particular, dependen de múltiples factores, no solo de las tareas matemáticas seleccionadas. La previsión de conflictos potenciales, la recuperación de intuiciones y la inclusión de recursos didácticos podría ser un inicio en el camino hacia el mejoramiento del proceso de estudio de la probabilidad.

La recuperación de la guía GROS presentada anteriormente permite prever *conflictos potenciales* como la confusión entre frecuencia relativa y probabilidad, la creencia en la ley de los pequeños números, los errores en el empleo de la fórmula de Laplace (invirtiendo la cantidad de casos favorables y la cantidad de casos posibles en el cociente), la falta de reconocimiento de la propiedad de la probabilidad como medida de la ocurrencia de un suceso entre 0 y 1, los errores asociados al conteo de casos favorables o posibles de un suceso determinado, la aplicación de la fórmula de Laplace en situaciones donde no pueda aplicarse (cantidad de casos posibles infinitos y/o sucesos elementales no equiprobables), la identificación del espacio muestral asociado al lanzamiento de dos dados, sin tener en cuenta el producto de los valores obtenidos; la falta de distinción de casos para dados distinguibles e indistinguibles y sus correspondientes probabilidades; la consideración como suceso de números pares e impares en lugar de productos pares e impares, la búsqueda de regularidades en situaciones aleatorias con un número limitado de experimentos, la relación/asociación entre azar, suerte y probabilidad, la relación entre los significados teórico y frecuencial de la probabilidad, sin establecimiento de comparaciones entre ambos significados, la falta de consideración y posterior comparación entre aspectos conceptuales y didácticos ligados con la probabilidad. La identificación de estos conflictos posibilita tomar decisiones sobre las estrategias de enseñanza de la probabilidad.

La recuperación de intuiciones es la base para avanzar en la construcción y/o re-construcción de nociones probabilísticas en la formación de docentes de primaria. Tomando de base que, según Fischbein, las ideas correctas parcialmente formadas sobre los conceptos probabilísticos tienen un efecto positivo en la instrucción para la mejora de estas intuiciones. A continuación, se recuperan del estudio algunas intuiciones en relación a la probabilidad:

- *La probabilidad depende de la suerte o del azar*.

Intuición del azar y su relación con la suerte, creencia sobre la aleatoriedad. Puede tomarse de base para desarrollar la noción de azar y el estudio de los objetos aleatorios.

- *Las probabilidades de ganar siguen siendo las mismas tanto para la resolución con el producto como con la adición, ya que la probabilidad de sacar un número par o impar depende del azar*.

Intuición de la probabilidad y la frecuencia relativa. Se podrían recuperar las ideas previas al desarrollo del juego Producto par o impar, posteriormente determinar las frecuencias relativas, a partir de los datos por pequeños grupos y el grupo clase en general (también el docente podría tener un determinado conjunto de datos para complementar con los recogidos por los alumnos y de esta manera ampliar el tamaño de la muestra), recabados durante el desarrollo del juego y posteriormente comparar las ideas previas con lo acontecido en el desarrollo del juego. Finalmente relacionar la frecuencia relativa y la probabilidad.

- *Los valores permiten poner distanciamiento con la probabilidad obtenida experimentalmente. Pudimos notar además que a medida que se suman gradualmente más tiradas la tendencia se acercará más a la probabilidad teórica.*

Reconocimiento intuitivo de la ley de los grandes números, cuando los participantes refieren a probabilidad obtenida experimentalmente en realidad hacen referencia a la frecuencia relativa.

La inclusión de recursos analógicos y tecnológicos es también un componente clave en los procesos de enseñanza y aprendizaje de la probabilidad. En este caso se emplearon dados como recursos analógicos y simuladores de lanzamientos de dados como recursos tecnológicos, aunque es necesario mencionar que el recurso tecnológico no fue empleado con un sentido enriquecedor, como por ejemplo para "convencer" en aquellos casos que partiendo de la experimentación no se obtienen los resultados esperados, sino más bien como reemplazo del recurso analógico.

La Probabilidad en la formación de docentes de primaria de la Provincia de Santa Cruz

Los lineamientos nacionales para la formación docente establecen en relación al abordaje de la probabilidad:

- *Sobre tratamiento de la información, estadística y probabilidad*

  Interpretar, seleccionar y organizar información son tareas a las que nos enfrentamos con frecuencia tanto en la vida cotidiana (al leer el diario, un recibo de servicios, una tabla de tarifas u horarios en una línea de trenes), como en la vida profesional. Sugerimos trabajar en la producción y lectura de información en distintos portadores, incluyendo los gráficos estadísticos.

  Se puede pensar en el manejo básico de estadística descriptiva, las formas de recolección y organización de datos, las formas de representación gráfica, el uso y significado de los parámetros de posición y los de dispersión con un tratamiento que permita entender su valor para la interpretación de los de posición.

  Sería importante trabajar con actividades que ofrezcan un contexto en el que se requiera la observación, el registro, el análisis y el tratamiento estadístico de los datos que se obtienen, interpretar información y tomar decisiones a partir del estudio de los parámetros y de la comprensión de gráficos, usando calculadora y Excel.

Consideramos también importante que se conozcan las nociones básicas de probabilidad clásica, circunscripta a espacios muestrales finitos y equiprobables. En el contexto de problemas de probabilidades, cercanos a los sujetos, el cálculo de probabilidades de eventos sencillos ofrece posibilidades para volver a trabajar con cuestiones numéricas. También en este caso se procurará el registro y análisis de los resultados de juegos y experimentos de azar, así como la solución intuitiva de problemas de probabilidad, buscando integrar los distintos contenidos del bloque y evitando el aprendizaje memorístico de un vocabulario superfluo.

El docente podría conocer nociones básicas de combinatoria que no sólo las vincularía con el cálculo de probabilidades sino con temas de conjuntos numéricos. Es sumamente importante la comprensión de lo que significa la probabilidad de un evento en contextos de toma de decisiones.

Entre los conocimientos matemáticos ampliatorios que podrían abordarse, se encuentran:

[…] cálculos de probabilidades de sucesos compuestos, una mayor profundización de aspectos de combinatoria y resaltar la aplicabilidad de la recta de regresión para predecir comportamientos.

(Recomendaciones para la elaboración de Diseños Curriculares. Profesorado de Educación Primaria: 2009. p. 74 - 75)

Mientras tanto el Diseño Curricular para la Formación Docente inicial de la provincia de Santa Cruz establece los siguientes contenidos a desarrollar en las materias Matemática y Didáctica de la Matemática respectivamente:

> *Probabilidad y Estadística*
>
> Probabilidad. Fenómenos. Probabilidad experimental. Probabilidad teórica. Combinatoria. Estadística.
>
> Representación de datos estadísticos. Parámetros estadísticos.
>
> (Diseño Curricular Provincial para la Formación Docente Inicial. Profesorado de Educación Primaria: 2009. p. 71)

> *Probabilidad y Estadística*
>
> El azar y la intuición. Las representaciones en estadística. El promedio y sus interpretaciones incorrectas.
>
> Distintos tipos de gráficos: ventajas y desventajas.
>
> (Diseño Curricular Provincial para la Formación Docente Inicial. Profesorado de Educación Primaria: 2009. p. 91)

Por otra parte, la UNPA aprobó el Plan de Estudios del Profesorado para la Educación Primaria mediante la Resolución N° 171/10-CS-UNPA, como se indica en la misma se tuvieron en cuenta documentos y recomendaciones del Instituto Nacional de Formación Docente (INFoD) como así también el Plan del Profesorado para el Primer y Segundo Ciclo de la Educación General Básica de la UNPA. El Plan de estudios del Profesorado para la Educación Primaria constituye dos espacios curriculares para el estudio y la enseñanza de la Matemática en la formación docente inicial y sus correspondientes contenidos mínimos:

- *Contenidos Escolares de la Matemática*, carga horaria total 60 horas, correspondiente al 2° año del Plan de Estudios.

Contenidos mínimos:

Numeración y cálculo. Operaciones: Suma, Resta, Multiplicación y División. Divisibilidad. Introducción al Álgebra. Pasaje de la Aritmética al Álgebra.

Proporcionalidad.

Fracciones y Números Racionales Positivos.

Medida. Geometría. Estadística y Probabilidad.

(Anexo Resolución Nro. 171/10-CS-UNPA. p. 12)

- *Didáctica de la Matemática*, carga horaria total 120 horas, correspondiente al 3° año del Plan de Estudios.

Contenidos mínimos:

La Matemática Escolar.

Especificidad de la Didáctica de la Matemática por ciclo con relación a los contenidos escolares.

Especificidad de la Didáctica de la Matemática por contenidos de la Matemática Escolar.

Análisis de documentos curriculares, secuencias y propuestas: de enseñanza, de planificación y de evaluación.

La formación para la práctica:

Planificación: criterios de selección y secuenciación de actividades.

Diseño y gestión de distintos tipos de situaciones didácticas.

Organización y gestión de la clase.

Análisis de casos de gestión por medio de registros, videos, audios etc.

Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Elaboración de propuestas de enseñanza y evaluación.

(Anexo Resolución Nro. 171/10-CS-UNPA. p. 14-15)

La UNPA cuenta con cuatro Unidades Académicas, Unidad Académica Caleta Olivia (UACO), Unidad Académica San Julián (UASJ), Unidad Académica Río Turbio (UART) y la Unidad Académica Río Gallegos (UARG) abarcan respectivamente la zona norte, centro y sur de la Provincia de Santa Cruz, en la figura 11 se muestra su distribución geográfica.

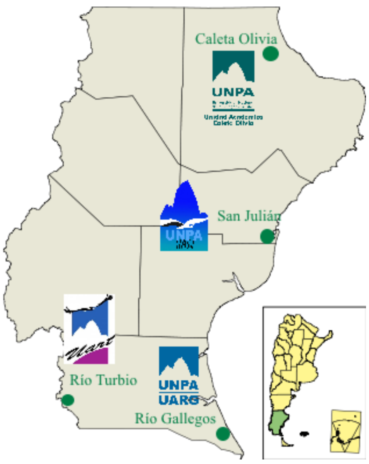


Fig. 11 Distribución geográfica de la UNPA

Fuente: elaboración propia

Tres de las cuatro Unidades Académicas (UACO, UASJ y UART) cuentan con la carrera Profesorado para la Educación Primaria en su oferta académica. La UARG no cuenta entre su oferta académica con esta carrera porque la misma se ofrece en un Instituto Provincial de Educación Superior.

Desde el portal institucional de la UNPA[94] se puede acceder a la oferta académica de cada Unidad Académica y a su vez a los Programas de las asignaturas de cada carrera. Teniendo acceso a esta información se realiza un estudio exploratorio

[94] www.unpa.edu.ar

acerca de los contenidos relacionados con la probabilidad en la formación docente inicial en cada Unidad Académica, con el fin de tener conocimiento de la realidad inherente a cada Unidad Académica y plantear a futuro acciones coordinadas para analizar la viabilidad de trabajos colaborativos inter Unidades Académicas para favorecer el abordaje de la Probabilidad en la formación inicial y continua de docentes de primaria en la UNPA.

La probabilidad no está presente en el programa de Contenidos Escolares de la Matemática ni de Didáctica de la Matemática de la UACO; aunque es necesario mencionar que es probable que los programas vigentes en el portal institucional no sean los que se encuentran actualmente en vigencia, en tanto datan del año 2011.

Los programas de Contenidos Escolares de la Matemática[95] y Didáctica de la Matemática[96] de la UART, establecen respectivamente los siguientes contenidos:

> Estadística y probabilidad. Estadística descriptiva. Lectura y realización de gráficos. Parámetros estadísticos: Media, moda, media aritmética. Azar. Probabilidad de que ocurra un suceso.
>
> *Unidad temática 7. Probabilidad y Estadística*
>
> > - La estadística y sus orígenes. Población, muestra y variables estadísticas. Tablas y gráficos.
> > - Fenómenos aleatorios. Conceptos de probabilidad.
> > - Aspectos didácticos de la Estadística y la Probabilidad. La Estadística como conocimiento cultural.

[95] Vigencia 2018

[96] Vigencia 2013 - 2014

- La intuición probabilística en el niño.

Finalmente, en los programas de Contenidos Escolares de la Matemática y Didáctica de la Matemática de la UASJ, se encuentran los siguientes contenidos (establecidos a partir de los contenidos mínimos y el Diseño Curricular para la Educación General Básica de la Provincia de Santa Cruz):

Estadística y Probabilidad

• Iniciación a la Estadística. Recolección, registro y organización de datos. Representación de datos. Población, muestra y representatividad.

• Nociones básicas de probabilidad. Sucesos. Experimentos aleatorios. Probabilidad teórica y experimental de un suceso. Fenómenos aleatorios.

• Combinatoria. Problemas de conteo. Diagramas de árbol.

Estadística y Probabilidad

Estadística: Iniciación a la Estadística. Recolección, registro y organización de datos. Representación de datos. Población, muestra y representatividad

Probabilidad: Sucesos. Experimentos aleatorios. Probabilidad teórica y experimental de un suceso. Fenómenos aleatorios. Combinatoria: problemas de conteo y diagramas de árbol.

Enseñanza de la Estadística. Análisis crítico de la información. Lectura crítica de datos y gráficos. Orientaciones para el desarrollo del razonamiento estadístico.

Enseñanza de la Probabilidad. Análisis de documentos curriculares y textos escolares. Análisis didáctico de problemas de probabilidad y estadística. Intervención docente. El trabajo de los alumnos. Elaboración de propuestas de enseñanza y evaluación de estadística y probabilidad.

La Probabilidad en el Diseño Curricular de Primaria de la Provincia de Santa Cruz

Así como es importante conocer los lineamientos curriculares para la formación inicial de Docentes de Primaria, resulta de igual manera fundamental conocer, para posteriormente comparar los lineamientos para la enseñanza en la Escuela Primaria de los contenidos relacionados con la probabilidad. Para esto además se tendrán en cuenta los lineamientos establecidos para la Educación General Básica, previa a la Educación Primaria, lineamientos base para el establecimiento de los contenidos de los espacios curriculares Contenidos Escolares de la Matemática y Didáctica de la Matemática, de la UNPA – UASJ, como se indicara con anterioridad.

El Diseño Curricular Provincial para la Educación General Básica (EGB) establece que durante el transcurso de la escolaridad básica los alumnos deben comprender, estimar y usar probabilidades.

> La enseñanza de la probabilidad en la escuela primaria tiene por objetivo trabajar con los alumnos conceptos de azar, posibilidad, imposibilidad, grados de probabilidad, […] mediante situaciones de juego, experimentables o usando modelos de simulación. (Diseño Curricular Provincial Santa Cruz: 2004).

El Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz para la EGB, establece:

Contenidos para los primeros años de la escolaridad primaria, 1º, 2º y 3º año:

- Nociones básicas de probabilidad: suceso seguro, imposible, compatible, incompatibles.

Contenidos para 4º, 5º y 6º año:

- Experimentos aleatorios simples: sucesos, sucesos seguros, probables, imposibles, compatibles e incompatibles.
- Regularidades en experimentos aleatorios.
- Probabilidad teórica y experimental de un suceso (en casos muy simples).

Contenidos para 7º año:

- Fenómenos aleatorios. Asignación de probabilidad de un suceso. Definición clásica de probabilidad. Frecuencia y probabilidad de un suceso.

Mientras que el Diseño Curricular actual, para la Escuela Primaria, establece que el eje La Probabilidad y la estadística recién se trabaja en la 3° Unidad Pedagógica (6° y 7° grado de la Escuela Primaria), se reduce además a los siguientes contenidos y/o saberes (Fig. 12):

La probabilidad y la estadística	• Interpretación de información presentada en tablas y gráficos estadísticos (pictogramas, diagramas de barra, gráficos circulares, de línea, de punto) y análisis de las ventajas y desventajas de acuerdo a la información que se persigue comunicar.	
	• Resolución de problemas que requiera la construcción de gráficos estadísticos sencillos.	• Construcción de gráficos estadísticos y análisis de la pertinencia del tipo de gráfico, y cuando sea necesario de la escala a usar.
		• Interpretación de significado de media aritmética para describir datos en estudio.
		• Comparación de probabilidad de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos. [97]
	•Resolución de problemas que permita el uso de estrategias; ejemplo diagrama de árbol.	• Uso de diferentes estrategias para resolver problemas de conteo, entre ellas el uso de diagrama de árbol.

Fig. 12 La probabilidad en el Diseño Curricular de Primaria de la Provincia de Santa Cruz

Fuente: Consejo Provincial de Educación, 2016

Además, se plantean las siguientes expectativas de logro:

Para la 2° Unidad Pedagógica (4° y 5° grado)

Profundizar el estudio de los números naturales y racionales positivos, sus relaciones, las formas básicas de registrar y organizar información, y avanzar hacia las nociones de probabilidad.

Para la 3° Unidad Pedagógica (6° y 7° grado)

Interpretar y aplicar los conceptos y procedimientos básicos de la estadística y la probabilidad, reconociendo tanto los alcances como las limitaciones de su uso para la resolución de problemas y la toma de decisiones.

Un análisis preliminar evidencia que el Diseño Curricular para la EGB se fundamenta desde el enfoque planteado por Fishbein, el cual plantea que la enseñanza de la probabilidad puede trabajarse desde los primeros años de la escolaridad primaria (5 -6 años), a partir de la intuición del azar; la intuición de la frecuencia relativa; la estimación de probabilidades y las operaciones combinatorias. Mientras que el Diseño de la Educación Primaria se fundamenta desde el enfoque planteado por Piaget-Inhelder, el que establece que la enseñanza de la probabilidad debería postergarse hasta el período de las operaciones formales (11 - 15 años). En tanto el enfoque de Fishbein es superador del enfoque de Piaget-Inhelder, se pone de manifiesto en el Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz un retroceso, en relación a la pérdida de contenidos de probabilidad desde los primeros años de la Escuela Primaria, teniendo en cuenta que existen investigaciones y experiencias de inclusión de nociones básicas de probabilidad desde el inicio de la escolaridad obligatoria.

Quizás este retroceso tenga alguna explicación en la consideración que realiza Ponce (2000):

> Generalmente los resultados de la probabilidad aparecen como imprevisibles o inciertos y en un momento la escuela asoció/asocia resultados exactos con resultados únicos, de esta manera todo lo que no es exacto merece desconfianza o se considera ambiguo, falso o incompleto. En consecuencia aquellas tareas que no pueden resolverse de forma exacta, como en las que interviene el azar, quedan fuera de las cuestiones matemáticas escolares, privilegiando la presencia del determinismo en la escuela.

Capítulo V – Conclusiones

Para finalizar este trabajo se plantean las conclusiones en relación con el objetivo de investigación, los aportes e implicancias del estudio, como así también sus limitaciones y algunas perspectivas de trabajo futuro.

Conclusiones en relación con el objetivo de investigación

En la formación inicial y continua de docentes de primaria, tal como plantea Godino (2013) es imprescindible integrar la formación matemática con la formación didáctica, como así también brindar la oportunidad de usar la propia práctica como lugar para estudiar la enseñanza y el aprendizaje de la matemática. En la búsqueda del desarrollo de competencias instrumentales y sistémicas que abarcan respectivamente, herramientas para el aprendizaje y la formación: análisis y síntesis; organización y planificación; conocimientos generales básicos y conocimientos básicos de la profesión y capacidades que dan visión de conjunto y sirven para gestionar el total de la actuación: aplicar los conocimientos a la práctica; habilidades de investigación; capacidad de aprender; adaptación a nuevas situaciones; diseño y gestión de proyectos.

La secuencia/proyecto "Diseño, implementación y evaluación de una actividad" se planificó en el sentido anteriormente descripto. Su implementación contempló las siguientes fases: Presentación de las consignas; exploración personal; trabajo cooperativo en equipos para elaborar una respuesta compartida; presentación y discusión; institucionalización por parte del docente; estudio personal de documentos de trabajo seleccionados, apoyado por tutorías individuales y grupales. Las fases de contextualización, discusión colectiva y sistematización de los conocimientos puestos en juego en los diversos momentos de trabajo se complementaron con el estudio personal de los estudiantes/participantes, apoyado en documentos específicos, bibliografía complementaria y la realización de actividades de ejercitación.

Las guías del EOS fueron aplicadas a la secuencia/proyecto implementada durante el ciclo académico 2016, en primera instancia para el estudio del conocimiento matemático y posteriormente para el estudio del conocimiento didáctico para la enseñanza, con el fin de contextualizar y sistematizar los conocimientos matemáticos y didácticos disponibles. Del análisis y la reflexión sobre los objetos y significados emerge conocimiento común y especializado del contenido probabilidad, mientras que del análisis de los procesos matemáticos y didácticos emerge conocimiento pedagógico del contenido.

Si bien el conocimiento común del contenido tiene limitaciones, surgidas a partir de la advertencia de errores en las resoluciones de las tareas propuestas por los estudiantes/participantes, se evidencia disponibilidad de conocimiento especializado y pedagógico del contenido, a medida que se avanza en la realización de las tareas de la secuencia considerada en este estudio.

De esta manera el estudio describe los tipos de conocimientos probabilísticos, a la vez que permite confirmar una parte de la hipótesis *los tipos de conocimientos probabilísticos de los estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria de la UNPA-UASJ exceden el conocimiento común del contenido probabilidad.*

Por otra parte, si bien coexisten los significados de la probabilidad, tal como plantean Alsina y Vásquez (2015), en el estudio se concluye que los significados emergentes fueron en mayor medida el laplaciano e intuitivo, en menor medida el frecuencial.

El estudio describe en el capítulo IV los significados probabilísticos de los fututos docentes de primaria, acotado al caso de estudio. Confirmando parcialmente otra parte de la hipótesis *los significados probabilísticos de los futuros docentes de primaria de la UASJ–UNPA están asociados principalmente con los significados intuitivo, laplaciano y, en menor medida, al significado frecuencial.*

Así mismo dichos *significados surgen desde la recuperación de intuiciones probabilísticas*, por lo tanto resulta fundamental diseñar e implementar tareas que posibiliten la emergencia de estas intuiciones y trabajar desde esa recuperación para el abordaje de algunas nociones básicas de probabilidad. Permitiendo a los estudiantes avanzar no solamente en la competencia sino fundamentalmente en la compresión matemática. Considerando, como explicita Godino (2002), distintas y complementarias las nociones de competencia y compresión matemática, relacionados con los componentes operativos y discursivos del conocimiento, respectivamente. En tanto este estudio y otro previo como el Godino (op. cit.), entre otros, pusieron en evidencia carencias en el componente discursivo, donde el estudiante reconoce cómo hacer un tipo de tareas, tiene competencia o capacidad para hacerla, pero no comprende (o comprende parcialmente) el porqué de las técnicas que aplica.

Aportes, implicaciones y limitaciones del estudio

El estudio posibilitó la actualización del programa analítico del espacio curricular Didáctica de la Matemática de la UASJ–UNPA, incorporando, desde el año 2016 hasta la actualidad, la unidad temática a la Enseñanza de la Probabilidad.

Por otra parte, resultó imprescindible avanzar tanto en el desarrollo del conocimiento del contenido probabilidad, como del conocimiento pedagógico del contenido probabilidad, en síntesis contribuir al desarrollo del conocimiento matemático para la enseñanza (Ball; Hill; Schilling: 2008). Por este motivo se diseñó e implementó una propuesta de capacitación bajo el formato de ateneo denominado *El lenguaje del Azar*, destinado a estudiantes del Profesorado para la Educación Primaria y docentes en ejercicio, participando en su mayoría estudiantes del Profesorado. La actividad de capacitación se orientó a la recuperación de ideas intuitivas y procedimientos utilizados para la construcción/reconstrucción de conocimientos básicos de Probabilidad, a partir de instancias de anticipación, experimentación y verificación /corroboración. Las actividades propuestas recuperan contenidos básicos de probabilidad, con una inclusión genuina de las TIC, en términos de Maggio (2012).

Al momento de planificar las actividades de la experiencia se consideran las orientaciones de Batanero y Godino (2002):

- Estimular la expresión de predicciones sobre el comportamiento de estos fenómenos y los resultados, así como su probabilidad.
- Organizar la recogida de datos de experimentación de modo que los alumnos tengan posibilidad de contrastar sus predicciones con los resultados producidos y revisar sus creencias en función de los resultados.
- Resaltar el carácter imprevisible de cada resultado aislado, así como la variabilidad de las pequeñas muestras, mediante la comparación de resultados de cada niño o por parejas.

Para el desarrollo de la experiencia se definieron tres ejes de análisis:

- *Recuperación de la probabilidad como objeto de conocimiento*, a partir del desarrollo de dos juegos: Suma par o impar y Producto par o impar, previa distribución de fichas verdes (pares) y rojas (impares). A partir de los juegos propuestos se realizaron los cálculos de la probabilidad teórica y experimental; poniendo en evidencia la coexistencia de los significados laplaciano y experimental de la Probabilidad, en el sentido que plantean Alsina y Vásquez (2015).

- *Juegos de probabilidad con recursos digitales*, los juegos Suma par o impar y Producto Par o impar se desarrollaron con aplicaciones seleccionadas, instaladas y exploradas previamente por los participantes. Luego se trabajó con Dados personalizados, seleccionada por el equipo docente con la intención de habilitar la posibilidad de que surja la noción de sesgo, al permitir asignar valores personalizados en las distintas caras.

- *Probabilidad como objeto de enseñanza*, surge del análisis didáctico de fragmentos de Episodios de Aula. Los episodios recuperan las nociones de: no equiprobabilidad de los sucesos producto par e impar, a partir de observar que se obtienen con mayor frecuencia los productos pares en "grandes" cantidades de lanzamientos; probabilidad como estrategia ganadora, conocer/aproximar la probabilidad de que el producto sea par/impar garantiza ganar el juego; sesgo, a partir de la posibilidad de modificar el valor de las caras de los dados, inclusive repetir un determinado valor.

En relación a las limitaciones del estudio es necesario mencionar que el mismo podría complementarse aumentando el tamaño de la muestra inicial, considerando además como participantes a los estudiantes de otras unidades académicas de la UNPA.

Otra limitación del estudio fue la imposibilidad de realizar entrevistas personales a los participantes del estudio, esta información podría haber complementado la información recabada mediante la realización de las tareas de la secuencia/proyecto que guio la investigación. La extensión de la información recabada inicialmente, plasmada en la extensión del Anexo Tareas, influyó en un momento en la decisión de no realizar las entrevistas personales. En retrospectiva, dicha decisión limitó la complementariedad para la caracterización de los conocimientos probabilísticos en la formación inicial de docentes primaria.

Perspectivas de trabajo futuro

Algunas perspectivas futuras podrían focalizarse en lograr un trabajo colaborativo entre colegas de las distintas unidades académicas de la UNPA, en particular de los espacios curriculares Contenidos Escolares de la Matemática y Didáctica de la Matemática de la carrera Profesorado para la Educación Primaria, para:

- aunar criterios en el establecimiento de contenidos de probabilidad en la formación inicial;
- diseñar e implementar en Contenidos Escolares de la Matemática una secuencia de actividades tendientes a fortalecer la enseñanza de la probabilidad, desarrollando el conocimiento del contenido probabilidad;
- diseñar e implementar en Didáctica de la Matemática una secuencia de actividades tendientes a fortalecer la enseñanza de la probabilidad, desarrollando además del conocimiento del contenido, el conocimiento pedagógico del contenido probabilidad.

Otras perspectivas de trabajo futuro:

- Avanzar en el análisis de la Guía para para el Reconocimiento de Normas (GRN) y la Guía para la Valoración de la Idoneidad Didáctica (GVID), como apoyo para evaluar el proceso de estudio en cada una de las dimensiones epistémica, cognitiva-afectiva, instruccional (interacional, mediacional) y curricular/ ecológica (Batanero, Godino: 2008, p. 2).
- Extender el estudio a docentes en ejercicio de la escuela primaria, teniendo la posibilidad además de reestablecer el vínculo con graduados de la UNPA que se encuentren en ejercicio de la enseñanza de la Matemática.
- Elaborar materiales didácticos para el abordaje de contenidos de probabilidad en la formación inicial y continua de Docentes de Primaria, recuperando además de este estudio las Propuestas para el abordaje de la Probabilidad en distintos años de la Escuela Primaria.
- Avanzar en el conocimiento de los *Indicadores de Progresión de los Aprendizajes Prioritarios de Matemática* aprobados recientemente, en septiembre

de 2018, por el Consejo Federal de Educación de la Nación mediante la Resolución CFE N° 342/18 y el *Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática* del Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación, para analizar su futura implementación en las escuelas primarias de la Provincia de Santa Cruz y su articulación con la formación de docentes del nivel. Atendiendo a que este marco plantea entre los saberes matemáticos:

> comprender la idea de probabilidad, presente en informaciones periodísticas, médicas, económicas y en juegos de azar; el reconocimiento de la incertidumbre, tratar datos y usar el conteo, la medición, la comparación como herramientas de cuantificación de la incertidumbre para establecer qué podría suceder —construcción de conjeturas— y tomar decisiones en escenarios inciertos. (p. 28)

Una reflexión final

En ocasiones, con intención de mejorar los procesos de enseñanza y aprendizaje de la Matemática en general, y de la Probabilidad en particular, se adoptan o definen nuevos enfoques o modelos. Sin embargo, si quienes nos dedicamos a la enseñanza de la Matemática aprendemos a mirar a la Matemática y a la Probabilidad con otros ojos, eso posibilitaría que los futuros docentes de primaria tengan la oportunidad de re-significar contenidos matemáticos y probabilísticos e iniciar un camino donde sea posible relacionarse con la Matemática de otra manera, viabilizando un cambio positivo en los procesos de enseñanza y de aprendizaje; en tanto "El verdadero viaje de descubrimiento no consiste en buscar nuevos paisajes, sino en tener nuevos ojos" (Marcel Proust).

Referencias Bibliográficas

Alsina, A. y Vásquez, C. (2015). *La enseñanza de la probabilidad en Educación Primaria: el currículo vs el libro de texto*. Recuperado el 10 de septiembre de 2016, de 17 Jornadas sobre el Aprendizaje y la Enseñanza de las Matemáticas: http://17jaem.semrm.com/aportaciones/n83.pdf

Ball, D., Hill, H. y Bass, H. (2005). *Knowing mathematics for teaching : Who knows mathematics well enough to teach third grade, and how can we decide?* Recuperado el 17 de octubre de 2014, de American Federation of Teachers: http://www.aft.org//sites/default/files/periodicals/BallF05.pdf

Batanero, C. y Godino, J. (2002). *Estocástica y su Didáctica para Maestros. Proyecto Edumat - Maestros*. Recuperado el 22 de septiembre de 2014, de Universidad de Granada: http://www.ugr.es/~jgodino/edumat-maestros/

Batanero, C. y Godino, J. (2008). *Formación de Profesores de Matemática basada en la reflexión guiada sobre la práctica*. Universidad de Granada. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática: http://www.seiem.es/docs/comunicaciones/GruposXII/cdpp/GodinoYBatanero.pdf

Batanero, C., Cañizares, J. y Godino, J. (1998). *Azar y Probabilidad.* Madrid, España: Síntisis.

Chevallard, Y. (2005). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado.* Buenos Aires, Argentina: Aique.

Consejo Provincial de Educación. (2004). *Diseño Curricular para la Educación General Básica*. Recuperado el 05 de noviembre de 2013, de Dirección General de Gestión Privada, Santa Cruz: http://dpegp.files.wordpress.com/2011/05/disenoegb.pdf

Consejo Provincial de Educación (2009). Diseño Curricular Provincial para la Formación Docente Inicial. Profesorado de Educación Primaria. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de Instituto Provincial de Educación Superior, sede Río Gallegos: https://ipesrg-scr.infd.edu.ar/sitio/profesorado-en-educacion-primaria/upload/dise%F1o%20curricular%20profesorado%20primaria%20SC%20DEFINITIVO.pdf

Consejo Provincial de Educación. (2016). *Diseño Curricular para la Educación Primaria*. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de Consejo Provincial de Educación Provincia de Santa Cruz: http://www.educacionsantacruz.gov.ar/images/Otros_Doc_Y_Normativas/2016/Diseno_Curricular/2/primaria/2_DC_Primaria_Matematica.pdf

García, V.; Malik de Tchara, C.; Martínez, N. (2016) *Compartiendo experiencias de prácticas probabilísticas en el Nivel Primario con la inclusión de las TICS.* Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de Reunión Pampeana de Educación Matemática, Universidad de La Pampa:

http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/descargas/MemoriasVIREPEM2016_completas.pdf

García, V.; Malik de Tchara, C.; Martínez, N.; Gallardo, D.; Zalazar Morais, E.; Marcucci, N. (2016) *La investigación de prácticas probabilísticas aplicada en la Formación Docente.* Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de Reunión Pampeana de Educación Matemática, Universidad de La Pampa: http://repem.exactas.unlpam.edu.ar/descargas/MemoriasVIREPEM2016_completas.pdf

Godino, J. (2002). *Un Enfoque Ontológico-Semiótico del Conocimiento y la Instrucción Matemática*. Recuperado el 16 de octubre de 2014, de Universidad de Granada: http://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/04_enfoque_ontosemiotico.pdf

Godino, J. (2002). *Perpectiva ontesemiótica de la competencia y comprensión matemática.* Recuperado el 25 de septiembre de 2016, de Universidad de Granada: https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/competencia.pdf

Godino, J. (2013). *Diseño y análisis de tareas para el desarrollo del conocimiento didáctico-matemático de profesores*. Recuperado el 25 de septiembre de 2016, de Universidad de Granada: https://www.ugr.es/~jgodino/eos/Godino_2013_Dise%F1o_tareas.pdf

Godino, J. (2014). *Síntesis del enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática: motivación, supuestos y herramientas teóricas.* Recuperado el 25 de septiembre de 2016, de Universidad de Granada: http://www.ugr.es/local/jgodino/eos/sintesis_EOS_24agosto14.pdf

Godino, J., Batanero, C. y Font, V. (2009). *Un enfoque ontosemiótico del conocimiento y la instrucción matemática.* Recuperado el 25 de septiembre de 2016, de Universidad de Granada: https://www.ugr.es/~jgodino/funciones-semioticas/sintesis_eos_10marzo08.pdf

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la Invetigación.* México: Mc Garw Hill.

Hernández Sampieri, R., Fernández Collado, C. y Baptista Lucio, P. (2006). *Metodología de la investigación* (4ta ed.) [CD-ROM]. México: Mc Graw Hill.

Hill, H., Ball, D. y Schilling, S. (2008). *Unpacking Pedagogical Content Knowledge: Conceptualizing and Measuring Teachers´ Topic-Specific Knowledge of Students*. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de Semantics Scholar: https://pdfs.semanticscholar.org/9a72/f2765a4e0880a413f32e0a7ddc7e53046b60.pdf

Hisse, M. (coord.) (2009). Recomendaciones para la elaboración de Diseños Curriculares. Profesorado de Educación Primaria. Recuperado el 20 de septiembre de 2017, de Biblioteca Nacional de Maestros: http://www.bnm.me.gov.ar/giga1/documentos/EL001108.pdf

Maggio, M. (2012). Enriquecer la enseñanza. Los ambientes con alta disposición tecnológica como oportunidad. Buenos Aires: Paidós.

Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación (2018). Marco nacional para la mejora del aprendizaje en Matemática. Recuperado el 04 de diciembre de 2018, de Ministerio de Educación, Cultura, Ciencia y Tecnología de la Nación Argentina:https://www.argentina.gob.ar/educacion/convocatorias/universidad-cultura-sociedad

Ponce, H. (2000). Probabilidades: de lo imposible, lo incierto, lo probable y lo seguro. En *Enseñar y Aprender Matemática. Propuestas para el segundo ciclo* (págs. 57-64). Buenos Aires: Novedades Educativas.

Universidad Nacional de la Patagonia Austral (2010) Resolución Nro. 171/10-CS-UNPA. Recuperado de Universidad Nacional de la Patagonia Austral: http://www.unpa.edu.ar/sites/default/files/planes/Profesorado%20para%20la%20Educacion%20Primaria%20(084)_Res%20Nro%20171-10%20CS_PE.pdf

Apéndice: TAREAS

En este apéndice se incluyen las resoluciones de las tareas realizadas por los participantes, consideradas para realizar este estudio.

Tarea 1: Foro Problemas de Probabilidad

Tu participación en este Foro requerirá cuatro (4) instancias:

1. Debes incorporar una situación problemática de Probabilidad, con el formato "Problema N°..." (utilizar secuencia creciente según orden de aparición). **Miércoles 17 de agosto**
2. Debes resolver un (1) problema de los propuestos -no el propio- y que no haya sido resuelto hasta el momento. **Miércoles 17/ jueves 18 de agosto**
3. Debes corregir la resolución del problema de tu tema iniciado y hacer la devolución fundada a tu compañero. **Jueves 18/Viernes 19 de agosto/ extendido Lunes 22 de agosto**
4. Finalmente debes tomar conocimiento de la corrección y devolución fundada de lo por vos resuelto. **Viernes 19 de agosto/ extendido Lunes 22 de agosto**

IMPORTANTE:

*Cada estudiante propone y corrige su (una) situación problemática y resuelve otra

*La corrección con devolución fundada requiere sustento teórico

Foro abierto a todos

Añadir un nuevo tema de discusión

Tema	Comenzado por	Réplicas	No leído	Último mensaje
PROBLEMA N°15	Participante W	4	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema n°8	Participante R	4	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
PROBLEMA 14	Participante T	2	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº 17: "Jugando con cartas"	Participante Q	4	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº4	Participante K	3	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº 6 "Al recreo"	Participante N	6	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Re: Problema Nº 18	Participante I	2	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema 11	Participante C	4	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº 16	Participante H	3	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
problema nro1	Participante D	3	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016

Problema nº 7	Participante Z	3	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº 5: En una mano de Truco	Participante M	4	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
problema 12	participante L	5	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº19	Participante G	1	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema N 3	Participante B	3	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº10	Participante A	5	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº2 Cd de música	Participante V	4	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº9	Participante E	3	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016
Problema Nº 13 rifa en la escuela	Participante F	4	0	GARCIA VALERIA LOU vie, 26 de ago de 2016

---

problema nro1

de Participante D - *miércoles, 17 de agosto de 2016, 16:17*

Buenas tardes profesoras, compañeros; dejo primer aporte del día, para ello, planteo el siguiente problema....

problema Nº1: "*Una familia tiene cuatro perros, un dálmata, un pequinés, un salchicha y un ovejero, que cuando llueve duermen en dos cuchas grandes, una roja y una azul.*

a. ¿De cuántas formas diferentes pueden dormir en las dos cuchas? (puede quedar alguna cucha vacía). Por ejemplo: el ovejero, el pequinés y el salchicha pueden dormir en la cucha roja y el dálmata en la azul.

b . Si ninguno de ellos mostró preferencia por alguna cucha, ¿cuál es la probabilidad de que el dálmata y el ovejero elijan la cucha azul? ¿Y de que elijan la cucha roja? ¿Y de que elijan la misma cucha?

c. ¿Hay diferencias entre las tres preguntas anteriores? ¿Dónde pueden estar los otros dos perros, en cada caso?"

EXTRAIDO DE www.educ.ar

Re: problema nro1

de Participante A - *jueves, 18 de agosto de 2016, 16:18*

Estimados docentes

Aquí dejo mi segunda intervención, con la resolución del siguiente problema:

De cuantas formas diferentes pueden dormir los perros:

Cucha Roja	Cucha Azul
Dálmata y pequinés	Ovejero y salchicha
Pequinés y salchicha	Dálmata y ovejero
Dálmata y ovejo	Pequinés y salchicha
Dálmata y salchicha	Ovejero y pequinés
Ovejero y pequinés	Dálmata y salchicha
Dálmata, pequinés y ovejero	Salchicha
Salchicha	Dálmata, pequinés y ovejero
Pequinés, salchicha y ovejo	Dálmata
Dálmata	Pequinés, salchicha y ovejero
ovejero	Pequinés, salchicha y dálmata
Pequinés, salchicha y dálmata	Ovejero
Pequinés, salchicha, dálmata y ovejero	vacía
Vacía	Pequinés, salchicha, dálmata y ovejero

a) Pueden dormir de 13 maneras diferentes.

b) El ovejero puede 6 veces elegir la cucha roja y 7 la cucha azul y el Dálmata 7 veces puede elegir la cucha y 6 veces la cucha azul y 6 veces que elijan la misma cucha

c) Si hay diferencia entre las preguntas porque las cuchas son de diferente color y se pueden distinguir

Hasta aquí mi aporte

Re: problema nro1

de Participante D - *viernes, 19 de agosto de 2016, 05:32*

Buen dia ; la respuesta que yo había encontrado es que...

a. ¿De cuántas formas diferentes pueden dormir en las dos cuchas? (puede quedar alguna cucha vacía). Por ejemplo: el ovejero, el pequinés y el salchicha pueden dormir en la cucha roja y el dálmata en la azul.

CUCHA ROJA	CUCHA AZUL
Vacia	Dálmata, pequinés, salchicha, ovejero
Dálmata	Pequinés, salchicha, ovejero
Dálmata, pequinés	Salchicha, ovejero
Dálmata, pequinés, salchicha	ovejero
Dálmata, pequinés, ovejero	salchicha
Dálmata, salchicha,	Pequinés, ovejero
Dálmata, salchicha, ovejero	pequinés
Dálmata, ovejero	Salchicha, pequinés
Pequinés,	Dálmata, salchicha, ovejero
Pequinés, ovejero	Dálmata, salchicha
Pequinés, salchicha	Pequinés, ovejero
Pequinés, ovejero, salchicha.	dálmata
Salchicha	Dálmata, pequinés, ovejero
Salchicha, ovejero	Dálmata, pequinés
Ovejero	Dálmata, pequinés, salchicha
Salchicha, pequines	Dálmata, ovejero
Dálmata, pequinés, salchicha, ovejero	vacía

Yo había hecho este cuadro, encontré 16 formas de dormir en cada cucha, sin contar el perro llamado “vacio”… lo tanto; podemos decir que hay 32 formas de dormir repartidas entre ambas cuchas…

B) ***Si ninguno de ellos mostró preferencia por alguna cucha, ¿cuál es la probabilidad de que el dálmata y el ovejero elijan la cucha azul? ¿Y de que elijan la cucha roja? ¿Y de que elijan la misma cucha?***

CUCHA ROJA	CUCHA AZUL
Vacía	**Dálmata, pequinés, salchicha, ovejero**
dálmata	Pequinés, salchicha, ovejero
Dálmata, pequinés	Salchicha, ovejero
Dálmata, pequinés, salchicha	ovejero
Dálmata, pequinés, ovejero	salchicha
Salchicha, pequines	**Dálmata, ovejero**
Dálmata, salchicha,	Pequinés, ovejero
Dálmata, salchicha, ovejero	pequinés
Dálmata, ovejero	Salchicha, pequinés
Pequinés,	**Dálmata, salchicha, ovejero**
Pequinés, ovejero	Dálmata, salchicha
Pequinés, salchicha	Pequinés, ovejero
Pequinés, ovejero, salchicha.	dálmata
salchicha	**Dálmata, pequinés, ovejero**
Salchicha, ovejero	Dálmata, pequinés
ovejero	Dálmata, pequinés, salchicha
Dálmata, pequinés, salchicha, ovejero	vacía

De las 16 maneras posibles; están marcadas en negrita las 4 posibilidades en que se encuentran dálmata y ovejero; P(dálmata ovejero…) = 4/16. O sea hay un 25% de probabilidades de que el dálmata y el ovejero se crucen en algún momento para compartir la cucha azul

Lo mismo para la cucha azul… están en negrita, la misma fórmula.

De que solo ellos dos elijan la misma cucha hay un caso en 16 posibilidades… O sea, P (solo dálmata ovejero) = 1/16. O sea, hay un 6.25% de probabilidades que se encuentren solo ellos dos en la misma cucha

c. ¿Hay diferencias entre las tres preguntas anteriores?

> *La pregunta primera y segunda no tiene respuesta diferente, salvo que cambian de color de cucha….*
>
> ***¿Dónde pueden estar los otros dos perros, en cada caso?"***
>
> *Los otros dos perros se encuentran en la cucha del otro color. (o fuera de las dos cuchas)*

Re: problema nro1

de **GARCIA VALERIA LOURDES** *- viernes, 26 de agosto de 2016, 19:10*

- **Participante D**

Comparte en el tema problema N° 1 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de combinaciones entre perros de diversas razas y cuchas de diferentes colores. Indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema N° 18, aplicar la fórmula de Laplace para el cálculo de probabilidades.

No realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , sino que presenta su resolución del problema.

Calificación: Aprobado – 6 (seis)

Problema N°2 Cd de música

de Participante V *- miércoles, 17 de agosto de 2016, 16:54*

Buenas tardes, acá les dejo un problema:

En un sorteo tres amigos ganaron 25 CDs de su música preferida.

Para repartírselos, resolvieron que el azar decida por ellos: arrojan dos monedas y, según cómo caigan, se reparten los discos. Martín se quedará con un disco si salen dos caras; Diego, si sale una cara y otra cruz, y Mauro, si salen dos cruces. La experiencia la repiten 25 veces.

¿Alguno de ellos tiene mayor probabilidad de ganar que los otros?

Bibliografía: Mariné Andres y autores varios.(2011). *Matemática I.* Buenos Aires. Editorial Santillana.

Quedo al pendiente.

Re: Problema N°2 Cd de música

de Participante N *- miércoles, 17 de agosto de 2016, 20:39*

Hola, Creo que una solución posible es la que dejo aquí, igualmente tengo la duda si los amigos tiran 25 veces cada uno? o la cantidad de veces total que tiran es de 25? porque habría que ver en qué orden lo hacen ya que puede ser que no tiren los tres la misma cantidad de veces, lo que daría diferente probabilidad de ganar al que mas veces tire.

Solución:

Los amigos tienen la misma probabilidad de ganar ya que el experimento es tirar las dos monedas y que salgan los dos lados de la moneda que cada uno eligió. Podemos corroborarlo utilizando la fórmula de Laplace que indica que la probabilidad de un suceso es igual a los casos favorables sobre los casos posibles:

P: casos favorables

casos posibles

Al realizar la operación y pasarlo a decimal el número que obtenemos debe dar entre 0 y 1donde 0 significa que el suceso es imposible y 1, que el suceso es seguro.

En este caso, para Martín, el experimento aleatorio es tirar dos monedas y que salgan dos caras, llamaremos Suceso 1:

S1= 1 = 0,04

25

En el caso de Diego, llamamos Suceso 2 (S2), el experimento aleatorio es tirar dos monedas y que salga una cara y una cruz.

S2: 1 = 0,04

25

En el caso de Mauro el experimento aleatorio es tirar dos monedas 25 veces y que salga dos cruces. Llamaremos Suceso 3 (S3)

S3= 1 = 0,04

25

Re: Problema Nº2 Cd de música

de Participante V - *miércoles, 17 de agosto de 2016, 21:28*

Buenas noches ,

En primer lugar señalar que al arrojar dos monedas las posibilidades son:

cara cara - cara cruz- cruz cara - cruz cruz

Entonces los casos posibles serían 4.

Martín debe sacar cara cara y hay solo una posibilidad que salga eso por lo tanto aplicando la regla de Laplace la regla de Laplace (tal como indicaste vos pero con casos posibles 4) la probabilidad es de 0,25.

Asi también será el caso de Mauro que tiene que sacar cruz cruz, hay una sola posibilidad, dejando su probabilidad en 0,25.

En cambio Diego, debe sacar cara- cruz o cruz cara ya que el planteo no especifica el orden de las monedas, sus casos favorables son dos sobre cuatro casos posibles, dejando su probabilidad en 0,5.

También aclarar que las 25 veces, son por los 25 cds.

Bueno hasta aqui estariamos.

Re: Problema Nº2 Cd de música

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:02*

- Participante V

Comparte en el tema Problema Nº 2 Cd´s de música el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en el reparto de colección de CD´s que ganó un grupo de amigos. Indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el problema Nº 4, aplicando la fórmula de Laplace para el cálculo de probabilidades.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra en los aportes de la compañera y la fundamentación teórica de los procedimientos empleados, tendientes a consignar algunas interpretaciones erróneas que llevan a resultados incorrectos.

Calificación: Aprobado – 10 (diez)

Problema N 3

de Participante B - *miércoles, 17 de agosto de 2016, 17:36*

Buenas tardes profesoras y compañeras, les dejo mi aporte:

"En una ciudad hay dos compañías de taxis verdes y azules. el 85 por ciento son verdes y el 15 por ciento son azules. Uno de estos coches se ve implicado en un accidente de tránsito, y un testigo declara que el taxi era azul. Datos anteriores sobre la veracidad de la identificación hecha por testigos, indican que el 80 por ciento de los casos, esta identificación de color son correctas, pero que el 20 por ciento son incorrectas.?Cuál es la probabilidad de que el coche del accidente sea azul?

Bibliografía: Díaz Godino Juan y otros. Azar y probabilidad. Cap. 1 pág.50

Saludos cordiales

Re: Problema N 3

de Participante K *miércoles, 17 de agosto de 2016, 18:10*

Buenos dias, aqui mi aporte al problema.

Si sumamos el total de porcentaje de los taxis, el 85% y el 15%, obtenemos un total del 100%.
Por lo tanto podremos calcular diciendo que hay 100 taxis, 85 son verdes y 15 son azules.

En este caso podremos decir que la probabilidad que el coche del accidente sea el azul es de un 7% (100/15=6,6-7).

Hasta aqui mi aporte.

Re: Problema N 3

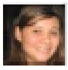
de Participante B - *jueves, 18 de agosto de 2016, 22:36*

Buenas noches profesoras y compañeras:

Corrección del problema planteado: En el caso de este problema el universo a analizar es el 15% (autos azules) porque un testigo refiere que el auto que participa es azul, por lo que quedan excluidos los verdes. De ese total de autos azules se excluye el 20 % por un error en la identificación del color.

Los datos a tener en cuenta son 15 autos azules de los cuales se reduce a un 20% de ellos. Ese porcentaje da 3 por lo que también es el total a analizar para encontrar su probabilidad, que será 1/3 casos favorables sobre casos posibles.

Saludos cordiales.



Re: Problema N 3

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:05*

- Participante B

Comparte en el tema Problema 3 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidad condicionada. Indica la fuente de consulta del problema. Resuelve el problema N° 8, identificando la cantidad de casos favorables y posibles, para calcular posteriormente la probabilidad mediante la fórmula de Laplace. No realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , sino que presenta su resolución del problema, como corrección del problema planteado. Calificación: Aprobado – 6 (seis)

Problema Nº4

de Participante K - *miércoles, 17 de agosto de 2016, 17:57*

Buenos dias, aqui comparto el siguiente problema.

Marcos y Mariana hicieron una apuesta. Para llevar acabo la misma realizan el siguiente juego:
En una bolsa hay 300 bolas de telgopor de diferentes colores, 58 blancas, 122 verdes y 120 azules; ambos deben sacar, sin mirar, una bola, repitiendose por cada uno 10 veces.

Para el mismo Marcos eligio bolas blancas y Mariana bolas verdes.

¿Que porcentaje de chances tiene Mariana de sacar bolas verdes? ¿Y Mariano bolas blancas?

¿Quien tiene mas chances de ganar la apuesta?

Re: Problema Nº4

de Participante V - miércoles, 17 de agosto de 2016, 21:30

Buenas noches! Dejo mi resolución.

Para poder obtener el porcentaje de posibilidades que tienen tanto Marcos como Mariana es apropiado aplicar la regla de Laplace que sirve para estimar las posibilidades de que acontezca un suceso elemental equiprobable en un evento aleatorio.

Su fórmula es la siguiente:

P (A)= casos favorables

casos posibles

En el caso de Marcos:

58 = 0,19

300

19,3 %

En el caso de Mariana:

122 = 0,40

300

40 %

Rta:

Marcos tiene 19,3 % de probabilidades de ganar la apuesta y Mariana tiene 40 % de probabilidades de ganar.

Mariana tiene más posibilidades de ganar.

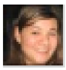
Re: Problema Nº4

de participante K - lunes, 22 de agosto de 2016, 19:46

Buenas noches.

Coincido con mi compañera, tanto en el resultado al que arribo, como con la teoría apllicada para su posterior resolución. Ya que para hayar la probabilidad de quien tiene mas chances de ganar, si Marcos o Mariana necesitamos utilizar la formula de Laplace; se emplea una fracción, donde el numerador es el numero de casos favorables y el denominador el numero de casos posibles. Aqui veremos el porcentaje que tienen de sacar cada uno mas bolas blancas o verdes.

Hasta aquí mi aporte, saludos.



Re: Problema Nº4

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:14*

- Participante K

Comparte en el tema Problema Nº 4 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en la extracción de una bolita de telgopor de diferentes colores. No indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el problema 03, aunque la respuesta dada no es correcta, en tanto se resuelve aplicando datos que no forman parte del enunciado del problema.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra en los aportes de la compañera y la fundamentación teórica de los procedimientos empleados.

Calificación: Desaprobado – 3 (tres)

Problema Nº 5: En una mano de Truco

de Participante M - *martes, 23 de agosto de 2016, 11:39*

Buenas tardes, comparto con ustedes el siguiente problema de Probabilidad:

En una mano de truco.

1. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una flor (tres cartas del mismo palo)?
2. ¿Cuál es la probabilidad de tener tres figuras (10, 11 o 12)?
3. ¿Cuál es la probabilidad de sacar el as de espadas y el de bastos?

Bibliografía: Carpeta de Matemática 2: Polimodal (2005). Cuadernillo 6. Carlo Abdala – Luis Garaventa – Mónica Real. Editorial Aique.

Re: Problema Nº 5: En una mano de Truco

de Participante L - *martes, 23 de agosto de 2016, 11:39*

La resolución para el problema 4 es:

1.- En la mano de truco debo obtener 3 cartas del mismo palo. Como los palos son 4, debo considerar un palo de los 4 y del palo seleccionado tomar 3 cartas. Esto en cuanto a la consideración de casos favorables. En cuanto a los casos posibles de las 40 cartas tomaré 3.

Trabajo con combinaciones porque no me interesa el orden en el que recibí las cartas. La probabilidad me da 0, 0486.

2.- Serían muchos los casos a considerar, pues me puede tocar en la mano un 10, dos 10 o tres 10, como también un 10 y dos 11, etc.

Considero oportuno realizar el cálculo por el complemento. Entonces saco la posibilidad que salga un 10, un 11 y un 12. Como hay 4 cartas con un 10, 4 cartas con un 11 y 4 cartas con un 12. Saco estas 12 cartas y me quedo con 28 cartas de las cuales sacaré 3 para los casos favorables, en cuanto a los casos posibles sigo considerando de las 40 cartas. La probabilida resultante me da 0,6684

3.-Para determinar la probabilidad que salga un as de espada y un as de bastos y la otra carta puede ser cualquiera de los otros 2 palos (20 cartas). La probabilidad resultante es 0,2024

Re: Problema Nº 5: En una mano de Truco

de Participante M - *martes, 23 de agosto de 2016, 11:40*

¡Buenas noches! Comparto con ustedes mi resolución con respecto al Problema Nº4: En una mano de truco.

Estimada , te propongo detallar en profundidad los cálculos que realizaste en los puntos 2 y 3 porque como podrás observar, hemos llegado a diferentes resultados y sería interesante saber por qué ¿No te parece?

1º. En el primer punto llego al mismo resultado que Liliana.

Si tenemos 4 palos de 10 cartas cada palo, es decir 40 cartas en total. Como la primera carta sale sola, tenemos que sacar 3 cartas del mismo palo. Por lo tanto, podemos plantear lo siguiente:

La segunda carta tiene una posibilidad de 9/39 es decir 0,23 y la tercera de 8/38 es decir 0,21.

Luego se multiplican: (0,23) x (0,21) = 0,048

2º. En este punto tenemos diferentes resultados y perspectivas para resolver el problema.

Tenemos 4 palos con 3 cartas cada uno que tienen figuras = 12.

Para sacar la primer figura tenemos la probabilidad de 12/40= 0,3 (tomamos como número de casos posibles 40 y número de casos favorables 12).

Para sacar la segunda figura consideramos: 11/39 = 0.28 teniendo en cuenta que del maso nos quedarian solo 39 cartas, de las cuales 11 son figuras.

Para sacar la tercer figura consideramos: 10/38= 0.26 teniendo en cuenta que del maso nos quedarían solo 38 cartas, de las cuales 10 son figuras.

Por ultimo para calcular la probabilidad multiplicamos: (0.3) x (0.28) x (0.26) = 0.02

3º. En este punto también tenemos diferentes resultados y perspectivas para resolver el problema.

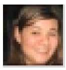
Para determinar la probabilidad de que salga un as de espada y un as de bastos, tenemos en cuenta que al tirar las cartas tenemos 3 posibilidades en 40 cartas de que te toque el as de espadas y el as de bastos. Es decir: 3/40= 0.075.

Pero no podemos olvidar que de esas 40 cartas 2 corresponden al as de bastos y al as de espada, por lo tanto: 2/37 porque suponemos que ya entregamos una carta (es por eso que el número de casos posibles deja de ser 40 y pasa a ser 37).

Entonces el cálculo seria: (3/40) x (2/37) = 0.004

Quiero pedirles a las Profesoras que me corrijan el ejercicio, porque de donde copie el problema no aparece el procedimiento para su resolución, solo figuran los resultados finales.

Comparando los resultados de con los míos, se pueden observar dos posturas diferentes frente al mismo problema, sobre todo en los puntos 2 y 3.



Re: Problema Nº 5: En una mano de Truco

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:08*

- Participante M

Comparte en el tema Problema Nº 05: En una mano de truco el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en el juego del truco. Indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el problema Nº 09, identificando cantidad de casos posibles y favorables para aplicar la fórmula de Laplace, plantea además una comparación de probabilidades.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra en su propia respuesta, aunque plantea la posibilidad de que pueda ampliar el desarrollo de sus respuestas, para facilitar la comparación entre diversas respuestas.

Calificación: Aprobado – 9 (nueve)

Problema Nº 6 "Al recreo"

de Participante N - *miércoles, 17 de agosto de 2016, 20:18*

Hola, profesoras y compañeros/as..... dejo aquí el problema que seleccioné:

En una clase de 27 alumnos y alumnas, por cada 5 niñas hay 4 niños. ¿Cuál es la probabilidad de que la primera persona que salga al recreo, tras el profesor, sea una niña?

Bibliografía: Godino, J. D. (Director) (2004). *Matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-933517-2-5. [422 páginas; 10,1 MB] (Recuperable en http://www.ugr.es/local/jgodino/edumat-maestros/)

Re: Problema Nº 6 "Al recreo"

de Participante Z - *jueves, 18 de agosto de 2016, 22:23*

Buenas noches

Dejo mi segundo aporte

Probabilidad = casos favorable

Casos posibles

Casos posibles= 27 alumnos

Casos favorables= 10 niñas

Probabilidad = 27/10 = 2.7

saludos

Re: Problema Nº 6 "Al recreo"

de Participante N - *lunes, 22 de agosto de 2016, 20:27*

Hola, Graciela, al resolver el problema obtuve una solución diferente a la tuya.....

En primer lugar, me faltaban datos para la fórmula: cuántas niñas y cuantos niños habian?..... no caí en la cuenta de qué modelo matemático utilizar para encontrar la incógnita pero lo hice tanteando de la siguiente manera: si cada 5 niñas habían 4 niños entonces, fui sumando 5 y 4 hasta que me dió la cantidad de 27. Eso me dió un total de 15 niñas y 12 niños.

Pude observar que a vos te dió 10 niñas.... ¿cómo lograste ese dato?

Luego de saber la cantidad específica de niños y niñas, utilicé la fórmula de Laplace que me dió los siguientes resultados (Pn es la probabilidad de que salga una niña y Pv es la probabilidad que salga un varón)

Pn= 15 = 0,56

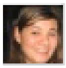
27

Pv= 12 = 0,44

27

Entonces la probabilidad de que salga una niña en primer lugar al recreo, luego del profesor, es de 0,56. Es decir 56%

Por otro lado, según la bibliografía de la materia, el resultado de una probabilidad debe dar entre 0 y 1 , donde 0 equivale a un suceso imposible y 1 a un suceso seguro... los números entre ellos son sucesos posibles.



Re: Problema Nº 6 "Al recreo"

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:13*

- Participante N

Comparte en el tema Problema Nº 6 “Al recreo” el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en la salida al recreo. Indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el problema 02, aunque la respuesta dada es parcialmente correcta, en tanto Diego tiene el doble de chances de ganar que sus amigos, porque no importa el orden en que obtenga una cara y una cruz, en consecuencia tiene dos de cuatro posibilidades de ganar.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra en su respuesta al problema, en comparación con la intervención de la compañera, fundamentando que la probabilidad varía entre 0 y 1, lo que inmediatamente debería llamar la atención del resultado propuesto

Calificación: Aprobado – 8 (ocho)

Problema nº 7

de Participante Z - *miércoles, 17 de agosto de 2016, 21:20*

Buenas tardes, dejo mi primera intervención:

En un juego de naipes Francisco debe levantar uno de los cuatro que están dados vueltas.

Si saca el valor mayor, gana .

Los valores (que no son visibles a los jugadores) son 2,4,5,10.¿ Qué probabilidad tiene de sacar el 10?

Re: Problema nº 7

de Participante R - *viernes, 19 de agosto de 2016, 00:06*

Buenas noches profesora y compañeros. Resolveré el problema nº 7. La respuesta es: ¼= 0,25. Probabilidad= casos favorables / casos posibles. Saludos cordiales.

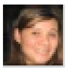
Re: Problema nº 7

de Participante Z - *lunes, 22 de agosto de 2016, 12:03*

Buenas dias profesora y compañeros:

El problema realizado por mi compañera esta bien resuelto. Quizas hubiera sido mas correcto que siga los pasos del problema.

Saludos Cordiales!



Re: Problema nº 7

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:08*

- Participante Z

Comparte en el tema Problema Nº 7 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar al extraer una carta de un mazo de naipes. No indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema 6, aunque la respuesta dada no es correcta, en tanto la probabilidad es una medida de posibilidad de ocurrencia de un suceso aleatorio, que varía entre 0 y 1. Se presentan dos problemas uno está relacionado con la cantidad de niñas y el otro en el mal empleo de la fórmula de Laplace.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , solamente indica que la respuesta de la compañera es correcta, sin fundamentación teórica.

Calificación: Desaprobado – 2 (dos)

Problema n°8

de Participante R - *miércoles, 17 de agosto de 2016, 22:55*

Buenas noches profesora y compañeros. Este es mi primer aporte: Barajamos bien un mazo de 40 cartas españolas, si las dejamos boca abajo sobre la mesa. ¿Cuál es la probabilidad de que la carta que se encuentre arriba sea el as de oro? Fuente: Probabilidad y Estadística. Cómo trabajar con niños y jóvenes. Ana.P.de Bressan- Oscar Bressan. Saludos cordiales.

Re: Problema n°8

de Participante B - *jueves, 18 de agosto de 2016, 11:07*

Buenos días Profesoras y compañeras:

Si bajamos un mazo de 40 cartas la probabilidad de que la carta elegida sea el as es de 1/40 casos favorables/ casos posibles.

Re: Problema n°8

de Participante R - *domingo, 21 de agosto de 2016, 21:57*

Buenas tardes profesora y compañeros.

Mi respuesta a la compañera es la siguiente:

Como las cartas están bien barajadas el as puede estar en cualquier ubicación, por lo tanto la probabilidad de que se encuentre arriba es de una en cuarenta veces.

Probabilidad de que el as de oro se encuentre arriba de todas: 1/40=0,025.

Casos favorables/casos posibles.

Por lo tanto coincido con su respuesta.

Saludos cordiales.

Re: Problema n°8

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:17*

- Participante R

Comparte en el tema Problema N° 8 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar al extraer una carta de un mazo de naipes. Indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema 7, aplicando la fórmula de Laplace para el cálculo de la probabilidad solicitada.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , solamente indica que la respuesta de la compañera es correcta, presentando la correspondiente fundamentación teórica.

Calificación: Aprobado – 9 (nueve)

Problema N°9

de Participante E - miércoles, 17 de agosto de 2016, 23:38

Buenas noches profesora y compañeros. A continuación dejo mi problema.

Buscar la probabilidad de que al tirar un dado salga:

- Un número par
- Un multiplo de tres
- Mayor que cuatro

Re: Problema N°9

de Participante M - jueves, 18 de agosto de 2016, 13:01

Estimados: comparto con ustedes la resolución del Problema N°9 propuesto por mi compañera

Problema N°9

Buscar la probabilidad de que al tirar un dado salga:

En cada uno de los ítems a resolver considero como:

Casos Posibles: {1, 2, 3, 4, 5, 6}

a) Un número par

Casos Favorables: {2, 4, 6}

P (par)= 3/6 = ½

b) Un múltiplo de tres

Casos Favorables: {3, 6}

P (múltiplo de 3)= 2/6= 1/3

c) Mayor que cuatro

Casos Favorables: {5, 6}

P (>4)= 2/6 = 1/3

A modo de cierre podría decir, que hay mayor probabilidad de que salga un número par. En cambio existe la misma posibilidad de que salga un número múltiplo de 3 o mayor que cuatro.

Re: Problema N°9

de Participante E - sábado, 20 de agosto de 2016, 19:41

Buenas tardes profesora y compañeros.

A continuación dejo mi devolución a Mariné.

Coincido con el proceso de Mariné. En su desarrollo se observa que aplica la fórmula de Laplace la cual define la probabilidad del suceso, como el cociente entre el número de resultados favorables a que ocurra el suceso en el experimento y el número de resultados posibles del experimento.

P: casos favorables

Casos posibles

En este caso se trata de un dado de seis caras numeradas del uno al seis, los sucesos serían: que salga un uno; que salga un dos, que salga un tres; que salgo un cuatro, que salga un cinco o que salga un seis.

Pero para la resolución se debe tener en cuenta los datos suministrados y evaluarlos.

En el caso de números pares sus casos posibles son: 1, 2, 3, 4, 5, 6 (los números de cada cara del dado) y sus casos favorables son: 2; 4; 6 (son los números pares)

Entonces 3 (cantidad de números pares)

6 (cantidad de caras posibles)

En el caso de los múltiplo de tres tenemos, como casos favorables al 3 y 6; y los casos posibles igual al anterior.

Entonces sería 2 (cantidad de números múltiplos)

6 (cantidad de caras posibles)

En el caso mayor que 4 tenemos a 5 y 6 que son los casos favorables y los casos posibles del 1 al 6 también.

Entonces sería 2 (cantidad de números mayores que cuatro)

6 (cantidad de caras posibles)

Coincido con Mariné también en su cierre, donde menciona que existe mayor probabilidad que salga un número par, por sobre la posibilidad de que salgan los números múltiplos o mayor que cuatro. Esto se debe a que los elementos pares son más que los otros; y los otros tienen la misma posibilidad debido a que tiene la misma cantidad de elementos posibles

Re: Problema N°9

de **GARCIA VALERIA LOURDES** *- viernes, 26 de agosto de 2016, 19:02*

- Participante E

Comparte en el tema Problema N° 09 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar al lanzar un dado, el enunciado no especifica la cantidad de caras que tiene el dado. No indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema N° 17: Jugando con cartas, identificando cantidad de casos posibles y favorables para aplicar la fórmula de Laplace, plantea además una comparación de probabilidades.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante la devolución se centra en su propia respuesta en comparación con la respuesta de la compañera, fundamenta los procedimientos desde la recuperación de nociones básicas de probabilidad.

Calificación: Aprobado – 9 (nueve)

Problema N°10

de Participante A *- jueves, 18 de agosto de 2016, 00:13*

Estimadas docentes.

Aquí dejo mi primera participación en el foro.

Un dado tiene 2 caras pintadas de verde, 2 caras pintadas de amarillo y 2 caras pintadas de rojo. Ana dice, "Yo gano si sale verde"; Bernardo dice, "Yo gano si sale amarillo o rojo" y Carlos dice, "Yo gano si no sale verde". ¿Cuál es la probabilidad que tiene de ganar cada niño y niña al tirar este dado?

Re: Problema N°10

de Participante Q - *jueves, 18 de agosto de 2016, 15:35*

Hola compañeros y profesoras, buenas tardes.

Dejo mi intervención al foro y solución al problema:

Para poder medir la probabilidad de un suceso escribimos una fracción.

Probabilidad = n° de casos favorables

n° de casos posibles

ANA: Probabilidad de sacar verde = n° de casos favorables = 2 = **0,3333..**

n° de casos posibles 6

- Entonces la probabilidad de ANA sacar verde es de 0,333..

Bernardo: Probabilidad de sacar rojo o amarillo = n° de casos favorables = 4 = **0,66666...**

n° de casos posibles 6

- Entonces la probabilidad de BERNARDO de sacar rojo o amarillo es de 0,6666...

Carlos: Probabilidad de no sacar verde = n° de casos favorables = 4 = **0,66666...**

n° de casos posibles 6

- Entonces la probabilidad de CARLOS de NO sacar verde es de 0,66666...

Hasta aquí mi aporte.

Saludos.

Re: Problema N°10

de Participante A - *martes, 23 de agosto de 2016, 00:40*

Estimadas docentes y compañeros:

Aquí dejo mi aporte.

Para poder resolver el problema se necesita poseer conocimiento de las situaciones aleatorias, (fenómenos aleatorios) y las nociones básicas de probabilidad.

La Probabilidad estudia los fenómenos cuyos resultados no tienen un resultado cierto, sino que son imprevisibles, como en el caso de tirar una moneda o un dado, y se dice que estos fenómenos obedecen las leyes del azar y se denominan fenómenos aleatorios, aquellos fenómenos cuyos resultados se pueden predecir se llaman fenómenos deterministas.

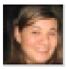
Es la medida numérica de la posibilidad de que ocurra un suceso A cuando se realiza el experimento aleatorio. Esta medida se llama probabilidad del suceso A y se representa por p(A).La probabilidad es una medida sobre la escala 0 a 1 de tal forma que:

- Al suceso imposible le corresponde el valor 0.
- Al suceso seguro le corresponde el valor 1
- El resto de sucesos tendrán una probabilidad comprendida entre 0 y 1.

Luego tenía que conocer la fórmula de Laplace y puede aplicarse en aquellos casos en que todos los resultados de un experimento aleatorio son igualmente posibles, es decir equiprobables, para medir la probabilidad de que ocurra un suceso empleamos una fracción, menor o igual que la unidad. Donde el numerador es el número de casos favorables, el denominador es el número de casos posibles.

Probabilidad de un suceso: casos favorables

Casos posibles



Re: Problema N°10

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:03*

- Participante A

Comparte en el tema Problema N° 10 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar al lanzar un dado cuyas caras están pintadas de diferentes colores. No indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el problema N° 1, identificando las posibles combinaciones que el problema plantea.

No realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante sino que presenta su resolución del problema, luego deja otra intervención indicando que la respuesta de la compañera era correcta.

Calificación: Aprobado – 4 (cuatro)

Problema 11

de Participante C - *viernes, 19 de agosto de 2016, 11:03*

Buen día.

Dejo el siguiente problema: Se lanza un dado al aire. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número menor a 3?

Re: Problema 11

de Participante H - *viernes, 19 de agosto de 2016, 12:14*

Buenas Tardes:

Analizando el problema expuesto por el compañero, ¿cuál es la probabilidad de obtener un número menor a 3?

Respuesta: es 1 y 2, ya que son los dos números menores a 3 que se encuentra en el dado.

Re: Problema 11

de Participante C - *domingo, 21 de agosto de 2016, 12:55*

Buen día

Es correcto, los números 1 y 2 son los únicos menores a 3 en un dado en casos favorables, pero lo que se pide es la probabilidad que salgan esos números al lanzar un dado numerado del 1 al 6. Se debía considerar la fórmula para el cálculo de la probabilidad, es decir el cociente entre cantidad de casos favorables (2) y cantidad de casos posibles (6) y el resultado es de 2/6 al dividir estos números se obtiene el siguiente resultado 0.33.-

Saludos

Re: Problema 11

de Participante C - *domingo, 21 de agosto de 2016, 20:43*

Buenas noches

A continuación dejo la bibliografía de la situación problemática planteada: Pitágoras 7 Matemática. Prroyecto Mundo para todos. Ediciones SM, 2003. Cap. 15 Probabilidad y Estadistica Pag. 215.

Saludos

Re: Problema 11

de **GARCIA VALERIA LOURDES** *- viernes, 26 de agosto de 2016, 19:11*

- Participante C

Comparte en el tema Problema 11 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en el lanzamiento de un dado. Indica, en otro mensaje posterior, la fuente de consulta del problema.

Resuelve el problema 12, identificando cantidad de casos posibles y favorables para aplicar la fórmula de Laplace, y posteriormente comparar las probabilidades que se solicitan.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra en la corrección de la respuesta, sustentada en las nociones básicas de probabilidad.

Calificación: Aprobado – 9 (nueve)

---

problema 12

de Participante L *- viernes, 19 de agosto de 2016, 11:15*

Situación

Determine que es mayor: la probabilidad de obtener "cara" en el lanzamiento de una moneda o la probabilidad de obtener un múltiplo de 3 en un lanzamiento de un dado con las caras numeradas del 1 al 6. Justifique su respuesta.

Re: problema 12

de Participante C *- viernes, 19 de agosto de 2016, 17:02*

Buenas tardes

Resolución

La probabilidad de cara en el lanzamiento de una moneda es de 0,5. Mientras que el de obtener un múltiplo de 3 al lanzar un dado numerado del 1 al 6 es de 0,33. De acá se puede concluir que es mayor el primero.

Saludos

Re: problema 12

de Participante L *- domingo, 21 de agosto de 2016, 12:58*

Buen día

Trabajaste con las probabilidades directamente, hubiese sido más acertado sacar los datos, detallar los resultados posibles para cada caso y luego considerar las probabilidades pedidas y compararlas.

Detallo a continuación un análisis más exhaustivo

Una moneda al ser lanzada tiene dos posibles resultados cara y sello, es decir, dos posibilidades por lo tanto la probabilidad de obtener cara es 0,5. Al lanzar un dado puede caer en cualquiera de sus 6 caras numeradas del 1 al 6, es decir, son 6 la cantidad de casos posibles, en cuanto al caras que sean múltiplo de 3 son sólo 2, que caiga en 3 o que caiga en 6. Por lo tanto al aplicar la fórmula de Laplace la probabilidad es 0,33. Luego al comparar estos dos números decimales notamos que es mayor la probabilidad de obtener cara tal cual señalaste

Saludos

Re: problema 12

de Participante L - domingo, 21 de agosto de 2016, 21:15

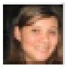
Buenas noches

Cito la Bibliografía de donde extraje la situaión problemática.

Pitágoras 7 Matemática. Proyecto Mundo para todos. Ediciones sm, 2003. cap 15, pág.219, problema 38.

A la consigna sólo agregué que se justifique el resultado obtenido en el problema.

Saludos



Re: problema 12

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:07*

- Participante L

Comparte en el tema problema 12 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en el lanzamiento de un dado y de una moneda, con la posterior comparación de probabilidades. Indica, en otro mensaje posterior, la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema N° 05: En una mano de truco, a partir del cálculo de combinaciones para identificar la cantidad de casos posibles y favorables, indicando los resultados finales de obtenidos, sin incluir los procedimientos.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda el estudiante , la devolución se centra en la posibilidad de realizar un intercambio, sustentada desde las nociones básicas de probabilidad, para un análisis más exhaustivo.

Calificación: Aprobado – 9 (nueve)

Problema N° 13 rifa en la escuela

de Participante F - *viernes, 19 de agosto de 2016, 17:02*

Buenas Tardes a todos:

Les dejo mi aporte

En la rifa de la escuela se vendieron 125 números y en 6°son 32 alumnos .¿Qué probabilidad existe de que un alumno de 6° gane la rifa sabiendo que cada alumno compró una?.

saludos.

Re: Problema N° 13 rifa en la escuela

de Participante T - *sábado, 20 de agosto de 2016, 18:07*

Buenas tardes Profesoras y compañeros:

Casos posibles 125

Casos favorables 32

Probabilidad: 125/32 = 3.9

Re: Problema N° 13 rifa en la escuela

de Participante F - *lunes, 22 de agosto de 2016, 17:16*

Hola ;

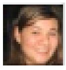
Las cantidades de casos Favorables y posibles estan bien, pero, la Probabilidad que existe que un alumno de 6° grado gane la rifa es de ; (32/125)= 0,25

saludos

La situación presentada nos hace pensar en sucesos determinísticos, en los cuales podemos predecir un resultado , y en sucesos aleatorios, en los cuales a pesar de conocer algunos resultados probables no podemos determinar el resultado antes del que el hecho suceda.

En este caso la probabilidad que existe que un alumno de sexto grado gane la rifa es del = 0,25, menor al 50% ,o sea, la posibilidad es baja.

saludos



Re: Problema N° 13 rifa en la escuela

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:00*

- Participante F

Comparte en el tema Problema Nº 13 rifa en la escuela el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en el sorteo de una rifa. No indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema 16, aunque es necesario mencionar que la respuesta dada no es correcta, en tanto la noción de probabilidad no depende de la cantidad de veces que se realiza el experimento (en este caso el lanzamiento del dado), por lo tanto la probabilidad de obtener un 4 es de una entre seis, es decir 1/6.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra en una explicación del error cometido por su compañera, luego deja otro mensaje donde se recuperan algunas nociones básicas de probabilidad.

Calificación: Desaprobado – 3 (tres)

PROBLEMA 14

de Participante T - *sábado, 20 de agosto de 2016, 17:59*

Buenas tardes profesora y compañeros

Abel y Rosa juegan tirando un dado. Si sale un 5 gana Abel y si sale menos de 3 gana Rosa. ¿Cuántas veces habrá ganado cada uno, aproximadamente, después de tirar el dado 60 veces?

Saludos..

Re: PROBLEMA 14

de Participante W - *lunes, 22 de agosto de 2016, 02:32*

Buenas noches profesora y compañeros. Este es mi aporte:

Abel: Probabilidad de sacar un 5 es de 1/6 en cada tirada de dados.

1/6= 0,16 0,16x60 TIRADAS= 10. Ganó aproximadamente 10 veces.

Rosa: Probabilidad de sacar un número menor de 3 es 2/6 (solo 1 y 2 son menores a 3) en cada tirada de dados.

2/6= 0,33 0,33X60 TIRADAS= 20. Ganó aproximadamente 20 veces. SALUDOS.

Re: PROBLEMA 14

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:16*

o Participante T

Comparte en el tema Problema 14 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en la aproximación de la cantidad de veces que se obtiene un resultado determinado al lanzar una cantidad determinada de veces un dado. No indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema N° 13 rifa en la escuela, aunque es necesario mencionar que la respuesta dada no es correcta, ya que se aplica de forma errónea la fórmula de Laplace.

No realiza una devolución al compañero que resolvió el problema N° 14.

Calificación: Desaprobado – 2 (dos)

PROBLEMA N°15

de Participante W - *lunes, 22 de agosto de 2016, 02:41*

BUENAS NOCHES:

Un experimento consiste en lanzar un dado con forma de dodecaedro, con los números del 1 al 12 en sus caras. Encontrar la probabilidad de cada uno de los siguientes sucesos:

a) Obtener un número par.

b) Obtener un número primo.

c) Obtener un divisor de 12.

Re: PROBLEMA N°15

de Participante W - *lunes, 22 de agosto de 2016, 02:52*

Problema extraído de Matemáticas para Maestros. AUTOR GODINO, Juan. Parte V estocástica para maestros. Capítulo 2 PROBABILIDAD- Asignación de probabilidades. Regla de Laplace-Pág. 373 ejercicio nº 19

Re: PROBLEMA N°15

de Participante G - *miércoles, 24 de agosto de 2016, 00:12*

Buenas noches

Respuestas:

El espacio muestral (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11,12).

a) Estos serían los números pares (2; 4; 6; 8; 10; 12). La probabilidad de obtener un número par es de 6/12 = 0,5.

b) Teniendo en cuenta la definición de números primos, cualquier número natural distinto de 0 y 1, sin divisores propios, y que al dividirlo por números primos menores dé como resto cualquier número excepto 0. En este caso, los números primos que se pueden obtener son (7; 11). La probabilidad de obtener un número primo es 2/12 = 0,1666666667.

c) Teniendo en cuenta que los números divisores son aquellos que al realizar una división entera entre ambos números dan como resto 0, en este caso serían divisores del número 12 (12; 6; 4; 3; 2; 1). La probabilidad de obtener un divisor de 12 con este dado sería de 6/12 = 0,5.

Estas son las soluciones que pude dar a las consignas del problema, saludos.

de Participante W - *miércoles, 24 de agosto de 2016, 19:35*

Buenas tardes profesora, y compañeros. A continuación dejo mi devolución al aporte de mi compañera: Me encuentro de acuerdo con su desarrollo, fue explícita en la resolución y tuvo en cuenta las propiedades de los números primos, los números divisores y también aplico la regla de Laplace para llegar al resultado deseado. Saludos.

Re: PROBLEMA N°15

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:18*

- Participante W

Comparte en el tema Problema N° 15 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en el lanzamiento de un dado de 12 caras. Indica, en otro mensaje posterior, la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema 14, aunque es necesario mencionar que la respuesta dada es parcialmente correcta, ya se realiza el cálculo de probabilidades, pero el mismo se puede aplicar cuando el número de veces que se realiza el experimento es una gran cantidad de veces, 60 veces no es un número considerable como para extraer la conclusión de que la frecuencia se asemeje a la probabilidad.

Realiza una devolución presentando un comentario en relación a la probabilidad, pero no tiene en cuenta la corrección necesaria en la determinación de la cantidad de números primos entre 1 y 12.

Calificación: Aprobado – 5 (cinco)

Problema Nº 16

de Participante H - *lunes, 22 de agosto de 2016, 11:22*

Buenos días:

Les planteo la siguiente situación problemática de probabilidad:

Pablo tira 7 veces un dado ¿Qué probabilidad hay de que salga el número 4?

Re: Problema Nº 16

de Participante F - *lunes, 22 de agosto de 2016, 17:25*

Buenas tardes;

Pablo ----N° de casos posible 7

----N ° de casos favorable 2

La Probabilidad que tiene Pablo de sacar el número 4 =0,28

Re: Problema Nº 16

de Participante H - *lunes, 22 de agosto de 2016, 22:54*

Buenas Noches:

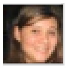
Es como lo planteas y la probabilidad de que saque el número 4 es correcta, ya que la cantidad de veces que salga un número no se pueden prever porque dependen de la suerte o el azar.

Este caso también se podría plantear de la siguiente manera;

Cantidad de Tirada	Resultado
1	5
2	6
3	4
4	1
5	3
6	2
7	4

Probabilidad = 2 número de veces que salió el 4 = 0,28

7 números de veces de intento



Re: Problema Nº 16

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:11*

- Participante H

Comparte en el tema Problema Nº 16 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar al lanzar un dado. No indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema 11, aunque es necesario mencionar que la respuesta dada no responde al problema planteado, es una respuesta parcial que podría ser útil para el cálculo de la probabilidad solicitada.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra en su propia respuesta, aquí es necesario mencionar que no es posible evidenciar la apropiación del contenido probabilidad para orientar la reformulación de la respuesta errónea, en este caso se lanza un dado siente veces, pero la noción de probabilidad no depende de la cantidad de veces que se realiza el experimento (en este caso el lanzamiento del dado), por lo tanto la probabilidad de obtener un 4 es de una entre seis, es decir 1/6.

Calificación: Desaprobado – 2 (dos)

Problema Nº 17: "Jugando con cartas"

de Participante Q - martes, 23 de agosto de 2016, 11:37

Hola todos, buenas noches.

Les dejo la primera parte de esta actividad.

Problema Nº 6: "Jugando con cartas"

2 Recuerda que la baraja de 40 naipes tiene cuatro palos:

Oros → 10
Ases → 4
Figuras → 12

Si sacas una carta al azar, ¿cuál es la probabilidad de los siguientes sucesos?

A → SACAR UN ORO.
B → SACAR UN AS.
C → SACAR UNA FIGURA.
D → SACAR EL AS DE OROS.

Bibliografía:

Problema 2, unidad 15 Azar y probabilidad, Matemática 6º, Abre la puerta, Editorial Anaya, Madrid España.

Saludos.

Participante E

Buenas tardes profesoras y compañeras.

A continuación dejo la resolución del problema que presenta

Teniendo en cuenta los datos, que tenemos 40 naipes en una baraja, dentro de este tenemos 10 naipes de oro, 4 naipes de Ases y 12 figuras.

Los sucesos que tenemos de sacar:

a- Sacar un Oro: 1/40= 0,25

b- Sacar un As: 4/10= 0,1

c- Sacar una figura: 12/40= 0,3

d- Sacar el As de oro: 1/40= 0,025

Entonces podemos decir que tenemos más posibilidades de sacar una figura que sacar un As de oro.

Hasta aquí mi aporte, quedo a la espera, saludos

Re: Problema Nº 7: “Jugando con cartas”

de Participante Q - *jueves, 18 de agosto de 2016, 15:56*

Hola a todos, buenas tardes.

Dejo mi tercera parte de la actividad.

Corrección del problema.

Para poder resolver los problemas de probabilidad debemos conocer la fórmula de Laplace.

Probabilidad= <u>nº de casos favorables</u>

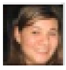
nº de casos posibles

a)- De este punto solo tengo para corregir un error de tipeo, porque el resultado esta perfecto.

Correcta: a)- Sacar un oro: **10**/40 = 0,25.

Estoy de acuerdo con la respuesta, es más posible sacar una FIGURA que un AS.

Saludos.



Re: Problema Nº 17: “Jugando con cartas”

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:14*

- Participante Q

Comparte en el tema Problema N° 17: Jugando con cartas el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en un juego con un mazo de naipes. Indica la fuente de consulta del problema.

Resuelve el Problema N° 10, identificando cantidad de casos posibles y favorables para aplicar la fórmula de Laplace, para el cálculo de probabilidades.

Realiza una devolución de la respuesta que brinda la estudiante , la devolución se centra la respuesta de la compañera, plantea un error en un inciso y su corrección.

Calificación: Aprobado – 9 (nueve)

Re: Problema Nº 18

de Participante I - miércoles, 17 de agosto de 2016, 22:57

Buenas noches dejo mi aporte.

-Se saca una carta de un mazo de 52 cartas.

a) ¿Cual es la probabilidad que se obtenga un as o una carta roja?

b) ¿ Cuál es la probabilidad de obtener una figura o un número menor que que 4?

* Bibliografía:

Matemática de 5°, "Manual para el alumno". Santillana.

Año 2009

Re: Problema Nº 18

de Participante D - martes, 23 de agosto de 2016, 11:38

Buenas tardes, dejo mi aporte. Respondiendo a la compañera

Sabemos que por definición la compañera nos dice que se saca una carta de un mazo de 52 cartas.

a) ¿Cual es la probabilidad que se obtenga un as o una carta roja?

- Sabemos que en el maso de naipes tenemos cuatro ases.... Nos da el dato de que hay posibilidad de sacar 52 cartas distintas

Entonces si tenemos en cuenta la definición clásica de probabilidad es “casos favorables / casos posibles”

P(as) = 4 / 52 = 0.07692307692

O sea, la posibilidad de sacar un as en un mazo de cartas de poker es del 7,692307692 %

- Para la parte de la carta roja; podemos decir que en el mazo de cartas hay 26 cartas rojas

Nuevamente, aplicando la formula obtenemos que...

P(cartas rojas)= 26 /52 = ½ = 0,5

Entonces podremos decir que tenemos un 50% de probabilidades de obtener una carta roja de un mazo de cartas de poker.

b) ¿ Cuál es la probabilidad de obtener una figura o un número menor que que 4?

- Las figuras de las cartas de poker son J Q K A.... hay cuatro colores distintos (corazon, trebol, pica y diamante,... o sea, tenemos 16 figuras en el mazo de cartas....

Entonces, aplicando la formula de probabilidad: "casos favorable / casos posibles"...

P(figuras) = 16 / 52 = 0.30769230769

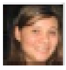
O sea, tenemos una probabilidad del 30,769230769% de obtener una figura del mazo de poker

- Los números menores a 4 en un mazo de cartas de poker de un mismo palo 3,2,as... Si tenemos 4 palos distintos (corazón, trebol, pica, diamante)... Podemos inferir que tenemos 12 cartas menores a 4 en el mazo de poker (de 52 cartas)

O sea, aplicando la definición de probabilidad obtenemos que...

P(menores a 4) = 12 / 52 = 0.23076923076 ...

O sea, tenemos el 23,076923076% de probabilidades de sacar un naipe menor a 4 del mazo de 52 cartas....



Re: Problema Nº 18

de **GARCIA VALERIA LOURDES** *- viernes, 26 de agosto de 2016, 19:12*

- Participante I

Comparte en el tema Problema Nº 18 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en un juego con un mazo de naipes. Indica la fuente de consulta del problema.

No resuelve el problema propuesto por otro compañero.

No realiza una devolución al compañero que resolvió el problema Nº 18.

Calificación: Desaprobado - 2 (dos)

Problema Nº19

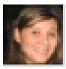
de Participante G *- martes, 23 de agosto de 2016, 23:18*

Buenas noches, planteo el siguiente problema:

Se arroja una moneda 10 veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan más de 4 caras?
Analiza qué probabilidad es mayor
-Que salgan más de 4 caras.
-Que salgan hasta 4 caras.

Manual de Matemática 9º (1995) Ed. Estrada. Bs. As., Argentina. Pág. 195.

Saludos.



Re: Problema N°19

de **GARCIA VALERIA LOURDES** - *viernes, 26 de agosto de 2016, 19:06*

. Participante G

Comparte el último día en tema Problema N° 19 el enunciado del problema seleccionado, que consiste en el cálculo de probabilidades de situaciones que se pueden dar en el lanzamiento de una moneda, con la posterior comparación de probabilidades. Indica la fuente de consulta del problema. Resuelve el Problema N° 15, a partir del cálculo de las probabilidades que se solicitan, solamente que en caso de los números primos faltó incluir al 2, 3 y 5, quienes también cumplen con la definición dada. No es posible realizar la devolución porque no se brinda una respuesta al problema propuesto. Calificación: Desaprobado – 3 (tres)

Tarea 2: Análisis Didáctico de una actividad

DIDÁCTICA DE LA MATEMÁTICA

Actividades de Probabilidad: Comparación y Asignación de Probabilidades

¿Producto Par o impar?

A continuación proponemos desarrollar un juego: ¿Producto Par o impar?

Participantes: 4
Materiales: 2 dados, 2 planillas por grupo, fichas rojas y verdes.

Cada grupo debe definir una estrategia para dividir sus fichas en pares e impares. Las fichas rojas representarán a los productos pares, mientras que las fichas verdes identificarán a los productos impares. Cada grupo se dividirá en dos grupos que competirán entre sí.

Instrucciones: Cada participante tira los dados y calcula el producto de los dos dados. Si el producto es par, coloca una ficha "roja" en la columna de los pares de su planilla; si el producto es impar, coloca una ficha "verde" en la columna de los impares. Mientras un compañero toma registro de los números obtenidos en cada jugada.
Si salen valores para los cuales no hay más fichas, se pierde el turno.
Gana el primero que usa todas sus fichas.

Registro de resultados

Productos Pares				*Productos Impares*			
Dado 1	*Dado 2*	*Producto*	*Fichas*	*Dado 1*	*Dado 2*	*Producto*	*Fichas*

Se propone reflexionar acerca de los siguientes interrogantes:

- *¿Todos tienen la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?*
- *¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?*
- *¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?*

Resolución grupo 1 - participantes: C, G y L

DESARROLLO DEL JUEGO

CANTIDAD DE INTEGRANTES: 3 personas.

Considerando el hecho de ser 3 personas para realizar la actividad, decidimos que 2 personas jueguen y que la persona restante sea quien va llevando adelante el registro de cada jugada y colocando las fichas rojas y verdes para cada uno.

Equipo 1: G; Equipo 2: C; Planillera: L

MATERIALES

2 dados
2 planillas por grupo
10 fichas rojas y 10 fichas verdes por equipo.

CRITERIO PARA EL 1ER TURNO
Antes de empezar a jugar se piensa en la forma de ver quien realiza el primer tiro en el juego. Es por ello que se colocará un dado por vez en el vaso y quien al tirar obtenga el número más alto arranca con el juego, primero tira G y obtiene un 5, cuando tira C sale un 1. Por lo tanto inicia el juego G.

DESARROLLO DEL JUEGO
A los fines prácticos y siendo 3 para jugar G era del equipo 1, C del equipo 2 y L estaba a cargo de anotar los valores obtenidos y resultado del producto, y luego colocar las fichas sobre los casilleros. Las fichas fueron marcadas como R1 y R2 las rojas y de igual modo hicimos con las verdes V1 y V2, según el equipo al que pertenecían. G juega con las fichas denominadas R1 y V1 y C con las fichas denominadas R2 y V2.
Creímos oportuno registrar el orden del tiro y la persona que lo ejecutó, como también así registrar los momentos de pérdida de turno y detallar quien lo perdía. Para la lectura de los dados también tuvimos en cuenta un orden, por ello se registraron de izquierda a derecha los valores numéricos de los dados. Tratamos de no perder de vista ningún detalle, así luego poder efectuar todas las conclusiones pertinentes.
Al momento de confeccionar en computadora la tabla con los resultados obtenidos por cada equipo creímos oportuno distinguir en verde los tiros de G y con rojo los tiros de C.

REGISTRO

PRODUCT0 PARES					**PRODUCTO IMPARES**				
Tiro N°	**Dado 1**	**Dado 2**	**Producto**	**Fichas**	**Tiro N°**	**Dado 1**	**Dado 2**	**Producto**	**Fichas**
3-G	2	1	2	R-1	1-G	5	1	5	V-1
4-C	6	3	18	R-2	2-C	5	3	15	V-2
6-C	5	6	30	R-2	5-G	1	5	5	V-1
7-G	6	4	24	R-1	12-C	5	1	5	R-2
8-C	6	5	30	R-2	15-G	5	3	15	V-1
9-G	4	1	4	R-1	22-C	1	3	3	R-2
10-C	2	4	8	R-2	23-G	5	3	15	V-1
11-G	6	2	12	R-1	29-G	1	1	1	V-1
13-G	6	1	6	R-1	37-C	1	1	1	V-2
14-C	6	5	30	R-2	38-C	3	1	3	V-2
16-C	2	1	2	R-2	39-G	1	1	1	V-1

17-G	4	5	20	R-1	44-C	5	1	5	V-2
18-C	2	4	8	R-2	55-C	1	1	1	V-2
19-G	6	4	24	R-1	56-C	3	1	3	V-2
20-C	3	4	12	R-2	63-G	5	1	5	V-1
21-G	3	6	18	R-1	65-C	3	1	3	V-2
24-C	2	3	6	R-2	69-G	5	1	5	V-1
25-G	6	3	18	R-1	73-C	3	1	3	V-2
26-C	6	1	6	R-2					
27-G	3	6	18	R-1					
28-C	5	2	10	P/T					
30-G	4	1	4	P/T					
31-C	2	1	2	P/T					
32-G	4	4	16	P/T					
33-C	3	6	18	P/T					
34-G	2	4	8	P/T					
35-C	6	1	6	P/T					
36-G	2	6	12	P/T					
40-C	4	6	24	P/T					
41-G	3	6	18	P/T					
42-C	3	2	6	P/T					
43-G	5	6	30	P/T					
45-C	6	1	6	P/T					
46-G	2	4	8	P/T					
47-C	4	1	4	P/T					
48-G	6	6	36	P/T					
49-C	5	6	30	P/T					
50-G	2	1	2	P/T					
51-C	6	6	36	P/T					
52-G	4	3	12	P/T					
53-C	2	3	6	P/T					
54-G	2	4	8	P/T					
57-G	2	4	8	P/T					
58-C	3	4	12	P/T					
59-G	6	1	6	P/T					
60-C	6	5	30	P/T					
61-G	4	5	20	P/T					
62-C	6	4	24	P/T					
64-G	2	3	6	P/T					
66-C	4	1	4	P/T					
67-G	2	1	2	P/T					
68-C	2	6	12	P/T					
70-G	6	2	12	P/T					
71-C	6	2	12	P/T					
72-G	6	2	12	P/T					

EQUIPO N°1: G (FICHAS: V-1, R-1)

EQUIPO N°2: C (FICHAS: V-2, R-2)

Como puede observarse fue C quien completo primero sus fichas para productos pares, no obstante los resultados variaban en base todas las posibilidades que tenían de combinarse los números de los dados. A la hora de completar C sus fichas para resultados pares y volver a salir producto par comenzó a perder su turno y G pudo completar más rápido sus fichas para productos pares a la vez que seguía sumando fichas para producto impares, pues no perdía los turnos. También G completo sus fichas para productos pares y a partir de este momento cada vez que al tirar los dados cualquiera de los dos y resultar el producto par comenzaron a perder turno y no realizar anotaciones de fichas. Consideramos oportuno agregar como regla que al perder el turno y dar 2 chances al contrincante, este tendría dos tiros siempre y cuando el primer tiro diera un producto impar. Esto hizo más interesante el juego y agrego tensión y suspenso. Estuvo muy parejo el juego de modo que C completo sus fichas para productos impares y G se quedó sólo con dos fichas.

Reflexiones sobre las preguntas planteadas

1) ¿Todos tienen la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?
   Ambos jugadores disponían de la misma cantidad de fichas verdes y rojas, por lo tanto tenían la misma posibilidad de ganar. No obstante, el hecho de uno jugar primero podía haber hecho que la balanza se incline a su favor, pero esto no fue así, C comenzó el juego en segundo lugar y terminó ganándolo, ya que los resultados de los productos eran un suceso azaroso.

2) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?
   La probabilidad de obtener un número par en el producto de los números obtenidos al tirar los dos dados es igual a 0, 75.
   Esta apreciación la hicimos en función de tener en cuenta que hay 36 pares que pueden obtenerse. Ya que pueden darse los pares: (1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (1,6), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (2,6), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (3,6), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (4,6), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5), (5,6), (6,1), (6,2), (6,3), (6,4), (6,5), (6,6).
   Son 36 pares posibles y los pares que me dan un resultado par son 27, al hacer el cociente entre ambos, es decir, aplicando la definición clásica de probabilidad el cociente entre 27 y 36 da 0,75.

3) ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?
   La probabilidad de obtener un número impar en el producto de los números obtenidos al tirar los dos dados es igual a 0,25. El resultado es producto de hacer el cociente entre 9 y 36, ya que sólo 9 pares me permiten llegar a un producto de resultado impar.

   Para los cálculos de las probabilidades respectivas se usó la fórmula:

$$P\ (X) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles}$$

   X: suceso

   Así la probabilidad de obtener en el producto un número par está dada por:

$$P(producto\ par) = \frac{27}{36} = 0{,}75$$

Y la probabilidad de obtener un producto impar es:

$$P(producto\ impar) = \frac{9}{36} = 0{,}25$$

CONTENIDOS

Tuvimos en cuenta ambos diseños, el que era para EGB y el actual de primaria. Los comparamos y consideramos que los contenidos involucrados están considerados en el EJE ESTADÍSTICA Y PROBABILIDAD. Los mismos son:

- Fenómenos aleatorios
- Regularidades en experimentos aleatorios
- Asignación de probabilidad de un suceso
- Definición clásica de probabilidad
- Frecuencia y probabilidad de un suceso
- Combinatoria

INCLUSIÓN DE UNA VARIANTE QUE NO MODIFIQUE EL CONTENIDO DE PROBABILIDAD

Pensamos como variante:

Al sacar un producto impar, menor o igual a 9 se descartan 2 fichas verdes.

Los alcances son la probabilidad de eliminar las fichas verdes más rápidamente.

Las limitaciones son de que al lanzar los dados y obtener un número par luego de perder todas las fichas de color rojas, también pierda el turno y mi contrincante cuente con más posibilidades de eliminar de a 2 fichas verdes en caso de que saque un producto impar, consideramos que la probabilidad de sacar un producto par es siempre el mismo, debido a que estamos trabajando con el mismo espacio muestral y lo único que cambia es la variación que proponemos en la regla del juego.

ANEXO - RELATOS PERSONALES

Relato personal de G:

Comenzamos definiendo la cantidad de fichas que utilizaríamos, elaboramos con papel y lapiceras 10 fichas verdes y 10 fichas rojas para cada equipo, en total 40 fichas para el juego. Luego de repartir las fichas, acordamos que para definir qué equipo comenzaría el juego, tiraríamos los dados una vez cada equipo y el que obtuviera un producto más alto comenzaría el juego, así que comencé el juego.

En la mayoría de las tiradas obtuvimos productos pares, cada vez que era mi turno de tirar los dados agitaba el vaso contenedor de los dados por un rato de forma rápida, hasta que un momento dado intenté agitar el vaso con los dados más suavemente y obtuve un producto impar, entonces, comencé a observar que C hacia lo mismo.

Una vez que me deshice de las fichas rojas que representaban a los pares, intentaba utilizar esta técnica de agitada y tirada de dados para deshacernos de las fichas verdes y poder ganar el juego. Me confundí en la parte del juego en que perdí el turno de tirar los dados (cuando obteníamos un producto de fichas que ya no tenía) porque creo que me descontó turnos que me correspondían a mí.

Cuando me quedaban solo 3 fichas verdes de los productos impares, tuve que retirarme por un imprevisto familiar y mi compañera L quedó en representación total del equipo; no sé si gano él o nosotras.

P.D.: Siempre supe que C hacía trampa, tal vez cargo los dados, no lo sé. Creo que me robo turnos de tirada, es un tramposo…

Relato personal L

Al leer el juego planteado para la actividad, lo primero que vino a mi cabeza es tener en cuenta el espacio muestral y por tal motivo fui considerando la posibilidad de obtener en el producto un resultado par y cuando el resultado daría impar. De este modo la primera conclusión a la que llegue es que el resultado par tenía más casos favorables por requerir que se multipliquen un número par con otro par o que se multiplique un número par con otro impar, mientras que para obtener resultado impar se requería del producto de dos números impares. Es decir, que me pude anticipar a que la probabilidad de obtener un resultado par era mayor a la de obtener un resultado impar.

Estuvimos para la realización del juego de acuerdo en colocar los dados dentro de un vaso y cuando se veía que los dados mostraban los mismos valores se hacía más intenso el batido de los dados dentro del vaso.

Antes de iniciar el juego se decidió que por estar presentes 3 del total de integrantes (4) jugarían G y C y mi tarea sería la de apuntar los resultados y posicionar una ficha de color verde o rojo de acuerdo al resultado obtenido. Como eran dos planillas en una se colocaba los resultados y en la otra se colocaban las fichas. La primera en tirar los dados fue G gracias a que el primer turno lo decía el experimento de tirar un dado ambos y ver para quien el número resultaba más alto.

La puesta en práctica del juego fue muy buena. En el primer momento del juego los resultados se mostraban muy parejos, pero al ir avanzando sobre el mismo se notaba que las fichas de números pares se terminaban. C fue el primero en completar sus fichas para resultados pares y a partir de aquí es como que la cuota de adrenalina se vio incrementada y por tal motivo se determinó que hacer cuando comenzara a ser más seguida la pérdida de los turnos. Esto hizo que el juego se alargara por seguir dando dados con números que llevaban a un resultado par y así perder el turno. Nunca pensamos en llegar a tener que concretar tantos tiros con los dados.

El ganador del juego resulto ser C y G terminó con dos fichas verdes.

Relato de C

Para dar inicio al juego decidimos que cada grupo iba a contar con 10 fichas de color rojo y 10 fichas de color verde, para poder diferenciarlas las fichas del grupo N°1 fueron identificadas V-1 (fichas verde-grupo 1) y R-1 (fichas rojas-grupo 1) y para el grupo N°2 se las señalo con V-2 (fichas rojas-grupo 2) y R-2 (fichas rojas-grupo 2), luego acordamos que el equipo que obtenga el número más alto comenzaba el juego.

G obtuvo el número más alto y comenzó el juego, L cumplió la función de planillera y considere que tenía más posibilidades de obtener un número par debido que al lanzar los dados si salen 2 pares el producto será par, si sale un par y un impar el producto también será par, por lo consiguiente la única manera de obtener un número impar como resultado de un producto, es que ambos dados sean impares.

El juego fue muy entretenido debido a que al principio los lanzamientos se realizaban de a uno, como las probabilidades de que los dos equipos quedemos primero sin las fichas rojas (pares), que fue lo que finalmente sucedió empezamos a perder los turnos de forma más seguidas porque se reiteraban los resultados pares, por este motivo se lanzaron los dados más de 70 veces para poder finalizar el juego.

Antes de finalizar el juego G se tuvo que retirar por lo que continuo el juego L, el juego finalizo cuando obtuve el último producto impar y de esta manera gane el juego.

BIBLIOGRAFIA:

- Matemática para maestros. Proyecto Edumat-maestros. Director: Juan D. Godino. Unidad de estocástica cap. 2. Probabilidad.
- Probabilidad y Estadistica: Cómo trabajar con niños y jóvenes. Construyendo paso a paso herramientas y conceptos. Ana P. de Bressan y Oscar Bressan.
- Diseño Curricular. Educación General Básica. Gobierno de la provincia de Santa Cruz. Consejo Provincial de Educación. Argentina.
- Diseño Curricular para el Nivel Primario. Provincia de Santa Cruz. Consejo Provincial de Educación.
- Matemática I. 7° Primaria. Pablo Effemberger. KapeP edición 2013. Cap. 7.
- Videoconferencia de matemática del 23 de Agosto.

Resolución grupo 2 - participantes: E, K y M

Análisis Didáctico del Juego "Producto Par o Impar"

Desarrollo

En primer lugar consideramos necesario recordar los siguientes conceptos:

Muchas veces nos gustaría poder predecir un resultado para obtener algún beneficio o anticiparnos ante un suceso. Existen situaciones de la vida cotidiana de las cuales nos interesa tener esa pequeña ventaja y anticiparnos a cierto resultados, pero tenemos otras situaciones como por ejemplo el disfrutar de un partido de fútbol, o cualquier otro deporte que si se tuviese la certeza del resultado perdería el interés por parte del público, ya que sería como volver a ver un partido ya visto conociendo su resultado. Entonces lo que interesa a los espectadores es que el resultado sea impredecible.

La inmensa mayoría de los fenómenos diarios tienen resultados inciertos e imprevisibles, por lo que tenemos como herramienta a una disciplina denominada ***Probabilidad***, que trata de cuantificar la posible ocurrencia de un suceso particular.

Esta disciplina llamada Probabilidad, nace con problemas de juegos de azar. Actualmente, la probabilidad tiene aplicaciones en prácticamente todas las ciencias, tanto naturales como sociales y muy especialmente en la estadística.

Si nos preguntamos **¿Qué estudia la probabilidad?** Podríamos decir que estudia los fenómenos cuyos resultados no tienen un resultado cierto, sino que son imprevisibles. La probabilidad es una medida sobre la escala 0 a 1.
- Suceso imposible = 0

- Suceso posible = 1.

Ejemplo el juego que desarrollaremos que consiste en tirar un dado, y se dice que estos fenómenos obedecen las leyes del azar.

Uno de los objetos fundamentales de la probabilidad es evaluar la posibilidad de que un suceso ocurra o no. Es importante saber que el cálculo de probabilidad es una ayuda importante para la toma de decisiones; por otra parte, existe una gran cantidad de datos que varían permanentemente y que es necesario conocer e interpretar para tomar decisiones con respecto a ellos.

A continuación, se desarrollara el análisis didáctico de la actividad trabajada mediante un juego ¿Producto Par o Impar?

El juego se realiza en la casa de una de las participantes, como pide la actividad somos 4 integrantes: E, M, K y J; nos dividimos en 2 parejas para desarrollar el juego, quedando conformado de la siguiente manera:
E y K; M y J

Para comenzar, realizamos una lectura en voz alta de la consigna y nos consultamos entre nosotras si existe alguna duda de cómo desarrollar el juego.

Para dar inicio al juego, repartimos 30 fichas a cada uno de los jugadores, 15 color rojo (para marcar números pares) y 15 color verde (para marcar los números impares). La cantidad de fichas para poner en juego fue elegida de manera fortuita, sólo nos pusimos de acuerdo los participantes en un número.

Para el juego se utilizarán dados cúbicos, de seis caras, uno será rojo y el otro será blanco, decidimos que el dado rojo se lo tome en la planilla como dado 1 y el blanco como dado 2. Los mismos son los que se tenían disponibles en el momento.

Cada integrante de los grupos formulará su planilla, para completar según el azar disponga los resultados obtenidos, pero también en una hoja, un integrante de cara grupo irá anotando los resultados de los tiros que vayan haciendo; de esta manera se podrá tener mayor información del desarrollo del juego y de otros datos que se puedan ir recabando. El juego se desarrolló de manera simultánea entre los 2 grupos establecidos.

Grupo de K y E. En este grupo la que comienza el juego es K, tira los dados, obteniendo un resultado par (4 x 1 = 4), continuó sacando números pares 4 jugadas consecutivas. En la sexta obtiene por primera vez un número impar (3 x 1 = 3). Desde la séptima hasta la décimo sexta jugada sigue obteniendo números pares de manera consecutiva, es la primera en agotar las fichas rojas (pares).

Luego de agotar las fichas rojas, en la siguiente tirada obtiene nuevamente número par (4 x 6 = 24), por lo que es la primera anulación y pérdida del turno.

En la décimo séptima, vigésima segunda y vigésimo novena jugada, obtiene su segundo, tercer y cuarto número impar (3 x 1 = 3) – (3 x 5 = 15) – (3 x 3 = 9).

En la trigésima segunda jugada obtiene su quinto número impar (3 x 5 = 15)

En la trigésima séptima, octava y novena jugada se obtiene consecutivamente números impares (3 x 1 =3) - (5 x 5 = 25) - (3 x 1 = 3).

En la cuadragésima octava tirada, el noveno número impar que se obtuvo es el 3 x 3 = 9.

En el tiro quincuagésimo octavo, el sexagésimo cuarto y el sexagésimo sexto se obtiene el décimo, el décimo primero y el décimo segundo número impar (1 x 1 = 1) – (3 x 5 = 15) – (1 x 3 = 3).

En el tiro sexagésimo octavo se obtiene el décimo tercer número impar (1 x 1 = 1) y en el sexagésimo noveno se termina la jugada obteniendo un resultado de número par (4 x 3 = 12), debido a que la compañera E, gana el juego.

E realiza la segunda participación del juego, obteniendo en su primer tiro un resultado de número par (4x3= 12), cuya primera participación coincide a la de su compañera K, donde en su primer tirada también sale un número par. Continuó tirando y de manera consecutiva obtuvo 8 resultados de números pares. En su décimo tiro sale por primera vez un resultado de número impar (3x1=3). Luego desde la jugada décima hasta la jugada decimoquinta, obtuvo resultados de números pares de manera consecutiva, quedándole disponible una sola ficha roja.

Luego en el tiro decimosexto aparece el segundo resultado de número impar (3x1= 3).

En el tiro decimoséptimo sale un resultado de número par (1x4=4), que con dicha jugada se le termina las fichas rojas, quedando en igual condición que su compañera K, yendo en la búsqueda de los resultados impares.

Los resultados de los números impares restantes los fue obteniendo en las siguientes tiradas:

En la tirada vigésima y vigésimo primera obtuvo su tercer y cuarto resultado de número impar (1x1= 1 y 3x1= 3).

En la tirada vigésimo tercera, vigésimo sexta y vigésimo séptima obtuvo su quinto, sexto y séptimo resultado de número impar (5x5= 25; 1x1=1; 3x5=15).

En su lanzamiento vigésimo noveno, trigésimo segundo y trigésimo quinto obtuvo el octavo, noveno y décimo resultados de números impares (3x1=3; 5x1=5; 1x1=1).

Planilla de resultados							
Jugador E							
Productos Pares				***Productos Impares***			
Dado 1	***Dado 2***	***Producto***	***Fichas***	***Dado1***	***Dado 2***	***Producto***	***Fichas***
4	3	12	**R**	3	1	3	**V**
1	6	6	**R**	3	1	3	**V**
6	1	6	**R**	1	1	1	**V**
1	2	2	**R**	3	1	3	**V**
4	4	16	**R**	5	5	25	**V**
6	2	12	**R**	1	1	1	**V**
4	6	24	**R**	3	5	15	**V**
6	2	12	**R**	3	1	3	**V**
4	3	12	**R**	5	1	5	**V**
4	2	8	**R**	1	1	1	**V**
3	2	6	**R**	3	5	15	**V**
6	1	6	**R**	3	5	15	**V**
2	4	8	**R**	5	3	15	**V**
2	4	8	**R**	3	3	9	**V**
1	4	4	**R**	1	5	5	**V**

En su lanzamiento trigésimo séptimo, cuadragésimo segundo, quincuagésimo primero, quincuagésimo octavo obtiene su décima primero, décima segunda, décima tercera y décima cuarto resultado de números impares (3x5=15; 3x5=15; 5x3= 15 y 3x3=9). En la sexagésima séptima tirada y última obtiene el resultado impar 1x5=5, terminando primero las fichas verdes que le quedaban, ganando esta partida.

Planilla de resultados							
Jugador: K							
Productos Pares				Productos Impares			
Dado 1	Dado 2	Producto	Fichas	Dado 1	Dado 2	Producto	Fichas
4	1	4	R	3	1	3	V
2	2	4	R	3	5	15	V
1	2	2	R	3	3	9	V
6	3	18	R	3	5	15	V
4	6	24	R	3	1	3	V
2	1	2	R	5	5	25	V
2	2	4	R	3	1	3	V
3	2	6	R	3	3	9	V
6	5	30	R	3	5	15	V
2	4	8	R	1	3	3	V
6	1	6	R	1	1	1	V
1	4	4	R	3	5	15	V
6	4	24	R	1	3	3	V
6	6	36	R	1	1	1	V
6	3	18	R				

Tabla de lanzamientos:

1° LANZAMIENTO

K	E	N° DE TIROS
1X4=4	4x3=12	1
2X2=4	1x6=6	2
1X2=2	6x1=6	3
6X3=18	1x2=2	4
4X6=24	4x4=16	5
3X1=3	6x2=12	6
2X2=4	4x6=24	7
3X2=6	6x2=12	8
6X5=30	4x3=12	9
2X4=8	3x1=3	10
6X1=6	4x2=8	11
4X1=4	3x2=6	12
6X4=24	6x1=6	13
6X6=36	2x4=8	14
6X3=18	2x4=8	15
4X6=24	3x1=3	16
3X1=3	1x4=4	17
4X6=24	6x2=12	18
4X1=4	4x6=24	19
5X2=10	1x1=1	20
4X6=24	3x1=3	21
3X5=15	2x6=12	22
2X2=4	5x5=25	23
2X3=6	4x3=12	24
1X4=4	4x3=12	25
4X6=24	1x1=1	26
3X6=18	3x5=15	27
4X2=8	6x4=24	28
3X3=9	3x1=3	29
3X2=6	4x6=24	30
3X4=12	3x4=12	31
3X5=15	5x1=5	32
2X4=8	3x2=6	33
1X4=4	5x4=20	34
6X6=36	1x1=1	35
6X6=36	2x3=6	36
3X1=3	3x5=15	37
5X5=25	1x4=4	38
3X1=3	6x2=12	39
4X6=24	1x6=6	40
5X2=10	2x6=12	41
3X4=12	3x5=15	42
4X5=20	6x5=30	43
6X5=30	6x5=30	44
1X2=2	6x3=18	45

3X4=12	6x3=18	46
2X1=2	4x4=16	47
3X3=9	4x5=20	48
2X5=10	6x2=12	49
3X5=15	4x3=12	50
6X3=18	5x3=15	51
1X4=4	5x4=20	52
2X4=8	2x6=12	53
5X6=30	2x1=2	54
1X3=3	4x3=12	55
4X2=8	2x4=8	56
6X3=18	3x6=18	57
1X1=1	3x3=9	58
5X4=20	6x4=24	59
4X3=12	6x2=12	60
2X5=10	6x4=24	61
6X1=6	6x5=30	62
6X3=18	3x4=12	63
3X5=15	6x6=36	64
6X4=24	2x5=10	65
1X3=3	6x4=24	66
5X6=30	6x3=18	67
1X1=1	3x4=12	68
4X3=12	1x5=5	69

Total de lanzamientos 69

Anulados porque ya se sacaron las fichas rojas

15 fichas rojas que salieron

15 fichas verdes

<u>Datos obtenidos:</u>

	K	E
Cantidad de tiros pares totales.	56/69 = 0,81	54/69=0,78
Cantidad de tiros impares totales	13/69=0,18	15/69= 0,21
Cantidad de tiros pares anulados	41/69= 0,59	39/69= 0,52
Cantidad de tiros impares anulados	0/69= 0	0/69= 0
Cantidad de tiros totales	69	69
Cantidad totales de tiros anulados	41/69= 0,59	39/69= 0,56
Productos que salieron con menor frecuencia	36 (una vez)	9,10, 25, 36 (una vez cada uno)
Producto que salió con mayor frecuencia	4 (nueve veces)	12 (dieciocho veces)

Análisis del cuadro:

¿Todos tienen la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?

Como primera medida decimos que sí ya que se trata de un juego de azar, donde las jugadoras tienen las mismas cantidades de fichas y va a depender a quién se le terminen primero las fichas.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Basándonos en el juego según las tiradas de K 56/69= 0,81 y E 54/69= 0,78. Existe una probabilidad promedio de (0,81+0,78)/2= 1.59/2= 0,79

Teniendo en cuenta la cantidad de resultados pares que puedo obtener lanzando dos dados sobre un total de 36 resultados posibles es 27. Es decir, que la probabilidad de tener un resultado par es de 27/36= 0,75

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?

Basándonos en el juego según las tiradas de K 13/69= 0,18 y E 15/69= 0,21. Existe una probabilidad promedio de (0,18 + 0,21)/2= 0,39/2 =0,195.

Teniendo en cuenta la cantidad de resultados impares que puedo obtener lanzando dos dados sobre un total de 36 resultados posibles es de 9. Es decir, que la probabilidad de tener un resultado par de 9/36= 0,25

El otro grupo se conforma por M y J, comenzando el juego J, que al lanzar los dados obtiene un resultado de número par (4x1=4), luego continuó sacando 4 lanzamientos consecutivos resultados de números pares. En el sexto lanzamiento aparece su primer resultado de número impar (1x3=3). Sigue con su participación y desde la tirada séptima a la novena obtiene resultados de números pares.

Luego en su décimo y décimo primer lanzamiento saca resultados de números impares. Prosigue con su lanzamiento décimo segundo y obtiene un resultado de número par.

En sus lanzamientos décimo tercero y décimo cuarto nuevamente obtiene un resultado de número impar, sorprendiendo a las jugadoras debido a las reiteradas salidas de números impares ya que consideraban que saldrían antes los pares.

En el lanzamiento décimo quinto obtiene un resultado de número par (4x1=4)

En sus lanzamientos décimo sexto y décimo séptimo obtiene resultados de números impares.

Luego desde su lanzamiento décimo octavo hasta el vigésimo segundo obtiene resultados de números pares, de esta manera culmina con sus fichas rojas, teniendo que confiar que el azar este de su lado para conseguir anotar pronto las fichas verdes que le faltan.

Sigue con la jugada y en su tiro vigésimo tercero nuevamente saca un resultado de número par que le hace perder la anotación. En su nueva tirada vigésimo cuarta logra obtener un resultado de número impar.

En sus lanzamientos vigésimo quinto y vigésimo sexto logra obtener resultados de números pares que nuevamente le impiden anotación.

En su lanzamiento vigésimo séptimo obtiene un resultado de número impar (5x1=5). Luego en su tiro vigésimo octavo obtiene un número de resultado par, en el siguiente turno que el lanzamiento vigésimo noveno obtiene un resultado de número impar.

Desde el lanzamiento trigésimo hasta el trigésimo segundo obtiene resultados de números pares.

En el lanzamiento trigésimo tercero y trigésimo cuarto obtiene resultados de números impares (5x1=5; 1x1=1).

Luego desde el lanzamiento trigésimo quinto hasta el cuadragésimo séptimo obtuvo lanzamiento con resultados de números pares que le impidieron seguir avanzando.

En su lanzamiento cuadragésimo octavo, obtuvo un resultado con número impar (3x3=9).

Luego desde el lanzamiento cuadragésimo noveno al quincuagésimo tercer, saco números de resultados pares.

Por último sus dos últimos lanzamientos (quincuagésimo cuarto y quinto) obtuvo resultado de números impares, finalizando primero el juego ya que su ficha color verde habían sido ocupadas en su totalidad.

M realiza su segunda participación en el juego, lanzando por primera vez el dado, obteniendo así, a diferencia de J, un número impar (1 x 3 = 3). En las siguientes dos tiradas, vuelve a obtener números impares (3 x 5 = 15) – (5 x 3 = 15); en ambos tiros obtiene el mismo producto, sólo que sus combinaciones son diferentes.

En el cuarto tiro obtiene su primer número par (6 x 4 = 24). Siguiendo con el quinto, sexto y séptimo tiro, nuevamente con números impares consecutivos, (1 x 1 =1) - (1 x 5 = 5) - (6 x 5 =35).

En la jugada octava hasta la décimo primera, comienza a obtener números pares de manera consecutiva, siendo (1 x 2 = 2) - (2 x 5 = 10) - (6 x 4 = 24) – (2 x 4 = 8).

En la jugada décimo segunda y décima cuarta obtiene números impares (3 x 5 = 15) - (5 x 5 = 25), mientras que en el medio de ellas, en la jugada décimo tercera obtiene un número par, siendo (2 x 2 = 4).

Desde la décimo catorce jugada hasta la vigésima jugada, obtiene seguidamente todos números pares, por lo que acaba todas sus fichas rojas (números pares) y en la vigésimo primer jugada vuelve a obtener un número par, siendo así, pierde su turno, esperando obtener números impares para agotar sus fichas verdes.

M sigue tirando el dado y obteniendo números pares, por lo tanto pierde los turnos. Recién en el tiro vigésimo séptimo obtiene un número impar (1 x 5 = 5), por lo que descarta una ficha verde.

Sigue tirando y perdiendo turnos, recién en el tiro trigésimo segundo, trigésimo séptimo y trigésimo octavo saca nuevamente números impares (3 x 3 = 3) - (1 x 3 = 3) – (5 x 1 = 5).

Desde el tiro trigésimo noveno al tiro cuadragésimo tercero los resultados obtenidos son intercalados, un tiro par, un tiro impar, así sucesivamente (3 x 4 = 12) - (1 x 5 = 5) - (4 x 6 = 24) – (3 x 5 = 15) - (4 x 4 = 16)

En el tiro cuadragésimo quinto, se obtiene por última vez un número impar, siendo este (3 x 1 = 3). Desde aquí hasta el tiro quincuagésimo tercero se obtienen sólo resultados pares; no se logra terminar las fichas verdes ya que es un juego al azar, y no podemos predecir que números son los que van a salir, siendo así que gana el juego J, ya que obtuvo todos los números pares e impares primero que M.

Planilla de resultados							
Jugador: M							
Productos Pares				**Productos Impares**			
Dado 1	**Dado 2**	**Producto**	**Fichas**	**Dado 1**	**Dado 2**	**Producto**	**Fichas**
6	4	24	R	1	3	3	V
6	5	30	R	3	5	15	V
1	2	2	R	5	3	15	V
5	2	10	R	1	1	1	V
6	4	24	R	1	5	5	V
2	4	8	R	3	5	15	V
2	2	4	R	1	5	5	V
5	5	25	R	3	3	9	V
4	1	4	R	1	3	3	V
5	2	10	R	5	1	5	V
3	2	6	R	1	5	5	V
3	2	6	R	3	5	15	V
3	6	18	R	3	1	3	V
6	3	18	R				
5	6	30	R				

Planilla de resultados							
Jugador: J							
Productos Pares				**Productos Impares**			
Dado 1	**Dado 2**	**Producto**	**Fichas**	**Dado 1**	**Dado 2**	**Producto**	**Fichas**
4	1	4	**R**	3	3	9	**V**
2	4	8	**R**	1	3	3	**V**
5	2	10	**R**	1	3	3	**V**
6	4	24	**R**	1	5	5	**V**
2	4	8	**R**	1	5	5	**V**
6	3	18	**R**	3	1	3	**V**
2	4	8	**R**	3	5	15	**V**
2	4	8	**R**	5	1	5	**V**
6	6	36	**R**	5	1	5	**V**
4	1	4	**R**	5	3	15	**V**
4	3	12	**R**	5	1	5	**V**
4	4	16	**R**	1	1	1	**V**
3	4	12	**R**	3	3	9	**V**
6	1	6	**R**	5	1	5	**V**
2	4	8	**R**	3	5	15	**V**

N° DE TIROS	M	J	
1	1X3=3	4x1=4	1° LANZAMIENTO
2	3X5=15	2x4=8	
3	5X3=15	5x2=10	
4	6X4=24	6x4=24	
5	1X1=1	2x4=8	
6	1X5=5	3x3=9	
7	6X5=30	6x3=18	
8	1X2=2	2x4=8	
9	2X5=10	2x4=8	
10	6X4=24	1x3=3	

11	2X4=8	1x3=3
12	3X5=15	6x6=36
13	2X2=4	1x5=5
14	5X5=25	1x5=5
15	4X1=4	4x1=4
16	5X2=10	3x1=3
17	3X2=6	3x5=15
18	3X2=6	4x3=12
19	3X6=18	3x4=12
20	6X3=18	6x4=24
21	5X6=30	6x2=12
22	2X3=6	6x5=30
23	4X2=8	3x4=12
24	2X3=6	5x1=5
25	4X3=12	4x1=4
26	2X4=8	4x1=4
27	6X6=36	5x1=5
28	1X5=5	6x1=6
29	6X4=24	5x3=15
30	4X1=4	1x4=4
31	6X3=18	3x2= 6
32	6X3=18	5x4=20
33	1X2=2	5x1=5
34	3X3=9	1x1=1
35	6X1=6	6x1=6
36	4X5=20	2x2=4
37	1X4=4	5x2=10
38	1X3=3	2x1=2
39	5X1=5	1x2=2
40	3X4=12	4x1=4
41	1X5=5	2x2=4
42	4X6=24	2x6=12
43	3X5=15	3x2= 6
44	4X4=16	6x3=18
45	6X1=6	4x5=20
46	3X1=3	4x3=12
47	6X1=6	3x3=9
48	5X2=10	1x1=1
49	4X1=4	4x1=4
50	3X2=6	6x4=24
51	4X3=12	3x4=12
52	4X3=12	6x6=36
53	2X6=12	1x5=5
54	2X6=12	5x5=25

Total de lanzamientos 54

(naranja)	Anulados porque ya se sacaron las fichas rojas
(amarillo)	15 Fichas rojas que salieron
(verde)	15 Fichas verdes

Datos obtenidos:

	M	J
Cantidad de tiros pares totales.	39/54 =0,72	39/54=0,72
Cantidad de tiros impares totales	15/54=0,28	15/54=0,28
Cantidad de tiros pares anulados	26/54=0,48	24/54=0,44
Cantidad de tiros impares anulados	0/54=0	0/54=0
Cantidad de tiros totales	54	54
Cantidad totales de tiros anulados	26/54=0,48	24/54=0,48
Productos que salieron con menor frecuencia	1; 2; 9; 16; 25; 30; 35; 36 (una vez cada uno)	25; 30, 36 (una vez cada uno)
Producto que salió con mayor frecuencia	6 (nueve veces)	4 (ocho veces)

Análisis del cuadro:

Para calcular la probabilidad teórica del evento producto impar o producto par se necesitan enlistar todos los resultados posibles y hacer el cociente entre el número de resultados favorables (para par o para impar) sobre el número total de resultados posibles.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Basándonos en el juego, según las tiradas de ambas participantes, la probabilidad de obtener un número par es igual para las dos, ya que las dos obtuvieron de 54 tiradas 39 veces numero pares. Su porcentaje es 39/54 = 0,72%. Existe una probabilidad promedio de (0,72+0,72)/2= 1.44/2= 0,72%

Teniendo en cuenta la cantidad de resultados pares que puedo obtener lanzando dos dados sobre un total de 36 resultados posibles es 27. Es decir, que la probabilidad de tener un resultado par es de 27/36= 0,75

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?

Al igual que en los números pares, M y J obtuvieron igual cantidad de tiros en números pares. 15/54 = 0,28.

Existe una probabilidad promedio de (0,28 + 0,28)/2= 0,28/2 =0,14.

Teniendo en cuenta la cantidad de resultados impares que puedo obtener lanzando dos dados sobre un total de 36 resultados posibles es de 9. Es decir, que la probabilidad de tener un resultado par de 9/36= 0,25

Estos valores nos permiten poner distanciamiento con la probabilidad obtenida experimentalmente. Pudimos notar además, que a medida que se suman gradualmente más tiradas, la tendencia se acercará más a la probabilidad teórica.

Otra mirada: Si se sabe que…

Par x Par = Par (que se puede demostrar haciendo 2nx2m = 4nxm, que es par, con n y m mayor o igual que 1)

Par x Impar = Par (que se puede demostrar en base a 2n x (2m +1) = 4nm + 2n que es par y análogamente para

Impar x Par = Par

Impar x Impar = Impar

Entonces para que logremos obtener un número impar, debemos sacar en los dados dos números impares, caso contrario siempre saldrá un numero par. Es por esta razón que hay menor probabilidad de obtener los números impares.

Es importante tener en cuenta que siempre que los dados que se utilicen sean idénticos y con el mismo número de caras pares que impares, y no esté trucado, se obtendrá esta proporcionalidad.

- ✓ Identificar y explicitar el contenido que la actividad permite desplegar:

Propósito de la actividad, resolver situaciones problemáticas donde se puedan desarrollar parte del contenido de probabilidad, usando como recursos didácticos: planillas para recoger datos, dados cúbicos de seis caras y fichas confeccionadas por los participantes.

Plantearnos la probabilidad, de la chance que salga mayor cantidad de veces, números pares o impares.

En este “jugar”, nos permitimos apreciar el carácter aleatorio de un fenómeno determinado, en este caso, obtención de resultados de productos pares o impares.

Intercambiar entre nosotros nos ayuda a afianzar los resultados obtenidos en el juego, así como también el contenido trabajado. Ya que consideramos que mediante el juego pudimos incorporar aquellos conocimientos que con teoría no comprendíamos en su totalidad.

Para el análisis y obtención de resultados del juego hemos aplicado la Teoría clásica *Laplace* que nos permite calcular la probabilidad teórica, la cual puede aplicarse en aquellos casos en que todos los resultados de un experimento aleatorio son igualmente posibles, es decir equiprobables, para medir la probabilidad de que ocurra un suceso empleamos una fracción, menor o igual que la unidad. Donde el numerador es el número de casos favorables, el denominador es el número de casos posibles.

✓ Prever diversas situaciones posibles, incluyendo aciertos y dificultades.

Los errores más comunes que se fueron presentando por distracción que se corregían en la marcha fueron los de una vez de tirar los dados en ocasiones sumábamos en vez de multiplicar, pero siempre uno de los dos jugadores se daba cuenta y se corregía sobre la marcha.

Otra dificultad que se podría presentar es que si los participante no saben bien las tablas o calculan mal un resultado, arrastrarían un error en todo el juego.

Como situaciones posibles en vez de utilizar fichas se pueden colorear con los colores indicados las celdas según el número que salga (par o impar).

✓ Reflexionar acerca de posibles intervenciones

Previo al juego, entre los jugadores nos preguntábamos que fichas se terminarían primero, y todos coincidíamos en que las primeras fichas en ocuparse serían las de color rojo (número par), esta reflexión se debía a juegos del azar realizados, donde predominaban los números pares (esto sin realizar un análisis lógico).

Luego una vez que realizamos el juego, analizamos desde un punto de vista de probabilidad, de porque salieron primero los números pares, y llegamos a la conclusión que este fenómeno ocurre debido a que existen mayor cantidad de combinaciones que podernos realizar con los números de la distinta caras del dado, que nos arrojaran como resultado un número par.

✓ Plantear variante

Como posible variante al Juego par e impar, proponemos realizar no sólo un cambio en la planilla, en la cual se pueda apreciar el número de tiradas, sino que también se puede trabajar además los contenidos de “Probabilidad”, los contenidos de la “Adición” y de “Números primos y compuestos”.

Es importante tener en claro los siguientes conceptos:

- Un número *primo* es un número natural que solamente tiene dos divisores, el 1 y el mismo. Por ejemplo: el numero 2 solamente como divisores el 1 y el 2.
- Un número *compuesto* es un número natural que tiene más de dos divisores. Por ejemplo: el numero 4 tiene como divisores el 1, 2 y 4.

Juego ¿Número primo o compuesto?

Participantes: 4

Materiales: 2 dados -2 planillas por pareja – 10 fichas azules y 10 fichas rojas

Instrucciones: Cada participante tira los dados y calcula la suma de los dos dados. Si el resultado es un número primo coloca una ficha *azul* en la columna de los números primos, en cambio si el resultado es un número compuesto, coloca una ficha *roja* en la columna de los números compuestos.

Un compañero tomará registro dependiendo si el resultado es un número primo o compuesto, registrara en la planilla correspondiente lo obtenido en cada tiro.

Si sale algún número, repetido sea primo o compuesto, que ya se encuentre registrado en la planilla, se pierde el turno.

Gana el primero que use todas las fichas.

Registro de resultados

Números Primos					Números Compuestos				
Tirada	Dado 1	Dado 2	Suma	Ficha	Tirada	Dado 1	Dado 2	Suma	Ficha

- ✓ Delimitar alcance y limitaciones.

La principal limitación del Juego par e impar, es que la tabla no permite registrar el número de tiradas. Para mejorar el registro de los resultados, agregaría una columna que se denomine “Tirada Nº”; de esta manera facilitaría el posterior análisis del juego.

- ✓ Relato personal de M sobre el Juego "Producto Par o Impar"

Una vez que finalizaron las dos partidas del juego, pude percibir que es menor la probabilidad de sacar un número impar. Esta comprobación experimental me sorprendió, porque yo especulaba que tendríamos igual probabilidad de sacar un número par que un número impar. Si bien las posibilidades son infinitas y los resultados dependen del azar, esto se puede analizar una vez concluido el juego.

Para volver a comprobar mi suposición y también poder verificar en que edades se podría plantear la actividad, se me ocurrió realizar una prueba piloto con dos niñas de 9 y 10 años, que cursan cuarto y quinto grado respectivamente.

La experiencia fue muy enriquecedora, porque me permitió ver qué cosas se podrían mejorar para hacer de esta, una actividad más entretenida para los niños. Por ejemplo se podría disminuir la cantidad de fichas, porque el juego se vuelve muy monótono. Esto ocurre a causa de que se deben tirar los dados tantas veces como sea necesario, con el fin de obtener 15 resultado pares y 15 resultados impares; y a su vez esto se dificulta cuando se quiere obtener los resultados impares y cuando se vuelve a obtener un resultado que ya ha salido antes. En la prueba piloto las niñas realizaron 72 rondas y no lograron cumplir con el objetivo propuesto para ganar.

Por último, quiero destacar que el juego me pareció muy interesante, porque se puede adaptar a cualquier contenido y a su vez trabajar en conjunto varios contenidos en una única actividad.

- ✓ Relato personal de K

Luego de realizar la actividad del juego al azar, me surgieron múltiples preguntas, como ¿Por qué en los dos grupos se dio siempre terminar primero las fichas rojas (números pares)? y ¿Por qué no las verdes, siendo que son menos? ¿Existe alguna manera específica de tirar los dados para intentar sacar algún número pensado?

Luego de estas preguntas que me surgieron, entendí que como lo dice el juego es “al azar”, esto quiere decir que son juegos en los cuales las posibilidades de ganar o perder no dependen de la habilidad del jugador, sino exclusivamente de la suerte que tenga ese día.

A modo de reflexión, podríamos decir que en este juego gano J y E, pero los juegos al azar no son repetitivos, ósea, que no quiere decir que siempre ganen. Puede pasar que pierdan y que en el próximo juego gane el compañero al que venció anteriormente. O también puede ser que vuelvan a ganar, pero no siempre con los mismos números obtenidos anteriormente.

Este juego como otros de azar, ejemplo, bingo, lotería, truco, no son algo que podemos predecir, podemos ir con confianza y seguridad de ganar, pero no es algo que podemos saber de ante mano, lo único que si sabemos, es que para ganar debemos tener la suerte de nuestro lado.

- ✓ Relato personal de E

Con respecto a mi experiencia puedo decir que por deducción y experiencia en juegos de azar, estaba convencida en que los primeros en completar iban a ser los números pares debidos a las variantes de combinaciones que tenemos al lanzar los dos dados. Si analizamos estas combinaciones vamos a encontrarnos con 27 posibilidades de números pares, mientras que impares son 9. De esta manera vemos que tenemos 18 oportunidades más de obtener resultados de producto par.

Pero como se trata de hecho aleatorio depende lo que la suerte quiera que salga. Si me sorprendió mientras jugaba M y J las racha de números impares que salieron seguidos.

Lo que si después de realizar el juego, tuve analizar porque se daba este fenómeno y luego entendí. Por que cuando jugamos entre amigos el sacar más números par o ir ganando, el jugador lo atribuye a que anda de suerte…no se pone analizar cuál es el motivo del mismo.

En el momento de realizar este relato también vino a mi mente los aportes que realizaron algunos de mis compañeros en la clase donde realizamos un juego con dados, donde también analizamos las probabilidades de tener un resultado u otro.

Bibliografía:

- Ana P. de Bressan, Oscar Bressan; Probabilidad y estadística: cómo trabajar con niños y jóvenes. Capítulo 1 La imprevisibilidad y las matemáticas P15- 22. Ed. Novedades Educativas.
- V García; Texto Base Unidad 3, Probabilidad y Estadística. Contenidos escolares de la Matemática.
- Héctor Ponce. Probabilidad de lo imposible, lo incierto, lo probable y lo seguro. Capítulo 8. Proyecto en la escuela. Ed. Novedades Educativas.
- V García. Grabación 6° Videoconferencia. Didáctica de la Matemática. 23 de agosto 2016.

Resolución grupo 3 - participantes: A, B, I y N

- Contenidos identificados:

Los contenidos de Probabilidad que logramos identificar en la realización del juego propuesto son:

Fenómenos aleatorios

Espacio muestral

Sucesos compatibles e incompatibles

Probabilidad de un suceso

Regla de Laplace

Frecuencia absoluta y relativa

Sucesos compuestos

Representación (tablas de doble entrada)

Asignación de probabilidades de modo subjetivo

Combinatoria

- Propuesta de una variante:

La variante que proponemos para el juego cambiar la operación de multiplicación por la suma. Creemos que didácticamente este cambio nos va a permitir simplificar las operaciones, permitiendo que alumnos que aún no han alcanzado la madurez suficiente para realizar multiplicaciones, puedan realizar el juego sin modificar el contenido de probabilidad, si reemplazamos el producto por la adición estamos pensando en un juego más sencillo. Cabe aclarar que al inicio del juego, nos propusimos a jugar en pareja y decidimos que los resultados que se obtengan en cada tirada serían sumados, para luego ubicarlos en la tabla de pares o impares. Con respecto a la organización y representación de la información obtenida utilizamos el mismo registro de datos que el realizado con la multiplicación.

- Alcances y limitaciones del juego:

En la versión original del juego, propuesta por las profesoras, nos vemos enfrentados a tomar algunas decisiones, antes de comenzar: si bien están las instrucciones, debemos decidir la cantidad y color de fichas que vamos a repartir. Una decisión que no parecería muy relevante hasta que jugando y experimentando nos damos cuenta que si cambiamos esa cantidad, los resultados pueden ser muy diferentes, así como la posibilidad que se tiene de ganar, ya que si uno tiene menos fichas, puede terminar de colocarlas más rápido si obtienen con los dados los productos que necesita. El que tiene más fichas tiene menos posibilidades.

Esto produce la posibilidad de reflexionar sobre las distintas opciones de juego, produce confrontaciones acerca de qué repartición es la más equitativa para ambos jugadores, teniendo que recurrir obligatoriamente a los conceptos de probabilidad, hipotetizando y comprobando.

Alguna de las limitaciones que reconocemos del juego, es que no permite elaborar estrategias para ganar, ya que esa situación se da gracias al azar, algo que no podemos determinar. Salvo la situación ya nombrada en la que algún jugador tome la ventaja sobre su contrincante de tener más fichas de un color que de otro, o de tener menos fichas, pero sigue siendo producto del azar, que salgan más productos pares o impares para que , en consecuencia, pueda colocar esas fichas.

Según Castro, para que el juego se constituya en un aprendizaje para los alumnos, debe presentar un problema que implique la construcción de conocimiento a partir de la reflexión propia y las discusiones y confrontaciones sobre diferentes procedimientos, una reflexión grupal y la puesta en juego de saberes y procedimientos para la búsqueda de soluciones. En esta versión, el problema se produce al tomar las decisiones sobre la cantidad de fichas a repartir y cómo repartirlas , ya que la operación a realizar una vez que tiramos los dados es sumar, multiplicar, dividir o lo que fuere. Conocimientos que ya tenemos y que no implican un problema para nosotros, aunque sí lo serían si también tendríamos que decidir la operación a realizar.

Estas decisiones provocan la interacción de los alumnos, por tanto, el intercambio y confrontación de saberes entre los mismos , incluyendo al docente.

Una de las cuestiones que podemos plantear al respecto es ¿Qué conocimientos se ponen en juego? ¿qué conocimientos pueden construirse a partir de la resolución del juego? ¿de qué forma?

¿Qué modelos matemáticos se utilizan? Para resolver el juego es necesario saber multiplicar para obtener el producto de los dados, dividir para hacer la repartición de las fichas (si bien nuestra decisión fue jugar con sólo 6 fichas, podríamos haber decidido jugar con 30, poniendo en juego nuestro conocimiento de cómo repartirlas) implicando también un modelo matemático para resolverlo.

La variante propuesta por nosotras, nos permite adaptar el juego a los alumnos más pequeños. En este sentido podemos decir que prevalecen los contenidos de probabilidad, como así también combinatoria y a través de la orientación en las preguntas que pudieran hacerse, omitir el tratamiento de contenidos que no se encuentran al alcance de los niños.

Además es importante distinguir que en dicho juego de azar que no se puede predecir el resultado, aunque repitamos el juego varias veces, para lo cual sostenemos que dicha experiencia es efectiva para que los alumnos puedan conocer y descifrar que existen diferentes resultados seguro, probable o imposible.

Por ejemplo preguntar ¿es posible sacar un 4 y un 7? ¿y un 3 y 5?. La respuesta sería seguro, probable o imposible. ¿Es probable obtener un número par? ¿E impar? ¿es probable obtener dos números iguales?

Finalmente comprobamos que las probabilidades de ganar siguen siendo las mismas tanto para la resolución con el producto como con la adición, ya que la probabilidad de sacar un número par o impar depende del azar.

Así como el juego se vuelve posible para los alumnos más pequeños presentando esta nueva variante, también puede pasar que presentemos en una secuencia didáctica una y luego la otra variante en los alumnos más grandes. Esto incentivaría la reflexión sobre si se modifica o no el resultado del juego. También podrían establecer en qué varía y qué estrategias podrían utilizar para aumentar las probabilidades de ganar. Es decir, que podría proponerse que ellos mismos inventen una variante del juego para favorecer a uno o a otro.

Por último, cabe destacar, que hemos podido reflexionar que el juego tiene muchísimas posibilidades de variantes, pero lo que vale es la intención didáctica. Es decir, qué reflexión se quiere producir en los alumnos, qué conocimientos se desea que pongan en juego y que construyan de manera colaborativa.

Anexos

Proceso del juego

La estrategia de división de fichas que utilizamos fue repartir la misma cantidad a cada participante, en este caso 6 fichas de las cuales tres son verdes y tres son rojas.

Organizamos dos grupos, uno compuesto por B y N y otro por I y A.

Uno de los dos grupos fue mediado por videoconferencia ya que una integrante reside en otra localidad.

Relatos y registros

I: Antes de comenzar el juego nos dividimos en dos grupos, seguidamente da inicio al juego el primer grupo de I y A donde cada una comienza a tomar nota de cada porcentaje. Luego I al tercer tiro completa la columna de fichas rojas (productos pares), y A completa la ficha de pares al cuarto tiro de dados.

Continuamos jugando y se realizan 5 tiros más donde I completa todas las fichas Verdes (productos impares) antes que A a la cual le quedan tres fichas verdes por completar. Saliendo ganadora del juego I.

Seguidamente continúan N y B, donde resulta ganadora del juego N.

Productos Pares				Productos Impares			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
6	4	24	Roja	3	1	3	verde
4	2	6	Roja	1	5	5	verde
1	4	4	Roja	1	1	1	verde

A: Antes de iniciar el juego, nos juntamos B, N y yo, y realizamos una videoconferencia con I. Seleccionamos los grupos y quedan definidos; B y N, I y yo; Una vez que nos pudimos conectar con I, ya que tuvimos dificultades con la conexión, N tira los dados por I y ella (I) iba anotando los datos y le mostrábamos que no estaba haciendo trampa.

Comienza el Juego I, en donde, las dos terminamos primero las columnas de las fichas rojas, (números pares). Yo pierdo mi turno porque me vuelve a salir una ficha roja, luego tira I le sale una ficha impar y gana el juego.

Productos Pares				Productos Impares			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
6	2	12	Roja	3	1	3	verde
6	2	12	Roja	-	-	-	-
6	5	30	Roja	-	-	-	-
4	3	12	Roja	-	-	-	-

N: Realizamos el juego las cuatro juntas en la casa de B, mediando con I por videoconferencia ya que vive en otra localidad. Utilizamos, ante la falta de dados, una aplicación de celular para arrojarlos, denominada "3D Dice".

Al comienzo realizamos el juego sumando, hasta que al leer nuevamente las instrucciones caímos en la cuenta de que la propuesta hablaba del "producto" de los dados, por lo que entendimos que había que multiplicar los dados que obtuviéramos al realizar el experimento aleatorio. Volvimos a jugar el juego siguiendo las instrucciones correctamente, pero antes comprobamos qué hubiera pasado con esos mismos dados que habíamos sacado pero realizando la multiplicación, queríamos ver si el resultado final cambiaba o si cambiaba el proceso de juego. En nuestro caso, el resultado final del juego no cambió ya que ganó la misma, pero si se modificó la cantidad de fichas colocadas. En cambio en el grupo de A e I, el cambio de operación produjo que se modifique la ganadora del juego. Por lo que nos dimos cuenta que las probabilidades de ganar siguen siendo las mismas sea cual sea la operación, ya que la probabilidad de sacar par o impar depende del azar y los sucesos son equiprobables.

Comenzamos nuevamente el juego:

Comienza el juego B. Tira los dados y sale un 1 y un 2 cuyo producto es 2 por lo que coloca en su registro una ficha roja.

Luego juega N, tira los dados y sale un 3 y un 5, cuyo producto es 15, coloca una ficha verde en su registro.

B sigue, saca un 3 y un 6, es decir 18, como es par, coloca una ficha roja en su registro.

Tira N, saca un 2 y 6, obtiene en total 12, así coloca una ficha Roja.

Nuevamente es el turno de B quien saca un 4 y un 1, obteniendo como resultado un 4, colocando una ficha roja en su registro.

N saca un 2 y un 1, como el producto es 2, coloca una ficha Roja

En su turno B saca como resultado un 6 dado por la multiplicación de 2 y 3, al ser par pierde el turno ya que se quedó sin fichas rojas.

Es el turno de N, que obtiene doble 5, cuyo producto es 25, colocando una ficha verde

B, nuevamente vuelve a perder el turno ya que arroja los dados y obtiene 2 y 6, en total 12,pero ya no tiene fichas rojas.

N arroja nuevamente obteniendo 4 y 6 , o sea, un total de 24 colocando una ficha roja.

B vuelve a tirar , obtiene doble 5, cuyo producto es 25, coloca una ficha verde.

N obtiene un 5 y un 1, como resultado 5 colocando una ficha verde y ganando la partida.

La cantidad total de tiros fue de 12.

Productos Pares				Productos Impares			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
2	6	12	Roja	3	5	15	Verde
2	1	2	Roja	5	5	25	Verde
4	6	24	Roja	5	1	5	verde

B: Comenzamos el juego las cuatro en mi casa, I a través de videoconferencia ya que vive en Pico Truncado. Por la desventaja en la comunicación le dimos la posibilidad de que ella eligiera con cuál de las compañeras participar del juego. Dispusimos de las tablas para el registro de los datos, pero ninguna de las tres presente tenía dados.

N propuso que los dados a utilizar fueran los de una aplicación del teléfono. La aplicación usada tiene dados indistinguibles. Cuando comenzamos a jugar lo hicimos naturalmente, sin observar que las tablas de registro decían que la operación a realizar era un producto y nosotras habíamos anotado los datos de los dados como si fuera una adición. Este error tuvo como consecuencia que tuviéramos que volver a jugarlo, para poder así cumplir con las reglas del juego.

1. Comienzo el juego tirando los dados, sale un 1 y un 2 cuyo producto es 2 por lo que coloco en el registro una ficha roja.
2. Luego juega N, tira los dados y sale un 3 y un 5, cuyo producto es 15, coloca una ficha verde en su registro.
3. Saco un 3 y un 6, es decir 18, cómo es par, pongo una ficha roja en mi registro.
4. Tira N, saca un 2 y 6, obtiene en total 12, coloca una ficha Roja.
5. Es mi turno un 4 y un 1, obteniendo como resultado un 4, coloco una ficha roja en el registro.
6. N saca un 2 y un 1, como el producto es 2, coloca una ficha Roja
7. Es mi turno y saco un 6 por la multiplicación de 2 y 3, al ser par pierdo el turno, me quedo sin fichas rojas.
8. Es el turno de N, que obtiene con ambos dados 5, el producto es 25, coloca una ficha verde
9. Juego nuevamente pero pierdo el turno porque ya no tengo fichas rojas, 2 y 6, en total 12.
10. N arroja los dados y saca 4 y 6 , o sea, un total de 24 coloca una ficha roja.
11. Tiro de nuevo , saco doble 5, cuyo producto es 25, pongo una ficha verde.
12. N obtiene un 5 y un 1, como resultado 5 colocando una ficha verde y gana la partida.

N gana la partida, los errores nos permitieron advertir que el juego varía dependiendo de la operación que se realice en la combinación de los dados.

Productos Pares				Productos Impares			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
2	1	2	Roja	5	5	25	verde
3	6	18	Roja	-	-	-	-
2	3	6	Roja	-	-	-	-

2	3	6	pierde turno	-	-	-	-

Reflexiones:

- **¿Todos tienen la misma posibilidad de ganar? ¿por qué?**

Si, creemos que todos tienen la misma posibilidad de ganar porque tienen la misma cantidad de fichas verdes y rojas, realizan el mismo experimento aleatorio, cuyos sucesos posibles son los mismos.

- **¿cuál es la probabilidad de obtener un número par?**

La deducción que realizamos es la siguiente:

Dado que los dados son numerados del 1 al 6 y son iguales, son indistinguibles, por lo que tenemos 21 combinaciones posibles, las cuales pueden arrojar 21 productos que pueden ser pares o impares. (si los dados fueran distinguibles tendríamos 36 combinaciones posibles, pero como no lo son, las repetidas no las contamos).

Estas combinaciones componen el espacio muestral, y es el siguiente:

E={(1,1),(1,2);(1,3),(1,4),(1,5),(1,6),(2,2),(2,3),(2,4),(2,5),(2,6),(3,3),(3,4),(3,5),(3,6),(4,4),(4,5),(4,6);(5,5);(5,6);(6,6)}

De los sucesos posibles, al realizar el experimento aleatorio, 15 combinaciones dan como resultado productos pares y 6 dan como resultado productos impares. Esta deducción la realizamos teniendo en cuenta que el producto de dos números pares da como resultado un número par, el producto de un número par y un número impar da como resultado un número par y el producto de dos números impares dan como resultado un número impar. Además lo corroboramos realizando la operación.

El modelo matemático que nos permite arribar a esta respuesta es el cálculo a partir de la fórmula de Laplace. La fórmula indica que la probabilidad de un suceso es igual al cociente entre la cantidad de casos favorables y la cantidad de casos posibles:

$$P(s)= \frac{\text{casos favorables}}{\text{casos posibles}}$$

Si reemplazamos con los datos que tenemos, quedaría la siguiente operación

$$P(\text{obtener un producto par})= \frac{15}{21} = 0{,}71= 71\%$$

Es decir, que la probabilidad de obtener un número par es de 71%

- **¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?**

Siguiendo la misma deducción y modelo matemático planteado anteriormente podemos decir que: Para conocer la probabilidad de obtener un número impar debemos conocer cuál es la totalidad de resultados posibles. En la reflexión anterior concluimos que la misma era 21 de los cuales 6 productos eran impares. Por lo tanto:

$$P(\text{obtener un producto impar}) = \frac{6}{21} = 0{,}28 = 28\%$$

Entonces, la probabilidad de obtener un número impar es de 28%.

Bibliografía:

- Saiz, I. (s. f.). La resolución de problemas en el aprendizaje de la Matemática. Creencias y realidad. En Lerner, Saiz y otros. El lugar de los problemas en la clase de Matemática. Págs. 43 a 62. Buenos Aires: Novedades Educativas, 2011
- Malet, O. (s. f.). Los modelos matemáticos en la escuela. En Lerner, Saiz y otros. El lugar de los problemas en la clase de Matemática. Págs. 63 a 78. Buenos Aires: Novedades Educativas, 2011
- Ressia de Moreno, B. Juegos Matemáticos. En Castro, A. y otros. Enseñar Matemática en la Escuela Primaria. Págs. 149 a 154. Buenos Aires, Tinta Fresca, 2.006
- Godino, J. D. (Director) (2004). *Didáctica de las matemáticas para maestros*. Departamento de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de Granada. ISBN: 84-933517-1-7. [461 páginas; 8,8MB] (Recuperable en, http://www.ugr.es/local/jgodino/)
- Título: Azar y Probabilidad – Capítulo 1 Autores: DÍAZ GODINO Juan – BATANERO BERNABEU Carmen – CAÑIZARES CASTELLANO María Jesús.

Resolución grupo 4 - participantes: R, W y Z

Para comenzar el juego armamos dos grupos, el primero de dos integrantes (R y W) y el segundo de un integrante (Z).
La estrategia que utilizamos para dividir las fichas entre los grupos fue repartirnos la misma cantidad de fichas pares e impares (tres fichas pares y tres fichas impares).

Registro de tiradas en el juego N°1

Orden de tiradas	Grupo 1 W – R				Orden De tirada	Grupo 2 Z			
	Dado1	Dado 2	total	ficha		Dado 1	Dado2	Total	Ficha
1	3	4	12		2	2	2	4	
3	6	3	18		4	5	1	5	
5	3	1	3		6	6	6	36	
7	2	2	4		8	5	3	15	
9	3	4	12	P. turno	10	2	1	2	
11	4	3	12	P. turno	12	3	2	6	P. turno
13	2	2	4	P. turno	14	3	1	3	

Registro de tiradas en el juego N°2

Orden de tiradas	Grupo 1 W – R				Orden De tirada	Grupo 2 Z			
	Dado1	Dado 2	total	ficha		Dado 1	Dado2	Total	Ficha
1	1	1	1		2	5	1	5	
3	2	3	6		4	4	1	4	
5	4	4	16		6	6	3	18	
7	5	4	20		8	6	3	18	
9	5	3	15		10	4	4	16	P. turno
11	2	1	2	P. turno	12	4	1	4	P. turno
13	5	3	15		14				

Registro de tiradas en el juego N°3

Orden de tiradas	Grupo 1 W – R				Orden De tirada	Grupo 2 Z			
	Dado1	Dado 2	total	ficha		Dado 1	Dado2	Total	Ficha
1	2	1	2		2	6	3	18	
3	2	1	2		4	4	3	12	
5	3	1	3		6	5	2	10	
7	3	2	6		8	3	5	15	
9	3	1	3		10	1	1	1	
11	6	2	12	P.	12	6	2	12	P. turno

				turno					
13	4	1	4	P. turno	14	5	5	25	

GRUPO1 (R y W)

Registro de resultados Productos Pares				***Productos Impares***			
Dado 1	*Dado 2*	*Producto*	*Fichas*	*Dado 1*	*Dado 2*	*Producto*	*Fichas*
3	4	12		6	3	9	
3	6	18					
2	2	4					

GRUPO 2 (Z)

Registro de resultados Productos Pares				***Productos Impares***			
Dado 1	*Dado 2*	*Producto*	*Fichas*	*Dado 1*	*Dado 2*	*Producto*	*Fichas*
2	2	4		5	1	5	
6	6	36		5	3	15	
3	6	18		3	1	3	

Z (grupo 2) en su séptima tirada gana el juego por haber salido los números 3 y 1 equivalente a 3 y al ser impar su producto y no quedándole fichas impares completa su planilla.

Se propone reflexionar acerca de los siguientes interrogantes:

- ¿Todos tienen la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?

Consideramos que todos los grupos tenemos la misma posibilidad de ganar porque ambos contamos con la misma cantidad de fichas pares e impares, misma cantidad de tiros. También porque la metodología utilizada en el juego es de un turno por grupo.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?

Basándonos en la teoría de Laplace, que se aplica para asignar probabilidades a sucesos donde siempre los resultados sean igualmente posibles (sucesos equiprobables).

Aplicando la fórmula de casos favorables sobre casos posibles.

Espacio muestral:

{1;2;3;4;5;6;7;8;9;10;11;12;13;14;15;16;17;18;19;20;21;22;23;24;25;26;27;28;29;30;31;32;33;34;35;36}

Probabilidad de obtener un número par: 50%

Casos favorables: 18 = 0,5

Casos posibles: 36

Probabilidad de obtener un número impar: 50%

Casos favorables: 18 = 0,5
Casos posibles: 36

Podemos decir que la probabilidad de obtener un número par es del 50%, y la de obtener un número impar lógicamente es la misma, de un 50% en cada caso.

- ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?
La probabilidad de obtener un número par es del 50% basándonos en la teoría de Laplace, quien se fundamenta.

Los pasos son: resolver la actividad.

Identificar y explicitar el contenido que la actividad permite desplegar.

Consideramos que el contenido que la actividad permite desplegar se encuentra en la tercera unidad pedagógica en el eje de probabilidad y estadística y el mismo es: **"Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos".**

Al realizar el juego logramos hacer una comparación de las probabilidades de diferentes sucesos, en este caso las tiradas efectuadas, que además han sido dadas en un espacio muestral finito.

Prever diversas situaciones posibles, incluyendo aciertos y dificultades.

Durante el juego, podríamos prever que generalmente gana el que comienza el juego,

Que uno de los dos equipos se iba a quedar sin fichas primero que el otro.

Podemos prever que debemos utilizar todas las fichas para ser ganadores del juego.

Como dificultad hemos identificado la reiteración de productos pares o impares según la situación en el momento en que ya no disponíamos de las fichas necesarias haciéndonos perder el turno.

Otra dificultad es que no pudimos prever los resultados de cada tirada.

La siguiente dificultad prevista fue la suposición de que en cada tirada de cada grupo los resultados obtenidos de cada pro

Reflexionar acerca de posibles intervenciones.

Alguna de las intervenciones surgidas en el transcurso del juego fueron, por ejemplo, la cantidad de fichas rojas y verdes necesarias para jugar, la confección del cuadro para graficar los resultados; la manera de conformar los grupos y que equipo comenzaría a jugar primero.

Plantear una variante, delimitar alcance y limitaciones.

La variante consiste en la utilización solamente de productos pares para lograr ganar el juego. De este modo si el azar quiere y salen de manera consecutiva productos pares, el juego obtendría un ganador más rápido. La limitación seria que, cuando salga un producto impar no se avanzaría en el juego.

ANEXO

RELATO DE W

Para la realización del juego optamos primeramente por dividirnos en dos grupos: el primero de dos integrantes (R y yo) y el segundo de un solo integrante (Z). La disposición de los grupos fue conforme a nuestra ubicación en la mesa. Luego de la formación de los grupos seguimos con la confección de las fichas rojas y verdes respectivamente y, una vez finalizadas; procuramos repartirnos equitativamente las mismas (tres verdes y tres rojas por equipo). Se utilizaron dos dados iguales de 6 lados cada uno.

El juego se realizó tres veces con la misma conformación del grupo donde el grupo n°1 ganó solo una vez, mientras que el grupo n°2 ganó dos veces de forma intercalada.

La modalidad del juego, para hacerlo equitativo, seria de un turno por grupo.

En las primeras tiradas del juego n°1, la obtención de fichas fue igual para ambos grupos pero luego, el grupo uno tuvo inconvenientes por el hecho de haber perdido el turno reiteradas veces teniendo como consecuencia la victoria del grupo n°2.

En el juego n°2 la obtención de fichas si bien fue más equitativa, terminó ganando el grupo n°1 con un solo turno perdido a diferencia del grupo n°1 que perdió dos turnos seguidos.

Ya en el juego n°3 ganó el grupo n°2 con una diferencia de dos turnos perdidos-grupo n°1- sobre uno solo-grupo n°2-.

Considero que la posibilidad de ganar en cada juego fue la misma. Dado que la probabilidad de que ganara uno u otro era del 50%

RELATO DE Z:

En cuanto a la vivencia que tuve durante el juego, en primer lugar nos dividimos para jugar, yo estuve sola en la partida del juego, mientras mis compañeras R y W quedaron juntas en el grupo, al tener las mismas cantidades de tiros ambos grupos tenían las mismas posibilidades de ganar. Si bien la probabilidad no tiene un resultado cierto, sino que es impredecible, ellas al ser dos jugadoras podrían predecir con más precisión los números que podían llegar a salir, y de que un suceso ocurra o no.

En los tres juegos salieron rápidas las primeras fichas y rápidamente se fue marcando los cuadros, pero en los últimos tiros fue más complicado sacar las fichas para poder alcanzar la meta.

En los tres casos la obtención de fichas fueron dándose equitativamente en cuanto a los tiros ganadores, y aunque al principio pensé que ellas tenían más posibilidad que yo, sucedió lo contrario.

En cuanto al realizar el juego, tuvimos la dificultad de que al no entender bien la consigna, no pudimos prever que el resultado final que íbamos a obtener con el producto de ambos dados, era diferente al que obtuvimos con la suma de los dados, y la ganadora fui yo.

Luego jugamos en varias oportunidades para poder experimentar las variantes que surgían durante el juego.

RELATO DE R

Juego. ¿Producto par o impar?

Antes de empezar a jugar nos organizamos en dos equipos; uno de un integrante y el restante de dos.

Confeccionamos fichas rojas y verdes para distinguir los productos pares de los impares.

Repartimos tres fichas rojas y tres verdes para cada equipo, y usamos dos dados para poder obtener los productos.

Comienza jugando el grupo N°1, conformado por W y yo.

Al comenzar esta partida nos salieron dos números pares, uno impar, otro par y perdimos el turno en tres ocasiones porque nos salían como resultados productos pares y ya no disponíamos de fichas rojas para representarlos. De este modo el equipo número dos logró tomar ventaja ya que aún poseía fichas de ambos colores y sus productos le dieron como resultado un número par, seguido de un impar así sucesivamente, quedándole fichas de ambos colores que le permitieron seguir con el juego y ganando finalmente.

Jugamos tres veces, en la primer y última partida ganó el equipo N°2 y en la segunda el equipo N° 1.

La ley de Laplace, también se conoce como fórmula de Laplace, sirve para asignar probabilidades a sucesos equiprobables.

“La probabilidad de un suceso elemental es igual al cociente entre el número de casos favorables a ese suceso y el número de casos posibles”.

P(A)= N° casos favorables sobre N° casos posibles. En este caso 18/36. La probabilidad de obtener un número par es la misma que la de obtener un número impar, es decir del 50% para cada caso.

Considero que el juego fue desarrollado correctamente, ya que la probabilidad de que gane uno u otro equipo depende del azar; por otra parte fue jugado de manera equitativa realizando un tiro cada equipo, con la misma cantidad de fichas pares e impares y las mismas posibilidades de ganar.

Resolución grupo 5 - participantes: F, H y V

Desarrollo:

Contenido que la actividad permite desplegar:

- Concepto de probabilidad: La probabilidad estudia los fenómenos cuyos resultados no tienen un resultado cierto, sino que son imprevisibles (imposible de prever) como en el caso de tirar una moneda o un dado tal como lo plantea el juego "Producto par o impar" que involucra arrojar dos dados) y se dice que estos fenómenos obedecen a la reglas del azar. Uno de los objetivos fundamentales de la probabilidad es evaluar la posibilidad de que un suceso ocurra o no ocurra. La probabilidad es la medida numérica de la posibilidad de que ocurra un suceso determinado (A) cuando se realiza un experimento aleatorio y siempre es un número entre 0 y 1.
- Azar: Según Moliner (1983) lo define la cualidad de ser aleatorio como aquello que es incierto. Se dice que lo que depende de la suerte o del azar, siendo el azar la supuesto causa de los suceso no debidos a una necesidad natural ni a una intervención intencionada humana ni divina.
- Suceso: Ocurrencia de cualquier hecho.
- Suceso aleatorio, azaroso, fortuito o casual: Hecho que sucede por una combinación de circunstancias que no se pueden prever ni evitar. En el caso del juego "Producto par o impar", el producto de la combinación de los dados determinaba que ficha se descartaría.
- Suceso equiprobable: significa que cada uno de los resultados posibles tiene iguales posibilidades de ocurrir. En el caso del juego "Producto par o impar" hay treinta seis productos posibles de acontecer.
- Espacio muestral: Se refiere al conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio (En el juego "Producto par o impar" serían los siguientes: 1-2-2-3-3-4-4-4-5-5-6-6-6-6-8-8-9-10-10-12-12-12-12-15-15-16-18-18-20-20-24-24-25-30-30-36, veintisiete números pares y nueve números impares.)
- Probabilidad teórica: Puede hallarse mediante una fórmula de Laplace y puede aplicarse en aquellos casos en que todos los resultados de un experimento aleatorio son igualmente posibles, para deducir la probabilidad de que ocurra un suceso. Se aplica una fracción, el numerador representa la cantidad de casos favorables y el denominador la cantidad de casos posibles. En el caso "Producto par o impar" podemos mediante la fórmula determinar qué

posibilidades tenemos de sacar un numero par, y que posibilidades tenemos de sacar un número impar.

Número par:

$\frac{27}{36}$ = 0,75

Número impar:

$\frac{9}{36}$ = 0,25

Si bien el planteo “Producto par o impar” propone el juego como vehículo para acceder a los conceptos sobre probabilidad, también se puede aplicar la fórmula para arribar a diversas conclusiones.

- Frecuencia relativa: Cociente entre la cantidad de casos favorables y el número total de casos.
- Multiplicación: referente a la aritmética, procedimiento que consiste en doblar o repetir varias veces la cantidad o número de una cosa. Es una adición repetida. Consiste en calcular el resultado de adicionar un mismo número varias veces. Y dentro de la multiplicación la propiedad conmutativa que sostiene: El orden de los factores no altera el producto, al arrojarse dos dados no importa qué valor colocamos en el lugar del multiplicando y qué valor colocamos en el en multiplicador ya que el resultado será el mismo.
- Cálculo mental: Si bien ha sido poco teorizado, es importante porque permite a los alumnos construir una representación de relaciones que hay entre dos datos obteniendo nueva información en función de una pregunta formulada en “Producto par o impar” será el producto entre los dos dados y la clasificación de par o impar y también se solicita una respuesta exacta. El cálculo mental propone al cálculo como objeto de reflexión, favoreciendo la aparición y el tratamiento de relaciones estrictamente matemáticas favoreciendo la relación del alumno con la disciplina.

Situaciones posibles con aciertos y dificultades:

- Una de las situaciones posibles que consideramos un acierto está asociada a la práctica de la multiplicación de un modo no convencional, que parte como un juego pero a la vez pone al estudiante ante una situación problemática que representa un desafío a resolver.

- Otra de las situaciones tiene que ver con el ejercicio de los cálculos mentales que favorecen la capacidad de los niños para establecer relaciones aritméticas y el desarrollo de las funciones cognitivas.
- El reconocimiento de los números pares e impares.
- Observamos como dificultad el diferente grado de reconocimiento que puede tener un niño acerca de las diferentes tablas, así también el desconocimiento de la propiedad conmutativa que puede hacer pensar a un niño que sabe cuánto es tres por seis y no saber cuánto es seis por tres.

Reflexionar acerca de posibles intervenciones:

- Una posible intervención sería, que frente al juego de azar, alguno de los alumnos no logre descartar fichas pares o impares, porque siempre obtiene productos de un mismo tipo, se incline a desistir, o al menos manifestar su disconformidad. En ese caso será el docente el que genere en el niño motivación para que continúe jugando no por el hecho de ganar sino por el hecho de divertirse, participar y en consecuencia aprender.
- Otra posible intervención sería que ante la dificultad de multiplicar mentalmente o el desconocimiento de las tablas, algún estudiante proponga cambiar la operación multiplicación por la adición. Esta posible intervención se puede tener en cuenta a la hora de llevar la propuesta a un grado inferior pero en este caso deberá sostenerse atendiendo al objetivo pedagógico de la actividad.
- También existe la posibilidad de que algún alumno solicite jugar con las tablas en mano, en este caso se considerará si es oportuno teniendo en cuenta las características del alumno y así también tener la opción de que haya una tabla por grupo para que la utilice aquel que las precise.

Propuesta de una variante:

Comprendiendo que a través de la resolución de problemas se logran elaborar conceptos, relacionar contenidos con otros ya conocidos, se reestructuran conceptualizaciones provisorias y se da lugar a nuevos procedimientos. Y teniendo en cuenta que las situaciones problemáticas promueven la reflexión, la búsqueda de nuevas alternativas, la gestión de una dinámica particular de trabajo, proponemos la siguiente variante.

Juego: “El buscado”

- Participantes: Se puede desarrollar de a dos participantes enfrentados o por grupos de 2 integrantes o más.
- Materiales: 2 dados, una planilla por grupo (debajo se detalla) 6 fichas con los productos buscados.

Dado 1	Dado 2	Producto
		1
		3
		5
		9
		15
		25

- Cada grupo recibirá una planilla que contiene las grillas para apuntar el valor de los dados y el producto buscado a modo de ficha.
- Instrucciones: Cada participante o grupo tira los dados en busca de que el producto entre ambos valores obtenidos sea “el buscado”, si obtiene algún buscado lo ubica en la grilla.
- Los turnos son de uno a uno ya sea que fuesen dos participantes enfrentados o dos grupos.
- Gana el que primero obtiene todos los buscados.

También se les solicitará a los alumnos que apunten cada uno de los productos obtenidos al arrojar los dados, para finalmente realizar algunas preguntas de análisis:

*¿Qué característica tienen los números que salieron mayor cantidad de veces?

*¿Qué características tienen los números buscados?

*¿Podes arribar a alguna conclusión? ¿Cuál?

La idea con este juego es que ellos puedan detectar que las probabilidades de sacar productos impares son menores a la de sacar pares, siempre y cuando el azar lo permita ya que puede suceder, que por una cuestión de azar saquen los números impares que son los buscados, con mayor rapidez. Para analizar este tipo de situación será fundamental la puesta en común y el intercambio entre pares, orientado por la guía del docente.

Bibliografía:

- Bressan A., Bressan O.- (2008) - Probabilidad y Estadística: cómo trabajar con jóvenes y niños.- Bs. As. Argentina- Ediciones: Novedades Educativas.
- Castro Adriana y otros autores. - (2006) – Enseñar Matemática- Bs. As. Argentina- Editorial Tinta Fresca.
- Cecilia Parra, Irma Saiz- (2002)- Didáctica de Matemática. Aportes y reflexiones.- Bs. As. Argentina. Ed Paidós.
- Díaz Godino Juan y otros autores. (1996) Azar y Probabilidad- Madrid. España- Ed. Síntesis.

ANEXO:

RELATOS PERSONALES

Nombre: F

Antes de empezar con la actividad planteada leímos varias veces las instrucciones para tratar de interpretar el juego, y a partir de ahí intentar resolver la situación problemática planteada "juegos con dados" (producto par e impar)

Al principio nos costó bastante ya que representaba un gran desafío que nos obligó a tener cambios de ideas, diferentes estrategias y llegar al resultado esperado.

Debemos reconocer que nos divertimos muchísimo, pese a desconocer las reglas del juego. Por lo tanto, debimos recurrir a distintos ensayos a fin de entender un poco y obtener el resultado, que a nuestra consideración, puede ser el correcto.

En el primer intento jugamos de la siguiente manera: pareja de dos, en donde la estrategia que utilizamos con la división de fichas fue la siguiente. Cada uno (10 fichas cinco fichas roja y cinco fichas verde) lo que requirió varios tiros, Si el producto era par colocamos una ficha roja en la columna de los pares de la planilla, si el producto era impar colocamos una ficha verde en la columna de los impares. De acuerdo a los resultados que obtuvimos nos permitió darnos cuenta que los productos pares son los que más salen y los impares fueron lo más difíciles de salir.

En el segundo intento buscamos otra estrategia a la hora de repartir las fichas, en esta oportunidad optamos por jugar con 20 fichas cada una (10 fichas roja y 10 ficha verde). En la que pudimos comprobar también que los productos pares son los que más salían.

En el tercer intento buscamos otra forma de repartirnos las fichas, en esta oportunidad optamos en intentar con seis fichas (tres fichas rojo y tres fichas verdes). En esta jugada también queda comprobado que los productos que más salen en cada tiro son los pares.

En el cuarto intento utilizamos otro tipo de estrategias en esta oportunidad intentamos con seis fichas cada uno, pero la división de las mismas era diferentes que las anteriores, ya que, cada uno de nosotros elegimos quedarnos con fichas todos pares (rojo) o todos impares (verde), en la que también quedo comprobado que en cada tiro de dados, la mayoría de las veces salían productos pares).

A la conclusión que hemos llegado y al ser una propuesta experimental los resultados pueden variar, todos tienen la misma posibilidad de ganar el juego, ya que es un juego de azar y todo depende de la suerte de cada uno. En la que nos da a entender que la probabilidad de ganar con productos pares es del 0,75% e impares es del 0,25%.

Nombre: V

El día viernes 26 de agosto a las 20:00 nos reunimos las tres integrantes de la localidad de Puerto Santa Cruz para dar comienzo al trabajo: Análisis Didáctico del Juego "Producto Par o Impar".

Con el documento en mano "Producto par o impar", los dados y las fichas de colores verdes y rojas, nos dispusimos a jugar. Al ser tres integrantes el 4to integrante era imaginario, ese era mi compañero de grupo, mientras F y H representaba el otro grupo.

El documento “Producto par o impar” no establece específicamente en el enunciado el dato correspondiente a cuántas fichas hay que repartirse, razón por la cual, lo determinamos nosotras. Luego de leer reiteradas veces la consigna.

En un primer intento, determinamos que utilizaríamos 10 fichas cada grupo 5 rojas y 5 verdes ambos integrantes con todas las fichas. En ese primer intento las fichas pares fueron descartadas prácticamente en forma pareja, lo que hacía imaginar que podía ganar cualquiera de los dos equipos. En un momento determinado, luego de perder varios turno ambos equipos, H y F en una buena racha descartaron tres o cuatro fichas verdes, despegándose, yo no lograba descartar más que una ficha verde, finalmente ellas ganaron. En este primer intento pude observar la frecuencia con la que salían ciertas caras de dado, alternadamente como el dos, el cuatro, el uno, el tres, entonces muchas veces se obtenía el mismo producto.

En un segundo intento, todavía desorientadas por el dato faltante de la cantidad de fichas, decidimos hacerlo con 20 fichas cada grupo 10 rojas y 10 verdes ambos integrantes con todas las fichas. En líneas generales la dinámica fue la misma, rápidamente descartamos las fichas rojas, en un desempeño parejo hasta que mi equipo comienza a permanecer con las fichas verdes y H y F descartan lentamente las verdes hasta ganar. Aquí puedo agregar que registre 27 tiros de los cuales 21 fueron pares y 7 impares.

En un tercer intento aun condicionadas por el dato faltante, decidimos jugar con 6 fichas ajustándonos estrictamente a la estructura de la planilla presentada en el documento que incluye espacio para 6 registro cada uno , dividimos 12 fichas en 3 pares y 3 impares para cada integrante del grupo. En esta vuelta nuevamente ganó el equipo de H y F, agrego que descartaron primero las impares.

En el cuarto y último intento, también ajustadas al formato de la planilla repartimos las 6 fichas de cada integrante en las 6 verdes para uno y las 6 rojas para el otro. Por última vez gano el equipo de H y F, yo solo pude descartar las 6 rojas y solo dos de las verdes.

En lo personal, nunca perdía las esperanzas de recuperarme y ganar, pero ciertamente no sucedió, hubo momentos en lo que parecía ser para cualquiera de los equipos, pero luego el equipo de las compañeras se me escapaba.

Entre cada uno de los intentos releíamos una y otra vez el documento en búsqueda de algún dato en el que no se haya reparado y que pueda esclarecer las dudas que se nos generaban.

Luego de los cuatro intentos e infiriendo la repetitividad de los sucesos, decidimos comenzar el análisis, pero sin dejar el juego de lado, sino teniéndolo presente para volver a él, todas las veces necesarias. Y como conclusión personal que ese día estaba con muy poca suerte.

Nombre: H

Antes de empezar con el juego "Producto Par o Impar", repasamos varias veces la instrucción.

En principio el juego me causo frustración al no comprender bien la instrucción, una de ella fue en referencia a la cantidad de grillas que debía tener la planilla de registro, a pesar de que en el juego había un modelo de "registro de resultados", pero al no estar explícito que esa debíamos implementar , decidimos empezar el juego probando con una planilla de 10 grillasven donde se ubicó en la columna izquierda los Productos Pares y en la columna derecha los Impares, en cuanto a las fichas se dividió 5 para los productos Par y 5 para los productos impar". En cuanto a la estrategia de juego decidimos que cada una de las integrantes de los grupos tuviera 5 fichas rojas y 5 fichas verdes.

Después de jugar un largo rato observamos que la mayoría de los números que salieron eran par, mientras que los números impar era más difícil de sacar, esto daba ventaja al otro grupo que completara las grillas y poder ganar, ya que en la instrucción decía que "si salen valores para los cuales no hay más fichas, se pierde el turno".

Para seguir comprobando que siempre salen más productos pares decidimos jugar con una planilla que contenga 20 grillas, con la misma ubicación de los productos, en la columna izquierda los Productos Pares y en la columna derecha los Productos Impares, en cuanto a la distribución de las fichas eran 10 fichas rojas (Par) y 10 fichas verdes (Impar). Al jugar un rato largo llegamos a la conclusión de que se completa primero la columna de los Productos Pares, a su vez puede ser tedioso hasta el extremo de desistir a jugar ,lo que genera que se pierda el objetivo del juego que es jugar aprendiendo.

Teniendo en cuenta lo que produce cuando el juego es largo decidimos disminuir la cantidad de grillas, en esta oportunidad jugamos con una de 6, en cuanto a las distribución de las fichas fueron (3 rojas para los pares y 3 verdes para los impares).En esta oportunidad el juego fue más dinámico y divertido finalizando rápido, esto nos dio la pauta de que la cantidad de grilla influye parcialmente en el tiempo que lleva jugar.

Por último volvimos a jugar con el mismo modelo de planilla de 6 pero con una estrategia distinta que las anteriores, ya que cada uno de los integrantes de cada grupo decidieron quedarse con todas las fichas rojas (par) y los otros con todas las fichas verde (impar), el resultado de esta partida fue que las integrantes que tenían todas las fichas rojas ganaran, mientras que las integrantes con fichas verde seguían jugando.

Como conclusión puedo decir que la probabilidad de ganar es para cualquiera de los grupos y que en el juego el azar depende para ganar.

Resolución grupo 6 - participantes: D y Q

Registro de resultados

O							
Productos PARES				Productos IMPARES			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
4	1	4	PAR	1	3	1	IMPAR
6	2	12	PAR	5	3	15	IMPAR
1	4	4	PAR				
P							
Productos PARES				Productos IMPARES			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
1	2	2	PAR	3	1	3	IMPAR
6	6	36	PAR	5	1	5	IMPAR
6	3	18	PAR				
D							
Productos PARES				Productos IMPARES			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
2	1	2	PAR	5	3	15	IMPAR
6	3	18	PAR	5	1	5	IMPAR
2	1	2	X	5	3	15	IMPAR
4	4	16	X				
2	1	2	X				
2	1	2	X				
4	3	12	X				
4	3	12	X				
5	4	20	X				
6	3	18	X				
4	5	20	X				
4	2	8	X				
2	1	2	X				
5	2	10	X				
Q							
Productos PARES				Productos IMPARES			
Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha	Dado 1	Dado 2	Producto	Ficha
4	4	16	PAR	3	1	3	IMPAR
3	2	6	PAR	5	1	5	IMPAR
5	4	20	X				No uso
4	4	16	X				
2	1	2	X				

4	6	24	X				
6	2	12	X				
2	1	2	X				
3	4	12	X				
3	4	12	X				
2	1	2	X				
5	2	10	X				
4	4	16	X				
4	2	8	X				

Se propone reflexionar acerca de los siguientes interrogantes:

1. **¿Todos tienen la misma posibilidad de ganar? ¿Por qué?**

Si todos tenemos la misma posibilidad de ganar. Porque utilizamos los mismos b ndados y tenemos la misma cantidad de tarjetas. De acuerdo a las variables, existirán probabilidades si obtienes más fichas Pares, también el azar cumplirá un papel fundamental.

D: Notamos que el jugador que menos fichas impares vaya teniendo durante el transcurso del juego, es el que tiene más probabilidades de ganar. Es decir, hay más posibilidades de obtener un número par a partir del producto de los dos dados.

2. **¿Cuál es la probabilidad de obtener un número par?**

- *Q realiza esta operación para llegar al resultado:*

DADO 1	DADO 2	PRODUCTO
PAR	IMPAR	PAR
IMPAR	PAR	PAR
PAR	PAR	PAR
IMPAR	IMPAR	IMPAR

Estos son los casos posibles de obtener productos pares e impares.

Para poder resolver los problemas de probabilidad debemos conocer la fórmula de Laplace.

Probabilidad de sacar un número **Par** = $\frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}} = \frac{3}{4} = \mathbf{0{,}75}$

D realiza un cuadro para llegar al resultado: es para hacer más sencilla la comprensión, conviene hacer un conteo de todas las formas posibles que caigan los dos dados, a través de un cuadro…

CASOS POSIBLES	DADO 1	DADO 2	PRODUCTO	FICHA
1	1	1	1	IMPAR
2	1	2	2	PAR
3	1	3	3	IMPAR
4	1	4	4	PAR
5	1	5	5	IMPAR
6	1	6	6	PAR
7	2	1	2	PAR
8	2	2	4	PAR
9	2	3	6	PAR
10	2	4	8	PAR
11	2	5	10	PAR
12	2	6	12	PAR
13	3	1	3	IMPAR
14	3	2	6	PAR
15	3	3	9	IMPAR
16	3	4	12	PAR
17	3	5	15	IMPAR
18	3	6	18	PAR
19	4	1	4	PAR
20	4	2	8	PAR
21	4	3	12	PAR
22	4	4	16	PAR
23	4	5	20	PAR
24	5	6	30	PAR
25	5	1	5	IMPAR
26	5	2	10	PAR
27	5	3	15	IMPAR
28	5	4	20	PAR
29	5	5	25	IMPAR
30	6	6	36	PAR
31	6	1	6	PAR
32	6	2	12	PAR
33	6	3	18	PAR
34	6	4	24	PAR
35	6	5	30	PAR
36	6	6	36	PAR

…Para no confundirnos, tomamos dos dados distintos, uno más grande que el otro. Con esta base, observamos que tenemos un primer dado que puede caer de 6 maneras distintas (6 chances), y un segundo dado que también puede salir de 6 maneras distintas (6 chances, también con igual probabilidad).

Los resultados expuestos nos muestran que hay 36 posibles resultados del producto de los dos dados. Este resultado (cantidad de formas distintas de caer de los dados) puede interpretarse como el producto de las posibilidades del dado más chico y de las seis posibilidades del dado más grande.

Probabilidad de sacar un número **Par** = $\frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}} = \frac{27}{36} = \mathbf{0{,}75}$

❖ EN AMBOS CASOS SE LLEGA AL MISMO RESULTADO

3. ¿Cuál es la probabilidad de obtener un número impar?

Contamos y notamos que el jugador que menos fichas impares vaya teniendo en el transcurso del juego, es el que tiene más probabilidades de ganar. Es decir, hay más posibilidades de obtener un número par a partir del producto de los dos dados.

- *Q realiza esta operación para llegar al resultado:*

Probabilidad de sacar un número **impar** = $\frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}} = \frac{1}{4} = \mathbf{0{,}25}$

- *D realiza esta operación para llegar al resultado:*

Probabilidad de sacar un número **impar** = $\frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}} = \frac{9}{36} = \mathbf{0{,}25}$

O sea hay un 25% de probabilidades de obtener un número par

❖ EN AMBOS CASOS SE LLEGA AL MISMO RESULTADO. *Se verifica ya que la suma de todos los resultados da el 100%*

PROCESO DE ANÁLISIS:

❖ **Q:**

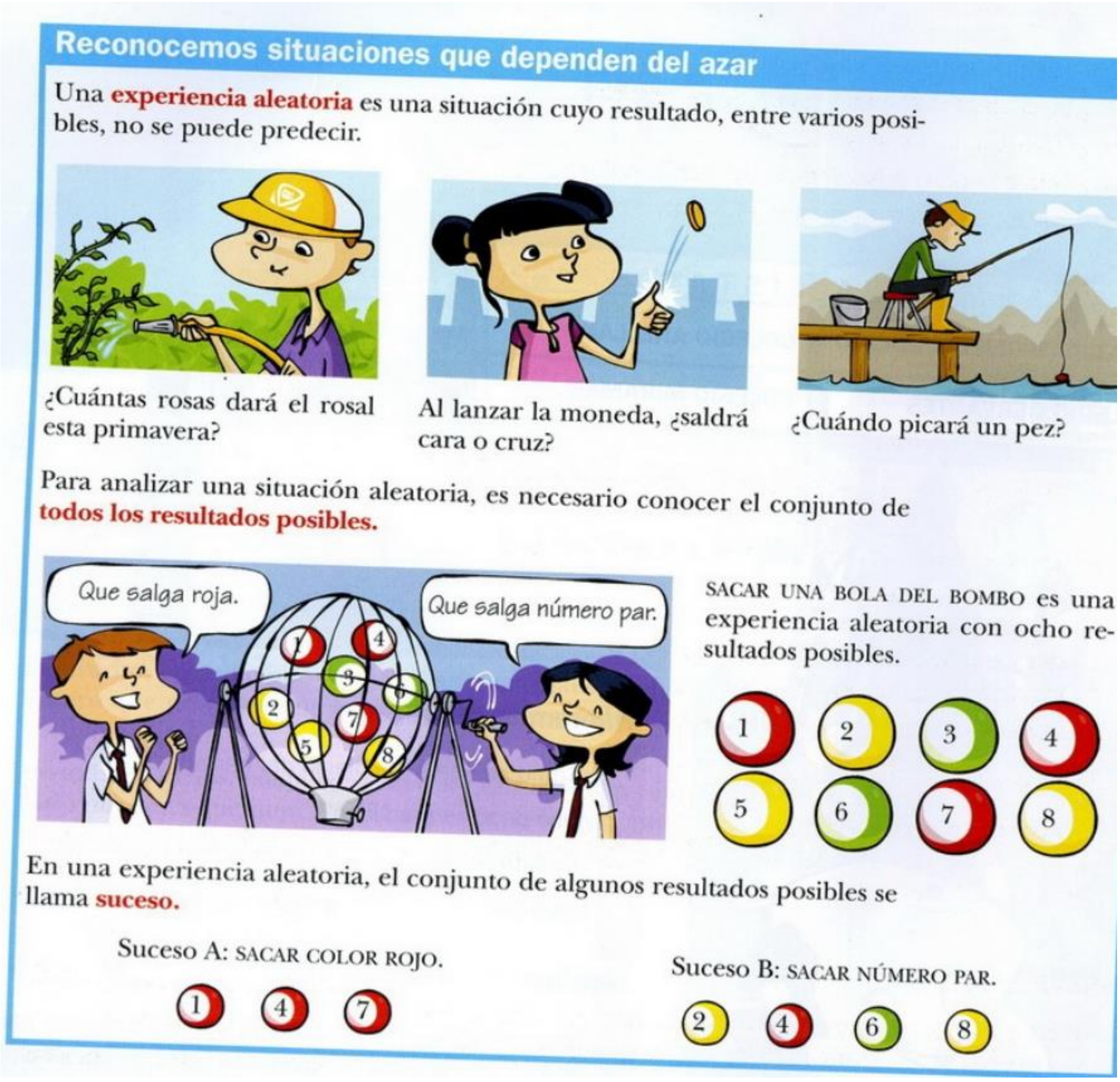
1. Resolver la actividad (jugar).

El juego se realizó con la invitación de otras 2 participantes, para que el muestreo sea mayor.

2. Identificar y explicar el contenido que la actividad permite desplegar.

Para poder medir la probabilidad de un suceso escribimos una fracción y esta formula se la denomina Laplace.

$$\textbf{Probabilidad} = \frac{\textbf{nº de casos favorables}}{\textbf{nº de casos posibles}}$$



Reconocemos situaciones que dependen del azar

Una **experiencia aleatoria** es una situación cuyo resultado, entre varios posibles, no se puede predecir.

¿Cuántas rosas dará el rosal esta primavera?

Al lanzar la moneda, ¿saldrá cara o cruz?

¿Cuándo picará un pez?

Para analizar una situación aleatoria, es necesario conocer el conjunto de **todos los resultados posibles.**

SACAR UNA BOLA DEL BOMBO es una experiencia aleatoria con ocho resultados posibles.

1 2 3 4 5 6 7 8

En una experiencia aleatoria, el conjunto de algunos resultados posibles se llama **suceso.**

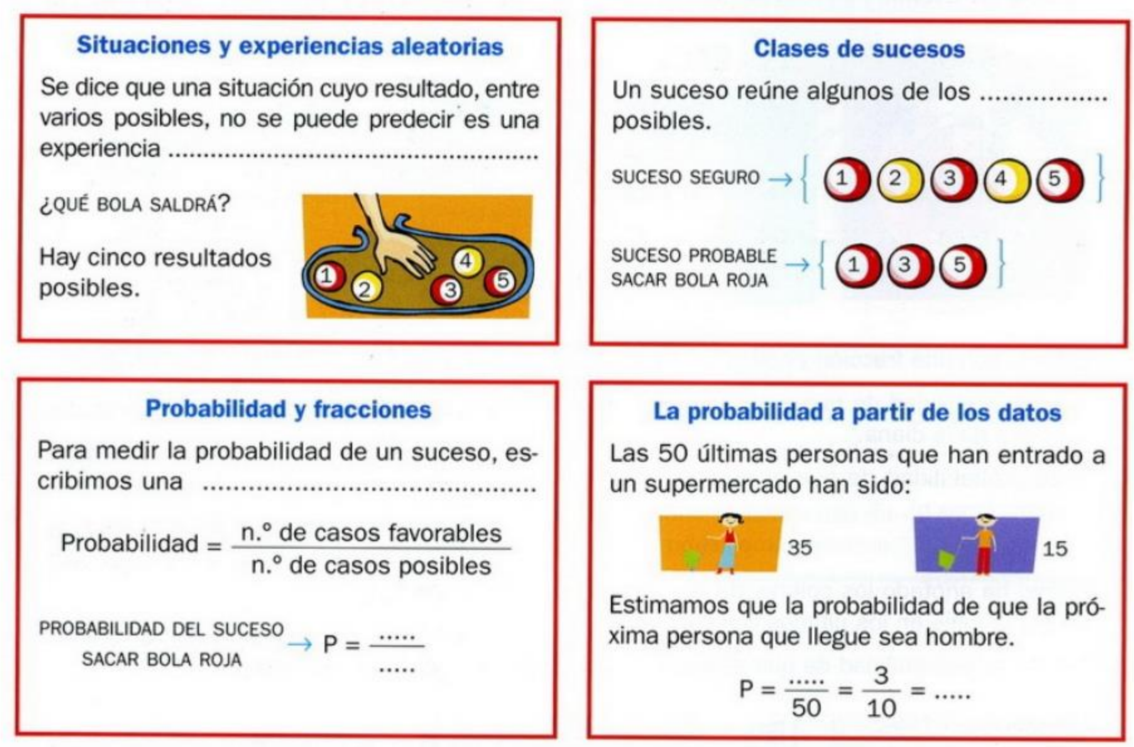
Suceso A: SACAR COLOR ROJO.

1 4 7

Suceso B: SACAR NÚMERO PAR.

2 4 6 8

Estos contenidos nos permiten realizar actividades para que los alumnos reflexionen sobre sucesos POSIBLES, IMPOSIBLES Y SEGUROS.



Situaciones y experiencias aleatorias

Se dice que una situación cuyo resultado, entre varios posibles, no se puede predecir es una experiencia ....

¿QUÉ BOLA SALDRÁ?

Hay cinco resultados posibles.

Clases de sucesos

Un suceso reúne algunos de los .... posibles.

SUCESO SEGURO → { 1 2 3 4 5 }

SUCESO PROBABLE SACAR BOLA ROJA → { 1 3 5 }

Probabilidad y fracciones

Para medir la probabilidad de un suceso, escribimos una ....

$$\text{Probabilidad} = \frac{\text{n.° de casos favorables}}{\text{n.° de casos posibles}}$$

PROBABILIDAD DEL SUCESO SACAR BOLA ROJA → $P = \frac{.....}{.....}$

La probabilidad a partir de los datos

Las 50 últimas personas que han entrado a un supermercado han sido:

35 15

Estimamos que la probabilidad de que la próxima persona que llegue sea hombre.

$$P = \frac{.....}{50} = \frac{3}{10} = ...$$

3. Prever diversas situaciones posibles, incluyendo aciertos y dificultades.

Podemos reflexionar acerca de los diferentes sucesos que pueden darse mientas jugamos.

Sucesos imposible: que el producto me de 0

Suceso posible: sacar 2 y 6 en los dados. Se puede calcular con el muestreo anterior.

Probabilidad de sacar un 2 y 6 = $\frac{\text{nº de casos favorables}}{\text{nº de casos posibles}} = \frac{2}{43} =$ **0,04651..**

Suceso seguro: sacar un número igual o menor a 36 y mayor a 1.

Para organizar el juego decidimos realizar 10 fichas pares y 10 fichas impares, como éramos 4 participantes decidimos utilizar 1 dado para dividir las fichas por parejas y después realizar una separación por mutuo acuerdo o sorteo. Primero las dividimos en 10 y luego en conceso con el otro.

4. Reflexionar acerca de posibles intervenciones.

No todos los participantes realizaron mentalmente la probabilidad de obtener más fichas pares para tener oportunidad de ganar.

5. Plantear una variante.

El juego tiene muchas partes y dependiendo de esos cambios se pueden dar diferentes resultados.

<u>Cantidad de fichas:</u> varia la duración del juego.

<u>Distribución de las fichas:</u> ventajas y desventajas a los diferentes competidores.

Finalización del juego: El juego puede terminar cuando el 1º participante termina sus fichas o cuando el último termina sin poner su ficha.
Materiales: Se pueden dar más fichas pares que impares.

Cuando realizamos el juego, decidimos distribuir las fichas mediante el dado, esto puso un condimento especial, ya que el azar hizo que 2 participantes: D y yo estemos en desventaja. De acuerdo a las probabilidades íbamos a perder, porque teníamos 3 fichas impares y 2 pares.

6. Delimitar alcance y limitaciones.

El juego puede jugarlo cualquier persona que pueda multiplicar hasta la tabla del 6.

PROCESO DE ANÁLISIS D

MEDIANTE EL RECURSO JUEGO SE PUEDE IDENTIFICAR Y EXPLICITAR EL CONTENIDO DE LA SIGUIENTE MANERA

*- Relacionar azar y lenguaje**, ya que h**ay muchas otras palabras relacionadas con "azar" y "aleatorio": Por ejemplo, casual, accidental, eventual, fortuito, impensado, imprevisible, inesperado inopinado, ocasional,...*

- Estimular la expresión de predicciones sobre el comportamiento de estos fenómenos y los resultados, así como su probabilidad. Preguntarse, cual será el resultado si tiro los dados de tal o tal manera…

- Diferenciar los experimentos deterministas y aleatorios. Por ejemplo, los deterministas son aquellos que, realizados en las mismas circunstancias sólo tienen un resultado posible. Por el contrario, un experimento aleatorio se caracteriza por la posibilidad de dar lugar, en idénticas condiciones, a diferentes resultados. Por ejemplo para un experimento aleatorio, del producto de los dos dados del juego, no sabemos cual va ser su resultado, no depende del resultado anterior.

- Se puede conceptualizar "suceso", serían cada uno de los posibles resultados de un experimento aleatorio. En un fenómeno aleatorio, un suceso es seguro es aquel que ocurre siempre (por ejemplo, sabemos que el producto entre estos dos dados el resultado no va ser un número mayor a 36). Y es un suceso imposible si no ocurre nunca (sabemos que el producto entre estos dos dados nunca va poder darnos como resultado el número 7), y es posible o probable si puede o no ocurrir (Al lanzar dos dados, el resultado del producto de sacar un seis es un suceso posible o probable)

*- Experimentos dependientes e independientes**,** el resultado del producto de los dados no dependen de lo que salió anteriormente… suceso independiente. En otros casos, el segundo experimento depende del primero, por ejemplo: La probabilidad de aprobar un examen mejora con el número de exámenes…. Godino pag 375*

- Espacio muestral. Es el conjunto de todos los resultados posibles de un experimento aleatorio. En el caso del juego el espacio muestral del producto de los dos dados puede ser (1,2,3,4,5,6, 8, 10,12, 9, 15, 18,16, 20, 24, 5, 25, 30,36)

- Se puede definir probabilidad. La ***probabilidad*** *de un suceso indica la posibilidad de que este suceso ocurra. La probabilidad se representa con una fracción que indica el cociente entre los casos favorables de que ocurra el suceso partido por los casos posibles. La probabilidad de un suceso aumente con el número de casos favorables. Por ejemplo ¿Al tirar un dado que posibilidad tengo de sacar un numero par? Los casos posibles serian tres de los tres resultados posibles. P(nro par) = casos favorables / casos posibles = 3 / 6 = 0,5 = tenemos 50% de posibilidades de sacar un numero par.*

- Formula de Laplace. Casos favorables/casos posibles. Por ejemplo que probabilidad tengo de sacar un uno, resultado del producto de dos dados. Vimos en el cuadro del punto anterior que la tirada de dos dados permite 36 casos posibles. Y para que el producto de los dados me dé uno, solo puede ser 1 en cada dado. Esto se representa, P(1)=1/36

Por regla general ocurre que la probabilidad de que ocurra un evento y también otro es el producto de sus probabilidades. Para sacar 1 de un dado de 6 caras, y para sacar un 1 de otro dado de 6 caras. La probabilidad de que ocurra dicho evento es el producto de las dos probabilidades

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{6} = 1/36$$

*- Nos permite acercarnos a la estadística. Utilizar una concepción frecuenciaL de probabilidad o estimación frecuencial de la probabilidad**.** La estabilidad de la frecuencia relativa en largas series de ensayos (varios tiros de dados), junto con el hecho de que haya fenómenos para los cuales los sucesos elementales no son equiprobables (no hay mismas posibilidades de obtener un resultado que otro), hace que pueda estimarse el valor aproximado de la probabilidad de un suceso a partir de la frecuencia relativa obtenida en un número elevado de pruebas. que el valor que obtenemos de esta forma es siempre aproximado, es decir, constituye una estimación de la probabilidad. (GODINO PAG 370)*

Reflexionar acerca de posibles intervenciones.

- *Se debe presentar el juego de manera tal que todos los participantes del grupo lo hayan entendido; se debe generar el deseo de jugarlo.*

- Generar intercambio luego de que haya terminado el juego. Tratando de que observen lo que fue pasando según los resultados obtenidos en la planilla.

- Dar lugar a la presentacion y explicación de los procedimientos usados. Como porque fue que gano primero uno y después el otro…

- Tener en cuenta el uso del tiempo.

<u>ALCANCES Y LIMITACIONES DEL JUEGO PLANTEADO</u>

ALCANCES

Permite a los alumnos plantear reglas que no están explicitas en las reglas del juego, manera de repartirse las fichas, cantidad de fichas por color, etc.

Permite acercar nociones de probabilidad e ir complejizando según la edad y etapa escolar. Acercar al conocimiento de la realidad a través de datos obtenidos.

Permite la previsión aproximada de actividades realizadas luego de gran cantidad de muestras. Se puede hacer varias resoluciones de problemas de probabilidad.

<u>LIMITACIONES</u>

Insuficiente cantidad de datos respecto a las reglas.

El juego no propone cantidad de fichas rojas y verdes por jugador.

El juego explica si hay que repartir las fichas a los jugadores por color o por sorteo.

No se explica cuantas fichas debo poner si saco un número par o impar mayor o menor en el dado.

Tuvimos que negociar las reglas no explicitas del juego.

<u>- Incluir como ANEXO los relatos personales (realizados a partir de la familiarización con el recurso) de todos los integrantes del grupo.</u>

En lo personal la realización de la actividad me permitió volver a adentrarme en el uso de la probabilidad y sus conceptos, su uso en actividades recreativas, en la vida diaria y en juegos de azar.

<u>Bibliografía:</u>

❖ Unidad 15 Azar y probabilidad, Matemática 6º, Abre la puerta, Editorial Anaya, Madrid España.

- DE BRESSAN, Ana P. – BRESSAN Oscar, Probabilidad y estadística: cómo trabajar con niños y jóvenes. Construyendo paso a paso herramientas y conceptos – Capítulo 10
- DÍAZ GODINO Juan – BATANERO BERNABEU Carmen – CAÑIZARES CASTELLANO María Jesús Azar y Probabilidad
- PONCE Héctor Enseñar y aprender matemática: propuestas para el segundo ciclo CAP 8

Tarea 3: Diseño de una actividad innovadora

Esta Tarea es grupal, respetando la conformación de los grupos de la tarea: Análisis Didáctico del Juego: "Producto Par o impar", consiste en la planificación/diseño del desarrollo de una actividad "innovadora", para trabajar algún aspecto relacionado con la probabilidad.

Para ello, deberán definir los destinatarios y un posible lugar de implementación de la actividad (pensando en una implementación en un contexto no formal), con una posible fecha de implementación, entre el 19 de septiembre y el 7 de octubre.

Para organizar la estructura de esta tarea y teniendo en cuenta algunos elementos constitutivos de la planificación (acotada a una actividad) presentamos una planilla que encontrarán en el documento denominado Estructura Tarea: Diseño de una actividad innovadora.

IMPORTANTE:

Sugerimos revisar la bibliografía referida a la Educación Matemática y la Enseñanza de la Probabilidad.

Resolución grupo 1 – Participantes: C, G y L

- ***Introducción***

Breve descripción del espacio donde se implementaría la actividad, descripción del contexto (geográfico y sociocultural).

Esta actividad se desarrollaría en una casa de uno de los integrantes del grupo, en la localidad de Puerto Deseado; reuniendo a niños y niñas de entre 9 y 12 años de edad que concurren a diferentes escuelas.

Justificación (de la actividad innovadora).

Esta actividad es innovadora, porque se realizará un juego en el cual se utilizarán dados de 4 caras, con números del 1 al 4; en lugar de utilizar un dado convencional de 6 caras.

Objetivos (deben responder a: ¿qué se pretende hacer? Y ¿qué se espera lograr con el desarrollo de la actividad?)

- Que puedan definir un espacio muestral finito.
- Que puedan distinguir entre sucesos posibles e imposibles.
- Que, mediante el juego de azar, intuyan y luego distingan la posibilidad de obtener mayor cantidad de productos pares sobre impares.

- ***Desarrollo***

Contenidos

El contenido se encuentra ubicado en la 3ra Unidad Pedagógica para 7mo año del Nivel Primario ***"Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos."***[97]

Metodología de trabajo (breve descripción del rol que asumiría cada integrante del grupo en la implementación de la actividad).

Presentación del juego: G
Entrega de materiales: C
Desarrollo: Atendiendo a cada equipo, nos distribuiremos los tres.
Conclusión: L.

Desarrollo de la actividad (descripción de la misma, incluyendo su análisis didáctico).

<u>Inicio (10 minutos)</u>
Organizaremos a los estudiantes en equipos de 4 integrantes, les entregaremos el material (dados de 4 caras distinguibles, 12 fichas de color rojo y 12 fichas de color verde, lápices, planilla, reglas del juego impresas).

---

[97] Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz, Área de Matemática, pág. 10.

Desarrollo (40 minutos)

Presentaremos la modalidad del juego, explicitando las reglas, y daremos inicio al juego.
Cada uno de nosotros asistiremos a cada equipo en el desarrollo del juego, de manera que podamos aclarar dudas y otras cuestiones que surjan, a modo de guías.

"Jugando con pirámides"
Se dividen en sub-equipos de 2 jugadores, alternando un tiro cada uno y el rol de planillero.
Las fichas de color rojo representan números pares y las fichas de color verde representan números impares.
Les daremos 2 opciones:

-Se dividen en pares e impares con 12 fichas rojas y 12 fichas verdes.

-Se dividen las fichas, 6 verdes y 6 rojas para cada sub-equipo.

Un jugador de cada sub-equipo lanza uno de los dados y el que obtenga el número mayor, comienza el juego.
Cuando lancen los dados, deberán multiplicar los valores y obtendrán un producto par o un producto impar.
Si obtienen un producto par, deberán entregar una ficha roja y si obtienen un producto impar entregarán una ficha verde.
Cuando se queden sin fichas verdes y obtienen un producto impar, perderán el turno, así el otro sub-equipo podrá lanzar dos veces los dados; si se quedan sin fichas rojas y obtienen un producto par, perderán el turno y el otro sub-equipo podrá lanzar 2 veces.
Si los dos sub-equipos se quedan sin fichas de color rojo, obteniendo un producto impar menor a 9 podrán entregar 2 fichas verdes: (1 x 1); (1 x 3)
El juego finaliza cuando uno de los sub-equipos se queda sin ninguna ficha.

Cierre (10 minutos)

Una vez que todos finalicen el juego, haremos una puesta en común sobre el desarrollo del juego en cada equipo.
Interrogantes para cada equipo:

¿Quién ganó?
¿Cuántos tiros realizaron en total?
¿Cuántas fichas le quedaron?
¿Qué color de fichas se les terminó primero?
¿Qué producto se reiteró mayor cantidad de veces?
¿Qué producto salió menor cantidad de veces?
¿Qué producto no obtuvieron?

Las respuestas serán registradas por nosotros en una tabla dibujada en una pizarra.
Para fundamentar los resultados obtenidos y a modo de institucionalizar algunos conceptos esbozaremos un diagrama de árbol de los casos posibles; de algunas de sus respuestas, ej. :

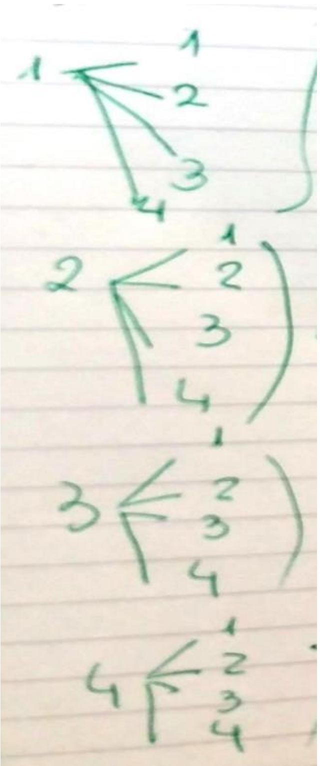
N: -No obtuvimos nunca el 1.

L: -Ese es un suceso posible, podían obtenerlo, pero no. ¿Algún grupo lo obtuvo?
M: -Sí.
A: -No obtuvimos el 10.
L: -Ese es un suceso imposible, ¿qué números debo multiplicar para obtener el producto 10?
B: -Podes multiplicar 5 x 2.
L: -¿Tienen el número 5 en los dados?
B: -No, no está.
L: -En este caso es imposible obtener como producto un 10.

En la pizarra escribiremos para que copien los siguientes términos:

EXPERIMENTO ALEATORIO: LANZAR LOS DADOS.
SUCESOS POSIBLES: QUE EL PRODCUTO SEA 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12 Y 16.
SUCESOS IMPOSIBLES: QUE EL PRODUCTO SEA 5, 7, 10, 11, 13, 14 Y 15.
ESPACIO MUESTRAL: (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (3,1) 3,2) (3,3) (3,4) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4)

DIAGRAMA DE ÁRBOL



Recursos

Pizarra, fibra de pizarra, 2 dados de 4 caras distinguibles, 12 fichas de color rojo y 12 fichas de color verde, lápices, planilla, reglas del juego impresas para cada equipo, hojas para registrar las conclusiones del cierre.

Evaluación

Componentes	Descripción	Avances	Dificultades	Acciones de mejora
Observación y escucha atenta del desempeño de cada estudiante, antes, durante y después del juego.	Modalidad de reparto de fichas, organización y registro de las tiradas y productos.	En la dinámica del juego, por la reiteración de los productos que más se obtienen, la respuesta inmediata de los resultados.	Operaciones de multiplicación.	Señalar en la pizarra las tablas de multiplicar hasta la del 4.

- ***Cierre***

Resultados esperados (de la implementación de la actividad propuesta).

Con la implementación de esta actividad esperamos poder arribar, a través del juego, a algunos conceptos de probabilidad, como, espacio muestral, suceso posible, suceso imposible y experimento aleatorio.

- ***Bibliografía***

-Brousseau, Guy en Parra, Cecilia y Saiz, Irma (1995) Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. Cap. 4.

-Díaz Godino, Juan y otros (1991) Azar y probabilidad. Ed. Síntesis. Cap. 2.

-Diseño Curricular Provincial para el Nivel Primario (2016) Consejo Provincial de Educación, Santa Cruz, Argentina. Área Matemática. Pág. 10.

Adaptación[98] resolución grupo 1 – Participantes: C, G y L

- ***Introducción***

Breve descripción del espacio donde se implementaría la actividad, descripción del contexto (geográfico y sociocultural).

Esta actividad se desarrollaría en una iglesia llamada “Biblia Abierta”, situada en uno de los barrios más recientes y por tanto, alejados de la zona céntrica de la localidad de Puerto Deseado; funciona allí desde hace 3 años una “Escuela Bíblica para niños” los días sábados desde las 15 horas hasta las 17:30, hasta las 16:00 realizan actividades relacionadas con la práctica de la Fe, luego realizan juegos y para finalizar toman la merienda. Concurren niñas y niños que viven en los barrios cercanos, desde los 3 años hasta los 11 años de edad.

Existe, de acuerdo a lo comentado por las encargadas de la iglesia, una gran variedad en cuanto a ritmos y niveles de aprendizaje, ya que algunos niños de 8 y 9 años de edad presentan dificultades tanto en la lecto-escritura, como en el área de Matemática con las tablas de multiplicar; y sólo unos pocos niños manejan las tablas de multiplicar hasta el 5. También concurre a la iglesia un niño de 9 años aproximadamente que tiene una visión disminuida.

Justificación (de la actividad innovadora).

Esta actividad es innovadora, porque mediante este juego utilizando dados convencionales de 6 caras, los niños y niñas podrán arribar a conocimientos y conceptos de la Probabilidad, como Espacio muestral finito, suceso posible, suceso imposible, dejando en ellos una aproximación para el abordaje de los contenidos específicos de Probabilidad, pensados en el Diseño Curricular Provincial para estudiantes de 6° y 7° año del Nivel Primario. Dada la variedad etaria entre los niños, se considera un grupo de niñas y niños entre 3 y 5 años de edad, para los cuales se desarrollará un juego de combinatoria, utilizando figuras de prendas y de accesorios, en el que se requerirá su participación activa.

Objetivos (deben responder a: ¿qué se pretende hacer? Y ¿qué se espera lograr con el desarrollo de la actividad?)

- Que puedan definir un espacio muestral finito.
- Que puedan distinguir entre sucesos posibles e imposibles.
- Que mediante el juego de azar, intuyan y luego distingan la posibilidad de obtener sumas con resultados pares e impares.
- Que, mediante el juego de azar, intuyan y luego distingan la posibilidad de combinación de distintas prendas y accesorios.

[98] Adaptación realizada en función del cambio del espacio de implementación de la actividad innovadora

Desarrollo

Contenidos

Los contenidos se encuentran ubicados en la 3ra Unidad Pedagógica para 7mo año del Nivel Primario ***"Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos."***[99]

"Uso de diferentes estrategias para resolver problemas de conteo, entre ellas el uso de diagrama de árbol."[100]

Metodología de trabajo (breve descripción del rol que asumiría cada integrante del grupo en la implementación de la actividad).

Presentación de los juegos: G
Entrega de materiales: C
Desarrollo: Atendiendo a cada equipo, nos distribuiremos los tres, L y C con 2 grupos de 6-11 años cada uno y G con grupo de 3-5 años.
Conclusión: L, C y G.

Desarrollo de la actividad (descripción de la misma, incluyendo su análisis didáctico).

<u>Inicio (10 minutos)</u>

Organizaremos a las niñas y niños en 5 grupos, 1 grupo de niños y niñas entre 3 y 5 años, y con los niños y niñas desde los 6 años hasta los 11, les pediremos que hagan una ronda donde los dividiremos con números del 1 al 4, para formar 4 grupos heterogéneos, les entregaremos el material (dados de 6 caras con constelaciones distinguibles, 10 fichas de color rojo y 10 fichas de color verde, lápices, planilla, reglas del juego impresas).

Al grupo de 3 a 5 años, les entregaremos figuras de prendas de ropas en cartulina (2 remeras de distintos colores, 2 pantalones diferentes y 2 sombreros distintos), plasticola y hojas en blanco.

<u>Desarrollo (40 minutos)</u>

Presentaremos la modalidad de cada juego, explicitando las reglas, y daremos inicio a los juegos.

Cada uno de nosotros asistiremos a cada grupo en el desarrollo del juego, de manera que podamos aclarar dudas y otras cuestiones que surjan, a modo de guías.

"Una forma divertida de sumar"

Se divide cada grupo en 2 equipos de 2/3 jugadores, alternando un tiro cada uno y el rol de planillero.

Las fichas de color rojo representan números pares y las fichas de color verde representan números impares.

---

[99] Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz, Área de Matemática, pág. 110.

[100] Diseño Curricular de la Provincia de Santa Cruz, Área de Matemática, pág. 110.

Les daremos 2 opciones:

-Se dividen en pares e impares con 10 fichas rojas y 10 fichas verdes.

-Se dividen las fichas, 5 verdes y 5 rojas para cada equipo.

Un jugador de cada equipo lanza uno de los dados y el que obtenga el número mayor, comienza el juego.

Cuando lancen los dados, deberán sumar los valores y obtendrán un resultado par o un resultado impar.

Si obtienen un resultado par, deberán entregar una ficha roja y si obtienen un resultado impar entregarán una ficha verde.

Cuando se queden sin fichas verdes y obtienen un resultado impar, perderán el turno, así el otro equipo podrá lanzar dos veces los dados; si se quedan sin fichas rojas y obtienen un resultado par, perderán el turno y el otro equipo podrá lanzar 2 veces.

Si los dos equipos se quedan sin fichas de color rojo, obteniendo un resultado impar menor a 9 podrán entregar 2 fichas verdes: (1 + 2); (1 +4); (2 + 3); (6 + 1); (3 + 4); (5 +2)

El juego finaliza cuando uno de los equipos se queda sin ninguna ficha.

“Combinamos y jugamos”

Una vez sentados los niños y niñas, colocaremos en el centro de la mesa 24 figuras de cada prenda y accesorio, les daremos 4 hojas a cada uno y plasticola en tapitas grandes.

Podrán combinar cada pantalón con una remera y un gorro, haciendo una combinación en cada hoja. Les mostramos con un ejemplo y les preguntaremos si comprendieron y les pediremos si nos pueden mostrar una posible combinación.

Cuando finalicen de hacer las combinaciones, tomaremos una de ellas y les preguntaremos si otros lo combinaron igual, y así con todas las combinaciones que hayan realizado; pegándolas por grupo en la pared.

<u>Cierre (10 minutos)</u>

“Una forma divertida de sumar”

Una vez que todos finalicen el juego, haremos una puesta en común sobre el desarrollo del juego en cada equipo.

Interrogantes para cada equipo:

¿Quién ganó?

¿Cuántos tiros realizaron en total?

¿Cuántas fichas le quedaron?

¿Qué color de fichas se les terminó primero?

¿Qué resultado se reiteró mayor cantidad de veces?

¿Qué resultado salió menor cantidad de veces?

¿Qué resultado no obtuvieron?

Las respuestas serán registradas por nosotros en una planilla de registro específica para la actividad. Para fundamentar los resultados obtenidos y a modo de institucionalizar algunos conceptos esbozaremos un diagrama de árbol de los casos posibles; de algunas de sus respuestas, ej. :

N: -No obtuvimos nunca el 5.

L: -Ese es un suceso posible, podían obtenerlo, pero no. ¿Algún grupo lo obtuvo?
M: -Sí.
L: -¿Qué números sumaron para obtener 5?
C: -Sumamos 3 + 2.
A: -No obtuvimos el 1.
L: -Ese es un suceso imposible, ¿qué números debo sumar para obtener el resultado 1?
B: -Podes sumar 1 + 0.
L: -¿Tienen el número 0 en los dados?
B: -No, no está.
L: -En este caso es imposible obtener como resultado de una suma un 1.

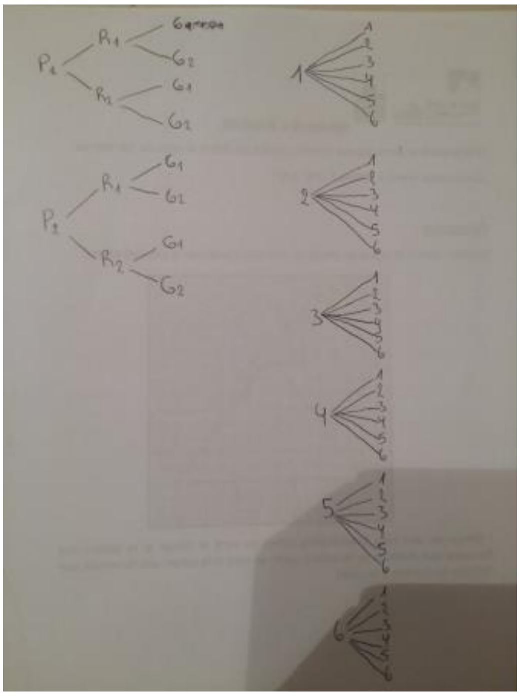
En la pizarra escribiremos para que copien los siguientes términos:

EXPERIMENTO ALEATORIO: LANZAR LOS DADOS.
SUCESOS POSIBLES: QUE LA SUMA SEA 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 Y 12.
SUCESOS IMPOSIBLES: QUE LA SUMA SEA 1 O MAYOR A 12.
ESPACIO MUESTRAL: (1,1) (1,2) (1,3) (1,4) (1,5) (1,6) (2,1) (2,2) (2,3) (2,4) (2,5) (2,6) (3,1) (3,2) (3,3) (3,4) (3,5) (3,6) (4,1) (4,2) (4,3) (4,4) (4,5) (4,6) (5,1) (5,2) (5,3) (5,4) (5,5) (5,6) (6,1) (6,2) (6,3) (6,4) (6,5) (6,6)

“Combinamos y jugamos”
Una vez que hemos agrupado todas sus combinaciones en la pared, realizaremos un conteo de las mismas, y les mostraremos un diagrama de árbol de todas las posibles combinaciones, un nuevo conteo que daría como resultado 8.

El cierre del juego de los niños más pequeños será posterior al cierre del juego de los más grandes; esbozaremos al final ambos diagramas de árbol, que quedarán en una pared de la iglesia. Cada niño/a se llevará sus hojas de combinaciones y los/as niños/as más grandes se llevarán hojas con el nombre del juego con las anotaciones que realicen de cierre; a excepción del niño con dificultad visual que se llevará las hojas con las conclusiones impresas.

DIAGRAMAS DE ÁRBOL



Recursos

Pizarra, fibra de pizarra, 2 dados de 6 caras con constelaciones distinguibles para cada equipo, 10 fichas de color rojo y 10 fichas de color verde para cada equipo, lápices, planillas, reglas del juego impresas para cada equipo, hojas para registrar las conclusiones del cierre.
Figuras de 2 remeras, 2 pantalones y 2 sombreros diferentes, hojas en blanco y plasticola.

Evaluación

Componentes	**Descripción**	**Avances**	**Dificultades**	**Acciones de mejora**
Observación y escucha atenta del desempeño de cada estudiante, antes, durante y después del juego.	Modalidad de reparto de fichas, organización y registro de las tiradas y productos.	En la dinámica del juego, por la reiteración de los resultados de las sumas que más se obtienen, la respuesta inmediata de los resultados.	Operaciones de suma.	Señalar en la pizarra la propiedad conmutativa de la suma con un ejemplo concreto.
	Modalidad de logro de distintas combinaciones.	Comparación de combinaciones realizadas.	Encontrar una nueva variante de combinación.	Mostrarle sus combinaciones para que piense una nueva.

- *Cierre*

  Resultados esperados (de la implementación de la actividad propuesta).

Con la implementación del juego **"Una forma divertida de jugar"**, esperamos poder arribar, a algunos conceptos de probabilidad, como, espacio muestral, suceso posible, suceso imposible y experimento aleatorio.

Con la implementación del juego **"Combinamos y jugamos"**, esperamos intentar mostrar a los niños y niñas en edad de Nivel Inicial una introducción a la Combinatoria.

Bibliografía

-Brousseau, Guy en Parra, Cecilia y Saiz, Irma (1995) Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. Cap. 4.

-Díaz, Adriana en Castro, Adriana y otros (2006) Enseñar matemática en la escuela primaria. Ed. Tinta Fresca. Cap. 3: Las interacciones entre pares.

-Díaz Godino, Juan y otros (1991) Azar y probabilidad. Ed. Síntesis. Cap. 2.

-Diseño Curricular Provincial para el Nivel Primario (2016) Consejo Provincial de Educación, Santa Cruz, Argentina. Área Matemática. Pág. 110.

-González, Adriana y Weinstein, Edith (2006) La enseñanza de la Matemática en el Jardín de Infantes. Ed. Homo Sapiens, Rosario, Argentina.

Resolución grupo 2 – Participantes: E, K y M

Planificación de clase.

Introducción

- ***Breve descripción del espacio donde se implementaría la actividad:***

La actividad será implementada en el Cibereducativo de nuestra localidad. Consideramos que las instalaciones son un espacio propicio para implementar el juego, donde los niños podrán desenvolverse de acuerdo a los requerimientos que la actividad demande y además interactuar con comodidad con el resto de sus compañeros. Posiblemente para muchos de ellos sea un sitio nuevo, desconocido ya que es poco frecuentado por niños de estas edades.

La misma será posible su implementación en turno tarde, un día de la semana (lunes a viernes).

- ***Descripción del contexto (geográfico y sociocultural).***

El Cibereducativo de Gobernador Gregores se encuentra en la intersección calle Roca y Luis Sánchez. Ubicado en instalaciones del edificio de Minera Triton Argentina, en donde además se desempeña personal administrativo de dicha empresa. Mediante un convenio Tripartito el Cibereducativo ocupa las instalaciones del 1º piso y desarrolla sus actividades diarias.

- ***Justificación (de la actividad innovadora).***

Teniendo en cuenta que la probabilidad no es un contenido muy trabajado en la escuela, y que hay muchos conceptos específicos que la componen, consideramos que a través del juego podemos acercar a los niños a este contenido y sus elementos, el cual están permanentemente en nuestra vida cotidiana, y no los sabemos apreciar.

Nuestra intención no es sólo “jugar por jugar”, sino que los niños reflexionen de manera espontánea, sobre los problemas planteados en dicha actividad para lograr apropiarse del contenido propuesto y de esta manera adquirir el conocimiento, como lo propone la autora Beatriz Ressia de Moreno, en su texto juegos matemáticos.

La actividad que formulamos para el presente trabajo es “Pensando más allá”, el cual fue pensado para niños de 9 a 12 años de edad.

Este juego se caracteriza como reglado. Partimos para la elaboración de esta propuesta teniendo en cuentauno de los aporte de Piaget, donde sostiene que este tipo de juegos, se da la cooperación, ya que sin la labor de todos no hay juego, y la competencia, que generalmente un individuo o equipo gana. Esto obliga al niño a situarse en el punto de vista del compañero, para tratar de anticiparse y no dejar que gane.

El juego propuesto puede ser utilizado en las instituciones escolares, como una estrategia didáctica que contribuya a motivar las situaciones de enseñanza de probabilidad y sus componentes.

Se busca que el niño no sólo entre en contacto con la probabilidad a través de la actividad lúdica presentada, sino que además no le resulte complicado ni monótono el entendimiento del juego. Asimismo el infante a través del juego fortalezca el contacto con sus pares, su entorno físico y social, desarrolla habilidades y amplía los lazos sociales, y también la capacidad intelectual, entendida como adaptación al entorno, va representando y recreando las normas, valores, comportamientos y actitudes que lo preparan para asumir la vida adulta. El juego es un insumo básico en la construcción y fortalecimiento de los vínculos afectivos.

- ***Objetivos (deben responder a: ¿qué se pretende hacer? Y ¿qué se espera lograr con el desarrollo de la actividad?)***

El objetivo del juego es iniciar en el mundo de la probabilidad a los participantes, utilizando como punto de partida, experiencias aleatorias o deterministas,proporcionándole al alumno oportunidades para matematizar de manera que puedan decir cuáles son sus posibles resultados y cuales pueden ocurrir con mayor frecuencia. Debemos tener en cuenta y compartirlo con los niños, que nuestra vida tanto social como natural, se encuentra atravesada por sucesos que mediante esta disciplina se puede encontrar una respuesta de manera lógica y con sentido, que por lo general son aquellos sucesos que lo vinculamos con la suerte.

Para lograr que el alumno desarrolle el trabajo matemático que buscamos, es fundamental las intervenciones del docente durante la clase.

Según la autora Irma Saiz, uno de los objetivos esenciales de la enseñanza de matemática es que lo que se enseñe este cargado de significado y tengan sentido para el alumno.El niño debe ser capaz de repetir o rehacer, de resignificar en situaciones nuevas, de adaptar, transferir sus conocimientos para resolver nuevos problemas, en esta actividad es fundamental la anticipación.

El docente debe incentivar al niño para que este pueda sortear exitosamente la situación problemática y luego lo verifique con material concreto, de modo tal que pueda producir los resultados (comprobarlos), acomodando a sus esquemas los conceptos trabajados de la probabilidad, de manera lúdica y espontánea para logar institucionalizarlos.

Según la autora Cecilia Parra (...) “El trabajo del docente consiste, en proponer al alumno una situación de aprendizaje para que produzca sus conocimientos como respuesta personal a una pregunta, y los haga funcionar o los modifique como respuestas a las exigencias del medio y no a un deseo del maestro” [101], en otras palabras el docente enseña cuando el alumno necesita de su enseñanza; por lo tanto, aquel sistema de enseñanza en el que el profesor era meramente un transmisor de conocimientos, ha dejado de ser el único sistema de enseñanza. Hoy se busca que el docente adopte un rol de orientador, determinado de acuerdo a las políticas educativas, y proporcione a los estudiantes una relación de ayuda con base en estrategias, métodos, técnicas y recursos asertivos que le permitan lograr el objetivo fundamental de su acción educativa. Esto no significa que el profesor pierda su rol, sino que este rol experimenta un cambio hacia nuevos modos de desarrollar la actividad docente.

Desarrollo

- ***Contenidos***

Se trabajará con los contenidos deProbabilidad:

**Espacio muestral*, en este juego se utilizara un dado de seis caras, por lo tanto será finito (1;2;3;4;5;6) y en el tablero los casilleros están enmarcados del (1 al 43).

Experiencia aleatoria*, obedecen la suerte que se tenga de lanzar el dado, sin poder asegurar el número que se obtendrá, por lo tanto trabajaremos el ***Azar*, ya que los resultados serán imprevisibles

* ***Experiencia determinista***, hechos que el jugar sabe que es lo que le sucederá.

Sucesos equiprobables, son* aquellos donde los posibles resultados tienen las mismas oportunidades de salir, 1 al 6 y **no equiprobable que al tirar el dado salga un 7.

Suceso posible, imposible, seguro

- ***Metodología de trabajo (breve descripción del rol que asumiría cada integrante del grupo en la implementación de la actividad).***

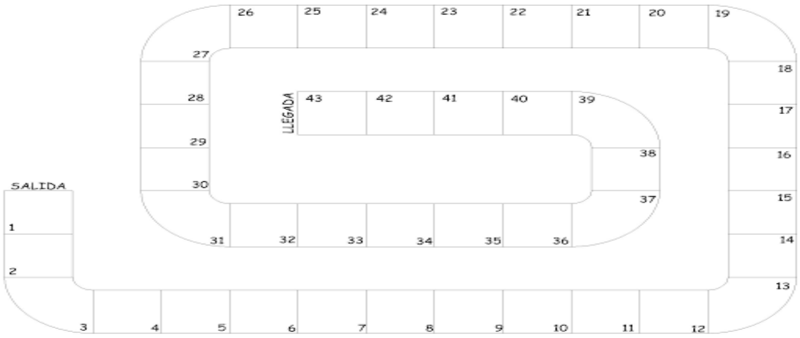
Trabajaremos de manera colaborativa y como guía en los juegos propuestos. Estaremos atentas a las demandas e inquietudes de los jugadores, siempre presente en el desarrollo del juego.

---

[101] Cecilia Parra. Didáctica de la matemática Aportes y reflexiones – Capitulo 4.Pagina 66

Nos dividiremos entre los 2 juegos, ya sea orientando en la propuesta del juego, leyendo las cartas, o simplemente observando que no se les dificulte.

- ***Desarrollo de la actividad (descripción de la misma, incluyendo su análisis didáctico).***



✓ ***Participantes:*** 6

✓ **Reglas del juego**

Juegan hasta 6 jugadores con una ficha cada uno y un dado. Comienza el jugador que obtiene el mayor puntaje con el dado, por lo que se realiza un tiro de prueba para ver el orden de los participantes. En caso de que dos participantes obtengan el mismo número, ambos participantes deberán volver a tirar para definir el orden.

Las fichas avanzan conforme el puntaje de la tirada. Dependiendo de la casilla en la que se caiga se puede avanzar o por el contrario retroceder y en algunas de ellas está indicado un "desafío matemático".

A continuaciónestablecemos las características de cada casilla según sus respectivos colores, los cuales deberán ser respetados:

- Casilla negra: pierde un turno
- Casilla ¿?: escoge una tarjeta y responde una pregunta. Si responde mal la pregunta pierde dos turnos
- Casilla verde: avanza dos lugares
- Casilla amarilla: retrocede dos lugares
- Casilla de calavera: si cae en la casilla 20, debe volver al inicio del juego.
- Casillas blancas permiten que el juego siga normal.

Para ganar el juego, se debe llegar a la última casilla con el puntaje exacto, de lo contrario se retrocede tantas casillas como puntos sobren, hasta lograr finalizar el juego.

- ✓ **<u>Contenido:</u>**2 Tableros, 2 dados cúbicos, 1 ficha de diferente color por cada jugador, 12 tarjetas con acertijos.

- ✓ **<u>Objetivo del juego:</u>**

El objetivo del mismo es ser el primero en llegar a la meta, avanzando posiciones, según la tirada de los dados y sometiendo al participante a las reglas del juego establecidas por cada casilla.

Al finalizar la actividad, se pretende realizar una puesta en común donde se reflexione sobre nociones básicas de probabilidad y llevarla a la práctica mediante actividades con materiales concretos.

- ✓ **<u>Tiempo del Juego:</u>**

El tiempo es variable y depende de la facilidad o de la dificultad y el interés de los participantes.

- ✓ ***<u>Desarrollo del juego.</u>***

Antes de iniciar la actividad, las practicantes le preguntaran a los niños si han jugado a un juego similar, en caso que su respuesta sea positiva preguntar ¿A cuál?.

Luego de compartir los comentarios de los participantes, se procederá a explicar las diferencias entre los que ellos conocen y esta alternativa que se propone (ya que generalmente los juegos de mesa similares comparten características en cuanto a la metodología).

Primero los niños conformarán subgrupos de hasta 6 participantes por tablero. Luego cada integrante del grupo elegirá una ficha de acuerdo a su preferencia, para posteriormente decidirel orden de la largada por medio del dado. El que saca el número más alto, comienza primero. Si hay empate entre dos participantes, vuelven a tirar el dado entre ellos y el que saca el número mayor tendrá prioridad.De este modo se define quién será es el primero y el su respectivo orden.

Luego el primero tirara el dado y avanza hasta la casilla cuyo número sea igual al número que salió en el dado. Si, por ejemplo, salió un 5 en el dado, va a hasta la casilla 5; dependiendo de la casilla que caiga se puede avanzar, retroceder, volver al inicio o en algunas de ellas se indica “un desafío matemático”. Por turno hacen lo mismo el resto de los participantes, hasta completar esta primera vuelta.

Pero, además uno de los niños que será elegido por ellos mismos, deberá llevar un registro en una planilla de los resultados que van obteniendoal tirar el dado, es decir del número que va saliendo.

Análisis didáctico:

El propósito de esta actividad es resolver situaciones problemáticas donde se pueda desarrollar parte del contenido de probabilidad, usando como recursos didácticos: 2 tableros con casillas (1 al 43), 2 dado de cubico de seis caras, 12 fichas para desplazar sobre los casilleros del tablero y 2 fichas para registrar los datos que se irán obteniendo y 12 participantes (6 para cada tablero)

Plantearemos de manera indirecta conceptos de probabilidad, donde lo interesante es que el alumno pueda acudir a sus conocimientos previos y lograr el intercambio de ideas, conceptos y suposiciones que surjan en el momento del juego, siendo nosotras, las practicantes guías de esta interacción.

Durante el desarrollo del juego, se nos pueden presentar diversas situaciones posibles, incluyendo errores y dificultades, las cuales debemos abordar de manera tal, que para el niño resulte una situación de aprendizaje y no un momento de incomodidad, ya que se debe tener presente que los errores forman parte de la construcción del proceso de aprendizaje.

Una de las posibles situaciones que puede ocurrir durante la actividad es que el jugador al momento de responder el desafíomatemático, no sepa cómo hacerlo,dude de su razonamiento o tenga miedo a equivocarse, por lo que nosotras como guías debemos utilizar estrategias que permitan acercar ese conocimiento al niño mediante conceptos(no de manera directa)porque la intención es que ellos mismos sean los que vayan armando sus propias definiciones.

Otra situación, que se puede presentar durante el desarrollo de la actividad lúdica, es que desplacen las fichas al lugar incorrecto, ya sea de manera intencional o no, por lo que es necesario que las organizadoras presten atención a cada tablero para evitar malos entendidos o enfrentamientos entre los participantes.

Una dificultad que se nos puede presentar es que el tiempo de desarrollo del juego sea muy extenso, lo que puede derivar en que lo vean como una actividad monótona y poco atractiva, es decir que pierdan el interés en el mismo.

Caso contrario, si el juego se concluye en un plazo de tiempo breve, los participantes pueden perder la motivación y quizás ya no quieran volver a comenzar nuevamente. Una manera posible para retomar su interés quizás podría ser que se vuelvan a distribuir los grupos para iniciar una nueva partida.

Nosotras, como organizadoras y convocantes del evento deberemos estar atentas a todo tipo de intervención que hagan los niños que participen, tomar los aportes que hagan los jugadores como disparadores de posibles respuestas, no partir de cero en una respuesta ignorando su intervenciones, ya que de esta manera se estaría tomando al niño como sujeto activo, no sólo del juego, sino también de su conocimiento.

Nuestra intención esencial es trabajar con los niños algunos conceptos básicos de probabilidad, que la actividad nos permita desarrollar.

Se nos pueden presentar alcances y limitaciones:

Delimitar alcance y limitaciones

-Se propician varios tipos de aprendizaje, que pueden ser grupales o individuales.

- Favorece la construcción de conocimientos y la reflexión por parte del jugador.

-Provoca en los niños movilidad, rapidez de reflejos, destreza manual y mental, coordinación y despertar de los sentidos.

-Refleja la espontaneidad, socialización, placer, satisfacción, expresión de sentimientos, aficiones, resolución de conflictos, confianza en de sí mismos.

-Inspira imaginación, creatividad, agilidad mental, memoria, atención, pensamiento creativo, lenguaje, interpretación del conocimiento, comprensión del mundo, pensamiento lógico, seguimiento de instrucciones, amplitud de vocabulario, expresión de ideas y son una excelente manera de transmitir conocimientos.

Como limitaciones, se nos presenta la duda si los niños convocados, han trabajado en la escuela los conceptos que abordaremos con la actividad lúdica propuesta o si será algo totalmente desconocido para ellos.

-Algunos de los elementos utilizados para captar la atención de los alumnos también puede funcionar como distractores.

-Falta de espacio en el espacio físico para moverse, aumento o disminución en la cantidad de participantes y dificultad a la hora de realizar la actividad.

Recursos:

- Como mínimo 12 participantes
- Dos tableros de juego con casilleros para recorrer
- 2 dados (uno para cada tablero)
- 2 planillas (una para cada grupo)
- 12 fichas con preguntas
- Materiales concretos para la explicación de las preguntas.

Evaluación:

Componentes		Avances	Dificultades	Acciones de mejora
- Planillas que completaran los niños -Observar cómo se desarrolla el juego -Realización de operaciones básicas para obtener cálculos de probabilidad de sucesos. - Desempeño para realizar cálculos de probabilidad de sucesos reales. -Interpretación de situaciones de azar y probabilidad -Cooperación para trabajar de manera colaborativa con sus compañera/ros, respetando sus opiniones.		-Se podrán apreciar en el desarrollo de la actividad . -Verificación del manejo del tema.	-Que los niños no tengan noción de lo que se trabajará. -Que los niños se aburran en el transcurso de la actividad. -Que se abrumen ante tanta información.	Las podremos considerar una vez los niños jueguen.

- **Cierre**

Con esta propuesta se pretende lograr que los alumnos se lleven conocimientos básicos de la probabilidad, que logren afianzarlos de manera natural relacionándolos con sucesos de la vida real, y a su vez conseguir que el juego les resulte atractivo. Asimismo se busca provocar cierto desequilibrio cognitivo, donde el niño tenga que acomodar los nuevos conocimientos presentados en la actividad con los ya existentes y que ante otro suceso aleatorio que experimente, ya sea a través del juego u otra situación, tenga la posibilidad de reflexionar y recordar lo trabajado el día de la convocatoria; también otro resultado esperado es que sean capaces de socializarlos con sus pares, docentes, familiares, entre otros.

Anexos

[“Desafíos matemáticos” propuestos en las tarjetas:]

Pregunta 1. En una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas, y 4 azules. ¿Qué bola tiene la probabilidad de salir primero si extraemos una pelota al azar sin mirar?

Pregunta 2. Si lanzamos una vez un dado al azar, ¿Podemos saber de antemano qué número va a salir?

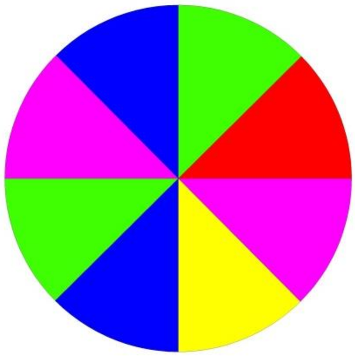
Pregunta 3. Al lanzar una moneda al aire, ¿qué crees que es más fácil obtener, cara o cruz?

Pregunta 4. *¿Qué les parece que es la probabilidad? ¿En qué situaciones de la vida nos chocaremos con esta? Enumeremos algunas*.

Pregunta 5. Un hecho o suceso de un experimento aleatorio es __________ si nunca ocurre

Pregunta 6. ¿Cuál es la probabilidad de que un nacimiento caiga un día lunes?.

Pregunta 7. Al girar la ruleta ¿Cuál es la probabilidad que se pare en el color magenta? ¿Hay otro color que tenga la misma probabilidad de salir que el color magenta?



Pregunta 8. Colocar un **X** en la respuesta correcta

Sucesos	Seguro	Posible	Imposible
Tirar un dado y que salga un cero			
Comerte una aceituna y tragarte el carozo			
Caminar por el sol y hacer sombra			

Pregunta 9. Marcar las situaciones que dependen del azar con una **X**

Situaciones	SI	NO
Que suene el teléfono mientras estas en la ducha		
Sacar un cinco al tirar el dado		
Caerte de una silla que tiene la pata rota		
Llegar tarde al colegio		

Pregunta 10. Marcela guardo en el cajón dos pares de medias blancas, cuatro pares de azules y tres pares de medias negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque del cajón sin mirar un par de medias azul?

Pregunta 11. Si en una canasta de frutas hay 20 frutas en total, 10 peras, 5 naranjas y 5 bananas y debemos sacar una fruta ¿Cuál es más probable que seleccionemos?

Pregunta 12. Calcular la probabilidad de que salga "cara" al lanzar una moneda.

Ejemplo de Planilla de registro por grupo

Tiradas	1º Participante	2º Participante	3º Participante	4º Participante	5º Participante	6º Participante
1						
2						
3						
4						
5						
6						

Aclaración: La planilla tendría que enumerar la cantidad de tiradas que se registre en el juego y además sería interesante, poder colocar el nombre de cada uno de los participantes.

Bibliografía:

- ✓ García V. Didáctica de la Matemática. La Gestión de la clase.
- ✓ García V. Didáctica de la Matemática: Recomendaciones para tener en cuenta. PPT.
- ✓ Irma Saiz. La resolución de problemas en el aprendizaje de la matemática. Creencia y realidad. Cap 2.
- ✓ Beatriz Ressia de Moreno. Enseñar matemática en la escuela. Juegos Matemáticos. Cap. 17.
- ✓ García V. Contenidos Escolares de la Matemática. Unidad 3. Estadística y Probabilidad. Texto Base. UNPA 2015.
- ✓ Héctor Ponce. Segundo Ciclo Matemática. Probabilidades: de lo imposible, lo incierto, lo probable y lo seguro. Cap. 8.
- ✓ Cecilia Parra – Irma Saiz. Didáctica de la Matemática. Aportes y reflexiones. Capítulo 4

Resolución grupo 3 – Participantes: A, B, I y N

Desarrollo

"EL DADO DE LA SUERTE"

Fecha: 24 de Septiembre o 1º de Octubre
Horario: 10 a 12hs.
Lugar: Comisión Vecinal Barrio Güemes
Alumnas: A, B, I y N

Introducción

La presente actividad está pensada para ser implementada en el grupo de niños de la Comisión Vecinal del Barrio Güemes que se ubica en la localidad de Puerto San Julián, específicamente en las calles Güemes y Sargento Cabral. En él se asiste de diversas maneras a niños del mencionado barrio realizando actividades recreativas, como así también brindando apoyo escolar.
Las actividades de este centro se focalizan, generalmente, en los vecinos que necesitan asistencia y no cuentan con los medios para enviar a sus hijos a apoyo escolar, pero no es excluyente, acuden niños del barrio por la cercanía pero pueden asistir niños de toda la localidad.
La Comisión Vecinal Barrio Güemes nació, entre otras razones, para brindar contención a los niños evitando así que pasen su tiempo libre en la calle realizando actividades poco productivas o sin beneficio para ellos.
Pretendemos, a través de esta actividad, y más específicamente del juego, que los niños que asisten al centro vecinal participen de esta instancia de aprendizaje mutuo y puedan conocer, que a través del juego que vamos a plantear, pueden además adquirir nociones respecto de la probabilidad. A través de la actividad advertimos que pueden jugarlo niños de toda la franja etaria con que cuenta el centro por lo que algunos podrán estar en condiciones de captar las nociones de por ejemplo combinatoria (6 a 7) y otros niños de 10 años, comprender que es un experimento aleatorio.

El grupo de niños oscila entre 10 y 15 niños, que tienen entre 6 y 12 años de edad.

Las posibles fechas de implementación de la actividad son: 24 de Septiembre o 1º de Octubre, ya que debe ser preferentemente un viernes o sábado, tanto por la tarde como por la mañana porque los niños, en la Comisión asisten durante la semana a las actividades que allí se brindan. Para las actividades recreativas como apoyo escolar es dificultoso encontrar un horario que no perjudique el desarrollo de las mismas y a su vez que los niños asistan ya que los sábados por la mañana no suele haber actividad.

La actividad innovadora que implementaremos es la variante propuesta en el análisis didáctico del juego "Producto ¿par o impar?". La misma consiste en la realización de un juego de dados que permite abordar contenidos de probabilidad, específicamente la probabilidad de que un suceso ocurra o no.
Al ser un grupo de niños con edades muy diversas, tomamos la decisión de implementar una modalidad de juego en la que se dividan en grupos dependiendo del nivel de aprendizaje, consecuentemente cada una de nosotras deberá hacerse cargo del acompañamiento de cada grupo.
Se pretende brindar a los niños una situación de enseñanza que pueda ser significativa para ellos y que les permita experimentar y ser conscientes de algunos conceptos acerca del azar que pueden suceder también en situaciones de la vida cotidiana.

Se espera que los niños reconozcan y comprendan la aleatoriedad de los sucesos, sus probabilidades de ocurrir y algunos de los conceptos de probabilidad implicados y que puedan utilizarlos correctamente cuando lo necesiten.

Desarrollo

Contenidos:
Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos a través de la exploración de situaciones de azar de juegos, la búsqueda de regularidades en resultados en situaciones de azar y la discriminación de sucesos seguros, posibles e imposibles, compatibles e incompatibles.

Metodología de trabajo:
La modalidad que consideramos conveniente para desarrollar la actividad es dividiendo a los alumnos en grupos en función del nivel de aprendizaje que se estima que tienen. Para tener una noción de los conocimientos tendremos en cuenta el cuadro propuesto por Díaz Godino en Azar y probabilidad, capítulo 2, pág. 62.

CUADRO 2.2

	Alumnos de edades entre: (años)				
Unidades didácticas	6-7	8-9	10-12	13-14	15-16
1. Fenómenos aleatorios	X	O			
2. Juegos combinatorios	X	O			
3. Frecuencias relativas		X	O		
4. El lenguaje del azar		X	O		
5. Comparación de probabilidades			X	O	O
6. Asignación de probabilidades			X	O	O
7. Probabilidades geométricas				X	O
8. Juegos equitativos				X	O
9. Multiplicación de probabilidades					X
10. Ensayos y Bernouilli					X
11. Variaciones					X
12. Combinaciones					X
13. Números combinatorios					X
14. Probabilidad total y de Bayes					X

Jugaremos todos al mismo juego, pero en cada grupo se trabajará una complejidad diferente del contenido de probabilidad asignado. Cada una de nosotras cumpliremos el rol de presentarles, explicarles la actividad, acompañarlos en el desarrollo del juego ante las dudas, consultas y reflexiones que vayan surgiendo.

Desarrollo de la actividad:

- Descripción

Para dar inicio a la misma, una de las integrantes del grupo explicará la actividad a desarrollar y dará las instrucciones. Al mismo tiempo se les mostrará cada recurso (dados, planillas, fichas) que serán utilizados para su resolución.

Luego se procederá a que los niños se dividan en grupos dependiendo del nivel de aprendizaje y edad, y consecuentemente cada una de nosotras deberá hacerse cargo del acompañamiento de cada grupo. Se les entregará el material para trabajar, invitándolos a que jueguen de la forma que ellos crean conveniente respetando las instrucciones. Luego nosotros, si es necesario, le aconsejaremos otras maneras de jugar pero lo recomendable sería que ellos puedan ir descubriendo y buscando otras formas de realización del mismo, favoreciendo su aprendizaje y desarrollo de su subjetividad y reconceptualizando su conocimientos previos sobre probabilidad, azar, etc..
Al realizarlo en distintos grupos, luego se puede debatir entre todos los resultados obtenidos y posibles resultados. Asignando probabilidades y pensando estrategias de cómo podrían hacer para ganar, teniendo en cuenta qué sucesos son seguros, probables o improbables.

- Reglas del juego:

Participantes: 4
Materiales: 2 dados, 2 planillas por grupo, fichas rojas y verdes.
Cada grupo debe definir una estrategia para dividir sus fichas en pares e impares. Las fichas rojas representarán a los productos pares, mientras que las fichas verdes identificarán a los productos impares. Cada grupo se dividirá en dos grupos que competirán entre sí.
Instrucciones:
Cada participante tira los dados y calcula la suma de los dos dados. Si resulta par, coloca una ficha "roja" en la columna de los pares de su planilla; si el producto es impar, coloca una ficha "verde" en la columna de los impares. Mientras un compañero toma registro de los números obtenidos en cada jugada.
Si salen valores para los cuales no hay más fichas, se pierde el turno.
Gana el primero que usa todas sus fichas.

Números Pares				Números Impares			
Dado 1	Dado 2	Suman	Ficha	Dado 1	Dado 2	Suman	Ficha

"Es seguro que si tiramos los dados, el resultado de la suma de los mismos será un número entre el 2 y el 12"
"Es seguro que obtengas como resultado un número par o impar"
"Es posible que obtengas como resultado un 5"
"Es imposible obtener como resultado un 1"
¿hay alguna manera de tener más probabilidad de ganar el juego? ¿cuál?

- *Análisis Didáctico*

Registro de los posibles resultados, es decir, el espacio muestral:

	1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*
1	*2*	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*
2	*3*	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*

3	*4*	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*
4	*5*	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*
5	*6*	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*
6	*7*	*8*	*9*	*10*	*11*	*12*

¿experimento aleatorio o determinista?
¿Es posible determinar quién va a ganar? ¿es posible a través de determinados pasos conseguir ganar el juego? La realización de la experiencia y sus posibles variaciones permite reconocer que no depende de las estrategias o cábalas que se usen para ganar el juego, depende del azar.

Probabilidad de ganar:
Según las distintas estrategias de repartición de fichas que los jugadores elijan, los resultados del juego pueden o no ser muy diferentes:
Si se decide repartir igual cantidad de fichas verdes y rojas para cada jugador, la probabilidad de que uno gane o pierda, será de %50 y %50.
Los resultados serán iguales si un jugador se queda con las fichas rojas y el otro con las fichas verdes, ya que la cantidad de resultados pares es igual a la cantidad de resultados impares.
Si cada jugador se queda con un color diferente pero se reparten cantidades diferentes de fichas, tendrá más probabilidad de ganar quien tenga menos fichas, ya que, a pesar de ser un suceso equiprobable, el que primero se deshaga de ellas será el ganador.
Si se reparten la misma cantidad de fichas a cada jugador, pero con distinta cantidad de fichas verdes y rojas, uno de los jugadores tomará la ventaja en el juego

Espacio muestral:
Pueden resultar 36 combinaciones posibles obteniendo 11 resultados distintos de la suma de los números de los dos dados, que se encuentran entre el 2 y el 11. Esto es posible porque los dados son indistinguibles. De los resultados que podemos obtener al sumar los números de los dados son 18 son par y 18 son impar.
Planteando el espacio muestral se pueden ver los distintos sucesos posibles y de allí establecer sucesos seguros, sucesos posibles y sucesos imposibles. Por ejemplo:
"Es seguro que si tiramos los dados, el resultado de la suma de los mismos será un número entre el 2 y el 12"
"Es seguro que obtengas como resultado un número par o impar"
"Es posible que obtengas como resultado un 5"
"Es imposible obtener como resultado un 1"

sucesos compatibles o incompatibles:
También se puede establecer si dos sucesos son compatibles o incompatibles. Por ej.:
"que salga un 6 y obtener como resultado un número par" es un suceso compatible
Que salgan dos dados igual o menores que 5 y obtener como resultado un número mayor que 10, es un suceso incompatibles.

Recursos:

- Dados en versión digital a través de aplicaciones.
- Tablas de registro (explicitadas en el desarrollo) y adosadas a ellas las preguntas orientadoras de la actividad
- Fichas verdes y rojas.

Todos los recursos serán brindados en la ocasión por el equipo de estudiantes que realizará la instancia de práctica.
La idea de utilizar distintos soportes es observar si se produce algún cambio en la modalidad, desarrollo y reflexiones del juego.

Evaluación:
Cada una de las practicantes tomará nota de las eventualidades surgidas del juego para lo cual se llevará un registro de las situaciones vividas.
Llevaremos un registro de audio del juego, que nos permitirá sobre todo rever posteriormente las cosas vividas durante el juego que puedan servir para la reflexión de la experiencia.
Se evaluará tanto el trabajo de los niños como el de las alumnas a cargo de la actividad. Teniendo en cuenta el manejo de conceptos, el desempeño y desenvolvimiento en las distintas etapas de implementación y la efectividad del juego respecto al contenido a trabajar y las intenciones didácticas.

Algunos criterios que se tendrán en cuenta para evaluar :

- reconoce y distingue un suceso probable, seguro o improbable.
- distingue entre experimento aleatorio y determinista.
- reconoce cuando un suceso es compatible o incompatible con otro.
- reconoce el espacio muestral.

Componentes	Descripción	Avances	Dificultades	Acciones de mejora

Cierre

Se espera poder contribuir a la fijación del aprendizaje, donde puedan conocer el concepto de probabilidad, resolviendo problemas acerca de los posibles resultados con un juego de azar.
Como cierre de la actividad, se les dará lugar a cada niño que pueda comentar su propia experiencia, en tanto se pueda llegar en conjunto, con las integrantes del grupo a una reflexión respecto de los temas abordados. Que haya una modificación en lo que se planteaba primero.
Con respecto a los recursos utilizados, lo que se espera es que los alumnos se puedan motivar en la realización del juego, lo cual facilitará una mejor percepción y comprensión de los hechos y conceptos.

Bibliografía

- Brousseau, G. (1988). Los diferentes roles del maestro. En Parra, Saiz (coomp.). Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones. Págs. 65 a 94. Buenos Aires, Paidós, 1995
- Panizza, M. (s. f.). Reflexiones generales acerca de la enseñanza de la Matemática. En Enseñar Matemática en el Nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas. Págs. 31 a 57. Buenos Aires: Paidós, 2004
- Quaranta, M. E. y Wolman, S. (s. f.). Discusiones en las clases de Matemática: qué, para qué y cómo se discute. En Panizza (comp.) Enseñar Matemática en el Nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas. Págs. 189 a 243. Buenos Aires: Paidós, 2004.
- Título: Azar y Probabilidad – Capítulo 1 y 2 Pág. 62 Autores: DÍAZ GODINO Juan – BATANERO BERNABEU Carmen – CAÑIZARES CASTELLANO María Jesús

Resolución grupo 4 – Participantes: R, W y Z

ACTIVIDAD INNOVADORA

Diseño de una "actividad innovadora"

- ***Carátula***

Incluyendo los datos necesarios y definiendo un Título para Actividad Innovadora (breve y llamativo).

- ***Introducción***

Breve descripción del espacio donde se implementaría la actividad, descripción del contexto (geográfico y sociocultural).

La actividad se implementaría en una Escuela Bíblica de una Iglesia Evangélica de nuestra localidad. Llamada Iglesia Evangélica Pentecostal y Misionera (IEPyM).

La misma se encuentra ubicada en la calle San Martín N° 1466. A la cual asisten personas de diferentes grupos etareos, de diversas clases sociales, asistiendo tanto en forma individual como con sus familias; se llevan a cabo diferentes actividades durante todos los días de la semana, dentro de las cuales podemos mencionar la realización de ensayos de grupos de música, clases de música; guitarra, teclado, batería, bajo y canto. Estudios bíblicos, reuniones de jóvenes, reuniones generales y el dictado de clases de la escuela bíblica; divida en tres grupos, pre-infantiles (desde los tres a cinco años), infantiles (de seis a nueve años) y pre- adolescente (desde los diez a trece aproximadamente).

Justificación (de la actividad innovadora).

Esta actividad está pensada para que los niños a través del juego puedan adquirir y/o resignificar los conocimientos básicos de probabilidad, siendo ellos mismos partícipes activos cumpliendo un rol determinado en su desarrollo, adecuando y repartiendo las actividades y roles según la edad de cada niño.

Objetivos (deben responder a: ¿qué se pretende hacer? Y ¿qué se espera lograr con el desarrollo de la actividad?)

Se pretende presentar un juego dinámico, en el cual los alumnos sean quienes desarrollen el mismo y puedan adquirir generalidades de probabilidad a través del mismo.

También que los alumnos puedan utilizar los conocimientos que adquieran en este juego para aplicar nociones de probabilidad, pudiendo apreciar que en este caso, el juego es una herramienta para aprender determinados contenidos y no solo una acción lúdica.

Se espera con este juego:

- Que se base en el aprendizaje y no sólo en la representación lúdica.
- La partición activa de los niños.
- La posibilidad de aprender a través del error.
- Que los niños se sientan en libertad de poder expresarse fuera de algo estructurado, brindando un ambiente que considere las ideas ajenas.
- Poder hacer una reflexión sobre la actividad una vez finalizada.
- Promover la participación en los niños.

- Brindar un ambiente propicio para la interacción entre niños de diferentes edades.

- ***Desarrollo***

Contenidos: El contenido a desarrollar se encuentra en el eje probabilidad y estadística, en la tercera unidad pedagógica y el mismo es: **"Comparación de probabilidades de diferentes sucesos (incluido suceso seguro e imposible) para espacios muestrales finitos".**

Metodología de trabajo: (breve descripción del rol que asumiría cada integrante del grupo en la implementación de la actividad).

Z: breve introducción y presentación de la actividad.

W: organización de los niños en grupo y reparto de distintivos de colores.

R: guía en la actividad en el momento de su desarrollo.

Desarrollo de la actividad (descripción de la misma, incluyendo su análisis didáctico).

Tiempo estimado de realización: 60 minutos.
Fecha de realización: sábado 01/10/16
Recursos: Materiales

- Cartulina.
- Cinta de papel de colores.
- Cinta adhesiva.
- Plastilina de colores.
- Lata de pan dulce.
- Telgopor.
- Marcadores.
- Papel afiche de colores.
- Pegamento.
- Tijeras.
- Tiza.
- Pizarrón.
- Borrador.

Daremos comienzo a la actividad indagando sobre los conocimientos previos que los niños puedan tener sobre probabilidad, por medio de preguntas disparadoras y la explicación del juego que realizaremos.
Continuaremos repartiendo distintivos de diversos colores a los niños; contando con diez alumnos (hipotéticamente), se entregarán tres distintivos color naranja; dos azules; uno violeta; dos color rojo; uno verde y uno amarillo (conforme a la cantidad de niños presentes, se modificara la cantidad de integrantes por grupo de color).

Algunas posibles preguntas disparadoras:

- ¿Cuántos de ustedes tienen el color naranja?
- ¿Cuántos violeta?
- ¿Creen que todos los equipos se encuentran en igualdad de condiciones para ser ganadores del juego?
- ¿Qué los hace pensar eso?
- ¿Qué color creen que ganará?

Se colocarán la misma cantidad de bolitas en un recipiente, correspondiendo con los colores de los niños participantes.

Se procederá con la formación de una ronda; luego pasaran por turnos de a un alumno por grupo a sacar, sin mirar, una bolita del recipiente; según el color que salga la bolita, le corresponderá salir de la ronda a un niño que tenga el distintivo que coincida con ese color y así sucesivamente con todas las bolitas. Ganará el juego el último niño que quede en la ronda.

Al finalizar el juego se realizarán las preguntas del comienzo de la actividad para saber si los alumnos habían “acertado” con sus concepciones previas.

(La siguiente parte si es necesario la realizaríamos, en caso contrario, solo haríamos la parte del juego en sí.)

“Luego se explicará y plasmará en un pizarrón, los motivos de los resultados obtenidos y, para finalizar; se confeccionarán de manera cooperativa un gráfico de torta, realizado en telgopor, para volcar allí los porcentajes obtenidos. Las porciones obtenidas del mismo se rellenarán con trozos de afiches de diferentes colores utilizando la técnica de collage.”

Evaluación:

Componentes	Descripción	Avances	Dificultades	Acciones de mejora
-Interacción con sus compañeros de grupo y en general. - Escucha por los aportes brindados. - Observación del desempeño logrado e interés.	-Gestión relacionada al lugar físico donde se llevará a cabo la actividad innovadora. -Coordinación y preparación para la realización de la propuesta.	- Autorización del espacio físico solicitado para la actividad en cuestión. - Acuerdo de todos los integrantes del grupo en cuanto a organización, distribución de tareas y actividades en sí.	-Diferencia de edades entre los niños participantes. -Cantidad de niños presente en el día de la actividad innovadora.	-En la realización del juego, ciertas actividades como el cálculo de los porcentajes en el gráfico de barras, serán realizadas por los niños más grandes, mientras que la confección del mismo será realizada en forma conjunta por todos los niños.

- ***Cierre***

  Resultados esperados (de la implementación de la actividad propuesta).

Se espera que los niños logren a través de este juego darse cuenta de que la probabilidad está de forma implícita en diversas situaciones cotidianas; que no sólo se aprende en un ámbito formal como la escuela, sino que se puede percibir a través de juegos. Que la probabilidad es una cuestión del azar. Que puedan tener en cuenta que la misma no es previsible.

- ***Bibliografía:***

Probabilidad y Estadística: Cómo trabajar con niños y jóvenes. – Construyendo paso a paso herramientas y conceptos.
Autores: Ana. P. y Oscar Bressan.

Enseñar matemáticas en el nivel inicial y el primer ciclo de la EGB. Análisis y propuestas. Capítulo 1 - Reflexiones generales acerca de la enseñanza de la matemática.

Capítulo 6- Discusiones en las clases de matemática: Qué, para qué, y cómo se discute.

7°- V.C. 06/09/2016.

Autora: Mabel Panizza. (Compiladora).

Tarea 4: Implementación de la actividad innovadora

Registros tomados por el docente/investigador en su rol de observador durante el momento de implementación de la actividad innovadora.

Registro *Grupo 1 – participantes C, G y L*

Observación: Actividad Didáctica de la Matemática

Fecha: 01/10/2016 Inicio: 16:15 hs Finalización: 17:40 hs

Lugar: Iglesia Bíblica Abierta

Localidad: Puerto Deseado

Tema: Implementación de la actividad innovadora

Observadora: Valeria García

Al momento de iniciar la observación los niños se encuentran organizados en tres grupos, contando cada grupo con la guía de un estudiante. Mientras los niños juegan los estudiantes recorren los grupos explicando el juego, cómo registrar los resultados.

A_1: ¿qué tenemos que hacer con las fichas? ¿nos las dejamos nosotros?

L: Sí, la idea es que se queden sin fichas, porque el que se queda sin fichas gana.

A_2: Nosotros nos deshacemos para ganar.

L: Claro, gana el primero que se queda sin fichas.

El total de niños participantes es de 19, organizados en cuatro grupos, uno de seis niños que se encuentran con G, otro grupo de cinco y dos de cuatro que guían entre L y C.

Aparecen algunas dificultades en relación a la definición de qué es un número par o impar.

G explica en el grupo de 6 niños, donde los números pares se reconocen porque van de 2 en 2. En otro grupo L les indica que los números pares son los que están en la tabla del 2.

Para completar las planillas necesitan registrar el valor del dado 1 y del dado 2, en ese caso necesitan "distinguir" los dados, por lo que un grupo decide poner el número 1 y el número 2 en cada uno de los dados.

En el grupo de 6 niños, salen los dados 1 y 3, suman 4.

G: suman 4, ¿el cuatro es par o impar?

A_1: impar

G: ¿por qué?

A: es par porque se puede dividir en dos partes

G: pero 4=3+1 ¿y esas partes son iguales?

A: es par

G: ¿pueden dividirlo en dos partes iguales?

A: 2 y 2

G: ¿es par o impar entonces?

A: es par

Posteriormente obtienen como suma el valor 9

G: ¿por qué es impar?

A_3: porque no se puede dividir

G: ¿no se puede dividir?

A_3: no se puede dividir en partes iguales

G: ¿y entregan fichas o no?

A_3: No

A_2: Si

G insiste en el por qué, pregunta a todos los niños que están en el grupo. La dificultad de identificar números pares e impares y el hecho de repartir fichas verdes y rojas, identificar las fichas verdes con los números impares y las fichas rojas con los números pares hace que el grupo termine último, luego de los otros tres grupos que terminaron antes.

Mientras el último grupo finaliza sirven la merienda, luego de la merienda se realiza el cierre.

G les enseña una aplicación del celular que es un simulador de dados.

L realiza un cierre desde la pregunta ¿cuántas caras tiene un dado?

De acuerdo a los resultados iban sumando, cuando no sabemos qué va a salir es un experimento aleatorio.

C: ¿Ayer qué paso con el tiempo?

A: llovió

A_4: Hoy el celular decía que iba a haber sol

L: en las caras de los dados había un 1 ¿podría haber un 1 en la suma?

A_5: si

A_6: no

L: no, ¿por qué?

A_6: porque no hay dado con cero

L: ¿qué números salieron?

A_5: seis, siete

L: esos son resultados posibles ¿podría salir el 13?

A_7: no

G: pero hay dados que tienen más de seis caras y ahí sí podría salir el 13. En el caso que jugamos no podría salir el 13

L: el 13 sería entonces un suceso imposible igual que el uno

Un chico que asiste al colegio industrial comenta que están construyendo un dado, pasa al frente y explica lo que deben tener en cuenta para la construcción.

Reparten hojas para que cada niño pueda escribir su opinión del juego, resultados que podrían ser y los que no, resultados posibles y resultados imposibles.

Indican que se llevaran las hojas, luego pueden traerlas por si quieren guardarlas. Además pueden conversar con sus compañeros antes. Una vez finalizada la actividad los niños entregan sus hojas con los comentarios y se da por finalizada la actividad, agradeciendo a los niños por su participación a los responsables del espacio físico por brindar la posibilidad de trabajar con la actividad.

<u>Algunas cuestiones para reflexionar en función de lo acontecido</u> (para orientar el análisis didáctico)

- ¿cómo actuar ante la dificultad de identificación de números pares e impares?
- ¿es necesario que todos los integrantes del grupo expliquen por qué un número es par o impar?
- ¿cómo se recupera el trabajo con el contenido propuesto “probabilidad”?
- ¿cómo orientamos la participación de los niños sin corrernos de nuestro objetivo?
- ¿cómo orientamos la actividad sin indicar o resolver la misma por ellos mismos? (cómo se fundamenten las decisiones tomadas por los niños durante el desarrollo de la actividad)

Registro *Grupo 2 – participantes E, K y M*

Observación: Actividad Didáctica de la Matemática

Fecha: 03/10/2016 Inicio: 14:00 hs Finalización: 15:45 hs

Lugar: Cibereducativo UNPA

Localidad: Gobernador Gregores

Tema: Implementación de la actividad innovadora

Observadora: Valeria García

E inicia el desarrollo de la actividad comentando el contexto de la misma, explica en conjunto con K en qué consiste el juego, posteriormente se da inicio al mismo.

M orienta un grupo de seis niños. K y E orientan otro grupo de siete niños.

El juego inicia a partir de decidir quién inicia el juego y quien sigue en un grupo, mientras que en el otro grupo solamente deciden quien inicia y siguen en función de su ubicación.

En un grupo sale el primer desafío matemático:

Pregunta 11. Si en una canasta de frutas hay 20 frutas en total, 10 peras, 5 naranjas y 5 bananas y debemos sacar una fruta ¿Cuál es más probable que seleccionemos?

A_1: Peras

M: muy bien, ¿por qué?

A_1: porque hay más

Mientras que en un grupo una niña gana el juego, el resto decide que seguirá jugando.

En otro momento salen desafíos en los dos grupos, por un lado:

M: ¿Podemos saber los resultados de tirar un dado?

A_2: un cinco

M: ¿pero cuántas caras tiene un dado?

A_2: seis

M: y ¿qué números tienen las caras?

A_3: 1, 2, 3, 4, 5 y 6

M: entonces, ¿cuáles son los resultados que pueden salir?

Otra pregunta de los desafíos que queda pendiente para pensar entre todos al final es la siguiente: ¿cuáles son las situaciones que dependen del azar?

En el otro grupo también eligen al azar desafíos que les resultan complejos, como ¿cómo se llama un suceso que nunca va a ocurrir? deciden cambiar la pregunta, les toca pensar qué es la probabilidad y en qué situaciones cotidianas está presente; aquí pueden relacionarlo con el juego que están desarrollando.

Una vez finalizado el juego un grupo decide seguir jugando el resto y luego comenzar nuevamente, mientras que el otro grupo empieza de nuevo una vez que el primer jugador gana el juego, sin que el resto siga jugando.

Una vez iniciada la segunda ronda se realizan los siguientes desafíos:

Pregunta 1. En una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas, y 4 azules. ¿Qué bola tiene la probabilidad de salir primero si extraemos una pelota al azar sin mirar?

A_4: la azul

K: ¿por qué?

A_4: porque hay más bolitas azules

Para responder lo relacionan con la cantidad de bolitas que hay de cada color.

Pregunta 8.Colocar un X en la respuesta correcta

Sucesos	Seguro	Posible / Imposible
Tirar un dado y que salga un cero		
Comerte una aceituna y tragarte el carozo		
Caminar por el sol y hacer sombra		

Cada niño responde a una situación particular, en todas las situaciones responden de manera correcta, con orientación de K que les explica cuándo se dice que un suceso es seguro (ocurre siempre), posible (puede pasar o no), imposible (no ocurre nunca).

Pregunta 5. Un hecho o suceso de un experimento aleatorio es __________ si nunca ocurre

Reformulada por la participante M de la siguiente manera, ¿cómo se llama un suceso que nunca ocurre?

A_5: inexplicable

A_6: imposible

M: muy bien (luego explica al resto que un suceso que nunca ocurre se llama imposible)

Pregunta 12. Calcular la probabilidad de que salga "cara" al lanzar una moneda.

A_7: si la tiro despacito puede salir cara sino cruz

M: pero es trampa, ¿quieren ver qué sale? (busca monedas, tiran monedas)

Algunos niños preguntan ¿cuál es cara y cuál es cruz?

M: ¿les explico? (explica en el interior del grupo cómo calcular la probabilidad, como fracción, pregunta si conocen las fracciones y los porcentajes, los niños responden fracciones si, porcentajes no)

Para responder a otro desafío realizan la experiencia del lanzamiento de un dado con peso (pegaron monedas en el interior de las caras de un dado), pero realizan la experiencia y salen otros números que no es el uno, salen el tres y el cuatro. Si bien es cierto que el peso hace que aumente la probabilidad de obtener un uno (en este caso la moneda estaba pegada en la cara opuesta del uno).

K: obtener un uno ¿es seguro, posible o imposible?

Algunos niños dicen que es seguro, otros que es posible, porque salieron otros números igual. Pero K les indica que es seguro, que cuando sacaron otros números es porque las monedas estaban mal pegadas.

Mientras sigue el desarrollo del juego hasta que el segundo grupo finaliza.

E: vamos a compartir entre todos ahora las preguntas que quedaron pendientes.

K: ¿les gustó el juego? ¿Aprendieron algo?

A_8: si

A_9: los pokemón (alude a las imágenes de las fichas empleadas en el juego)

K: la probabilidad son cosas de la vida cotidiana, como en el caso que un niño nazca un lunes ¿cuál es?

A_{10}: uno

K explica en el pizarrón la fórmula de Laplace 1/7

K: uno de siete

E: a través de una fórmula podemos saber cuál es la probabilidad

K: hay una sola posibilidad porque hay un solo lunes por semana

M lee la Pregunta 10. Marcela guardo en el cajón dos pares de medias blancas, cuatro pares de azules y tres pares de medias negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque del cajón sin mirar un par de medias azul?

A_{11}: cuatro

Se realiza el experimento, se extrae un media negra, luego otra media negra y luego una azul.

E: recién en la tercera salió la azul, porque la probabilidad es azar ¿por qué ahora salen más azules?

A_{12}: porque quedan más azules…

Realizan a continuación el experimento de extraer una bolita. Salen una roja, una azul y una violeta.

M: ¿cuál era la que tenía más probabilidad?

A_{12}: la azul

K realiza la comparación entre el experimento de extraer bolitas con o sin reposición. Si ya salieron las dos rojas, ¿es un hecho posible, seguro o imposible volver a sacar una bolita roja?

A_{13}: imposible

Pregunta 5. Un hecho o suceso de un experimento aleatorio es ___________ si nunca ocurre

E: ¿qué quiere decir que es aleatorio? Porque depende del azar, puede pasar o no, ¿qué ejemplos pueden dar de un suceso aleatorio?

A_{12}: tirar un dado y que salga 13

K: ahí tenés que ver si es seguro, posible o imposible

A_{10}: pero dijo 13

K: ah, muy bien… en el caso del dado, todas las posibilidades esos seis números se llama espacio muestral. Del ejemplo de los días de la semana son los días de la semana.

Hay un niño que dice que está confundido.

En ese caso K explica que está trabajando con la probabilidad, que depende del azar, de la suerte.

Se da por finalizada la actividad, les agradecen a los niños por su participación y comparten una merienda.

<u>Algunas cuestiones para reflexionar</u> (para orientar el análisis didáctico)

- Tener en cuenta la noción de sesgo y su relación con el dado con peso (o dado sesgado).
- Diferenciación entre fenómeno aleatorio y determinista.
- ¿cómo recuperar las “intuiciones” de los niños? ¿para qué?
- ¿cómo adaptar las definiciones al nivel de conocimiento de los niños?
- ¿qué variante propondrían al caso que no caigan en la casilla desafío?
- ¿reformularían alguno de los desafíos? ¿cómo lo harían?

Registro *Grupo 3 – participantes A, B, I y N*

Observación: Actividad Didáctica de la Matemática

Fecha: 07/10/2016 Inicio: 17:45 hs Finalización: 18:45 hs

Lugar: sala de estudio de la Residencia universitaria Hotel Colón

Localidad: Puerto San Julián

Tema: Implementación de la actividad innovadora

Observadora: Valeria García

A comienza con la presentación, se presentan los niños comentando su nombre y edad. Luego, se organizan los niños en pequeños grupos, cada uno de los cuales cuanta con un celular o Tablet con una aplicación para el lanzamiento de dados.

N: es un juego de probabilidad

A: ¿ustedes conocen la probabilidad?

Algunos dicen que no, una niña dice que sí, comenta que ha escuchado hablar de la probabilidad.

N: ¿y del azar o de la suerte?

En este caso se relaciona con la lotería.

Relacionan azar o suerte con la probabilidad, mencionan sucesos posibles e imposibles.

M: Las cosas que estudia la probabilidad están relacionadas con el azar

A comenta el juego, explica que se juega de a dos y tienen que sumar los dados, las fichas rojas son pares y verdes impares. Hacen un ejemplo, tiran los dados, sale 4 y 4, suman 8, el 8 es par, ponen una ficha roja.

N: las fichas las pueden repartir como quieran

Mientras reparten las planillas, indican que gana el juego el primero que se queda sin fichas, si se quedan sin fichas rojas y sale par pierden el turno.

Juegan en parejas, cada grupo cuenta con la aplicación (simulador del lanzamiento de dados) o con dados analógicos, la planilla para registrar los resultados obtenidos y las fichas para dividir entre los integrantes del grupo.

18:05 se incorpora la participante I.

B: Cuando les toca un número par y no tienen más fichas rojas, en ese caso perdés el turno (explica a una pareja que le consulta)

A_1: el 5 es impar y el 6 es par

A: ¿por qué el 5 es impar?

A_1: porque no tiene compañero

A: nosotros estamos ahora trabajando de a dos, el dos es par o impar

Varios niños responden PAR

Algunos grupos van terminando el juego (en ese caso sería interesante avanzar en el conocimiento de la distribución de fichas que realizó cada grupo).

I: Ahora vamos a compartir cómo distribuyeron las fichas verdes y rojas

A_2: seis y seis, todas mezcladas, cuatro verdes y dos rojas para uno y dos verdes y cuatro rojas el otro

A_3: no las separamos, pusimos todas las fichas en la mesa y las sacábamos a medida que salían, no sabemos la cantidad de rojas y verdes usó cada uno

A_4: tres rojas y tres verdes cada uno

I: ¿se acuerdan cuántas veces tiraron los dados?

A_4: siete veces

A_5: seis rojas y seis verdes

A_6: él empezó y ganó

A_7: yo empecé dos veces y gané

M: ¿alguno jugó más de una vez?

A_7: nosotros

M: ¿y repartieron igual las fichas?

A_7: si

M: ¿Alguien no pensó de qué manera podrían ganar?

A_8: agregar dados

M: ¿podrían haber salido más pares o impares?

A_7: impares

A_9: pares

M: ¿hay alguna manera de ganar?

A: ¿alguna trampita?

A_5: taparte los ojos

I: acá hay otro grupo que empezó el juego y ganó el compañero, ¿se les ocurre alguna forma de ganar siempre?

A_7: siempre se gana o se pierde

A_6: poner menos fichas

B: si ponés menos fichas ¿tenés más probabilidad de ganar? ¿quiénes están de acuerdo?

Varios niños levantan la mano

B: ¿de qué depende entonces?

A_4: de la suerte

A_7: del azar

M: ¿y con qué está relacionado?, lo dijimos al principio…

A: con la probabilidad que estudia los sucesos o hechos que pueden ser posibles

M: ¿saben cómo se llaman los juegos que estamos jugando en probabilidad?

M: experimento aleatorio, ¿por qué? ¿Alguien sabe por qué?

A_7: por el azar

Dan ejemplos de experimentos aleatorios, lanzamiento de una moneda o dado.

M: ¿podrían saber antes quién iba a ganar?

A_7: yo… y gané tres veces

M: los sucesos son seguros, imposibles, posibles

A: si yo tengo un dado y quiero que salga un 20, ¿cómo es ese suceso?

A_4: imposible

I: porque tiene seis caras (el dado)

A_4: porque seis más seis es 12

B: ¿por qué registramos los datos?

A_3: para contar…

M: para ver cuántas veces necesitamos lanzar el dado para ganar, para terminar el juego

B: Ese registro se hace para saber la cantidad de veces que sale un valor. La cantidad de veces que ese suceso se está repitiendo ¿lo vieron en la escuela?

B define el espacio muestral

A_7: nosotros sí (son niños de 6° año)

A: y habían visto así con ese nombre ¿espacio muestral?

A_7: no, probabilidad

Luego solicitan las planillas de los distintos grupos. M se despide del grupo agradeciendo la participación.

A: Mientras I les reparte golosinas quiero que me digan ¿qué es la probabilidad?

A_7: el azar, la suerte

Reparten golosinas para dar por finalizado el encuentro y agradecen nuevamente la participación de los niños.

<u>Algunas cuestiones para reflexionar</u> (orientar el análisis didáctico)

- ¿cómo se relacionan azar, suerte y probabilidad?
- ¿cómo adaptar las nociones probabilísticas al nivel de los destinatarios?
- ¿cómo recuperar los aportes de los niños para realizar re-preguntas?

- ¿cómo relacionar el juego con las nociones de probabilidad y las “ideas” o “intuiciones” de los niños?
- ¿cómo se contrasta lo anticipado por los niños con lo acontecido durante el juego? ¿con qué finalidad?

Registro *Grupo 4 – participantes R y W*

Observación: Actividad Didáctica de la Matemática

Fecha: 01/10/2016 Inicio: 15:15 hs Finalización: 16:00 hs

Lugar: Escuela Bíblica Iglesia Evangélica, Pentecostal y Misionera

Localidad: Puerto Deseado

Tema: Implementación de la actividad innovadora

Observadora: Valeria García

Al momento de ingresar R y W comentan que Z por problemas personales no seguirá con la actividad. Los niños se organizan en una ronda, entregan a cada niño un distintivo con un color y luego introducen en una urna tantas bolitas como cantidad de niños participan de la actividad, las bolitas coinciden en color y cantidad con los distintivos entregados previamente a los niños. Explican el juego y sacan una bolita de un color.

W: ¿Quién creen que puede ganar?

A_1: el que sea porque si te equivocás

A_2: el verde (es el color de su distintivo)

R: cualquiera puede salir

Cada niño saca una bolita, primero sale violeta, luego azul, verde, naranja y el último en salir nuevamente es el azul.

R: ¿qué color ganó?

A_3: el azul

R: ahora vamos a volver a jugar, ustedes piensan que van a salir los mismos colores ¿va a ganar el mismo?

Varios niños responden que no, salvo el niño que había ganado que dijo que sí.

R: nosotras queremos que vean que no siempre va a ganar el mismo, o puede ganar el mismo.

Realizan en el momento una modificación en el juego, para evitar que sean los niños quienes decidan quien sale y quien queda en la ronda al salir un color que haya más de un distintivo/bolita. (Introducción de una variante definida en función de lo acontecido).

Los distintivos y las bolitas quedan de la siguiente manera

Verde	Naranja (1)	Naranja (2)	Celeste	Amarillo
Azul (1)	Azul (2)	Violeta (1)	Violeta (2)	

Juegan nuevamente, en el momento que quedan tres bolitas en la urna se pregunta.

R: ¿cuántos colores quedan? Dos violetas y uno azul ¿alguno tiene más posibilidad de ganar?

A_3: el violeta

R: ¿por qué?

A_3: porque hay más

W: ¿ustedes piensan que hay más posibilidad de que vuelva a ganar el mismo?

El juego continúa y gana nuevamente el color azul, gana el mismo niño que la primera vez.

Se decide jugar una vez más, antes de completar la tabla.

W: lo que vamos a hacer ahora es que cada uno se ponga donde quiera

Los niños se cambian de lugar en la ubicación de la ronda. Comienza nuevamente el juego, al momento de quedar tres bolitas nuevamente quedan dos violetas y una azul.

W: ¿cuál creen que va a ganar?

A_3: el violeta

A_4: el violeta

A_5: el azul

A_6: el violeta

A_7: el azul

A_8: el azul

Sale el color azul, quedan en la urna dos bolitas violetas.

A: ahora ya sabemos que ganó el color violeta, vamos a ver quién gana

Finalizan el juego. Posteriormente completan la siguiente tabla:

"Las bolitas del azar"

bolitas	cantidad	Casos favorables	probabilidad
Azul	2	2/9	
Celeste	1	1/9	
Verde	1	1/9	
Naranja	2	2/9	
Amarillo	1	1/9	
Violeta	2	2/9	

W: ¿cuántas bolitas hay?

Cuentan entre todos, suman un total de 9. W explica la probabilidad.

W: Hay 2 posibilidades entre 9 que es el total (para el caso de las bolitas azules). Esto es una posibilidad nada más, es una probabilidad, porque es un juego de azar.

A_4: ¿qué es un juego de azar?

W: lo que nosotros jugamos

A_3: si jugamos nueve veces podemos ganar todos

R: el azar es algo que no es seguro, por ejemplo si tiramos una bolita se va a caer al suelo, lo que les quiero explicar es la diferencia entre algo que es seguro y algo que no, como cuando tiro un dado o saco una carta.

W: lo mismo con este juego, jugamos dos veces y ganó el mismo, pero jugamos otra vez y no ganó el mismo.

R: también es cierto que hay colores que tenían más posibilidades de ganar

W: estos tres colores (señala azul, violeta y naranja) tenían más cantidad y ganaron

R: hay algo en la naturaleza que también puede pasar o no, como llueve o no llueve. Pero cuando tocamos la perilla de la luz ¿qué pasa? Se prende la luz

A_3: ¿y si no hay luz?

R: bueno si no hay luz es otra cosa, pero si hay luz sabemos que si tocamos la perilla se enciende la luz

Una vez realizada la distinción entre fenómenos que dependen del azar y los que no (para diferenciar un fenómeno aleatorio de un determinista) vuelven a referenciar el juego con lo aleatorio y se da por finalizada la actividad, agradeciendo a los niños por su participación.

Algunas cuestiones para pensar (orientar el análisis didáctico)

- Escritura de casos favorables en la tabla.
- La probabilidad como medida de ocurrencia de un sucesos aleatorio.
- Adaptación de la actividad en función del nivel de los niños participantes.
- ¿cómo preguntar, re-preguntar? Y ¿para qué? O con qué finalidad y cómo se recuperan los aportes, “ideas” o “intuiciones” del azar.
- ¿cómo se contrasta lo anticipado con lo ocurrido durante la experiencia? Y con qué finalidad u objetivo.

Tarea 5: Registro diferido de la implementación de la actividad innovadora

A continuación se incluyen los registros diferidos de la implementación de la actividad innovadora, correspondiente a cada uno de los participantes del estudio.

Registro participante C, grupo 1

OBSERVACIÓN N° 01 HORA DE INICIO: 16.10

FECHA: 01 de Octubre de 2016

LUGAR DE OBSERVACIÓN: "Iglesia Biblia Abierta" HORA DE TÉRMINO: 17.40

OBSERVADOR: C

COMENTARIOS DEL OBSERVADOR: Llegamos a la Iglesia a las 15.55 aproximadamente y la puerta de estaba cerrada, los chicos estaban realizando una actividad adentro, se los podía escuchar. Luego de unos minutos salió un joven de adentro y nos invitó a pasar, cuando ingresamos estaban haciendo el cierre de una charla, la encargada estaba preguntando al grupo que había pasado en esa historia, como se llamaban los personajes.

Luego le pedimos permiso para armar un tablón más, uno ya estaba armado para poder ubicar después a los 4 grupos. Nos brindaron un micrófono y G fue la encargada de explicar el juego y los hicimos hacer una ronda elegimos una nena para que sea la número 1 desde ahí se numeren hasta el cuatro en sentido de las agujas del reloj, finalizada la numeración le pedimos que todos los números uno fueran hacia el extremo de un tablón y lo mismo hicimos con los otros 3 grupos, cada uno en un extremo. En uno de los tablones estaban los grupos 1 y 2 y en el otro los grupos 3 y 4. Me quede con los grupos 3 y 4 y les proveímos lápiz, las regla del juego, la planilla para el registro, un sobre con 10 fichas de color rojo y 10 fichas de color verde y un vaso con 2 dados distinguibles, les volví a aclarar que la distribución de las fichas debían decidirlos ellos y los 2 grupos a los que atendí decidieron separar en 5 rojas y 5 verdes para cada grupo. El grupo 4 estaba formado casualmente por los más grandes y les indique como debían registrar y que ellos debían decidir cuál era el dado N°1 y cuál el 2, luego me quede para colaborar con el grupo N°3 que eran nenes más chicos, les pregunte si habían entendido y una nena lo explicó, les pregunte cuál dado sería el N°1 y una vez seleccionado les dije que como eran 2 contra 2 cuando uno lanzaba el dado el compañero debía registrar los datos, lo entendieron muy bien y empezaron a jugar, yo los orientaba en el registro del tiro y ellos se ayudaban en la suma, fueron jugando dinámicamente en cada pareja uno de los chicos dominaba las sumas, una vez que se quedaron sin fichas rojas y al volverles a caer un número par tuve que intervenir y explicarles que perdían un turno, entonces el otro grupo debía lanzar el dado 2 veces, una vez finalizada mi explicación pudieron concluir sin mayor dificultad el juego.

En el desarrollo del juego también les consultaba como iban los chicos del grupo 4 y al ver que una nena los orientaba de manera correcta los deje jugar sin intervenir, L también se acercó para colaborar con el grupo N°4 al ver que yo estaba abocado a los pequeños, el grupo N°4 fue el primero en terminar y unos minutos después el grupo N°3.

Mientras los otros grupos iban finalizando decidí complejizarles las sumas por los que les propuse que sumemos mentalmente, junte los cuatros dados y después de mezclarlos daba vuelta el vaso y el que terminaba de sumar decía el resultado en voz alta, participaron los chicos del grupo 3 y 2 chicos del grupo 4. Luego termino el grupo N°2 en el cual se encontraba L y por último el grupo N°1 el cual era supervisado por G.

Las personas a cargo de la Iglesia fueron sirviendo la merienda a los nenes que ya habían finalizado el juego, sólo faltaba el grupo N°1, cuando terminaron y mientras merendaban se fue haciendo el cierre de la actividad, L les explico cómo desde un juego se puede trabajar la probabilidad, les explico que es un experimento aleatorio, que es un suceso posible y uno imposible, les pregunto cuáles eran las posibilidades de que salga el 1 o de que salga el 13 por ejemplo. Cuando todos los chicos terminaron la merienda y luego de levantar los vasos y limpiar las mesas les entregamos una hoja a cada uno para que coloquen si el juego les había gustado, si no les gusto, si fue corto, si fue largo, que expresen lo que quisieran o bien que realicen cualquier dibujo. Luego de un determinado tiempo y al ver que iban entregando las hojas, tome el micrófono para agradecerles a los responsables del lugar y a los chicos por habernos permitido realizar la experiencia en su Iglesia, también agradecí a la profesora por habernos visitado.

Registro participante G, grupo 1

OBSERVACIÓN N° 1 HORA DE INICIO: 16:10

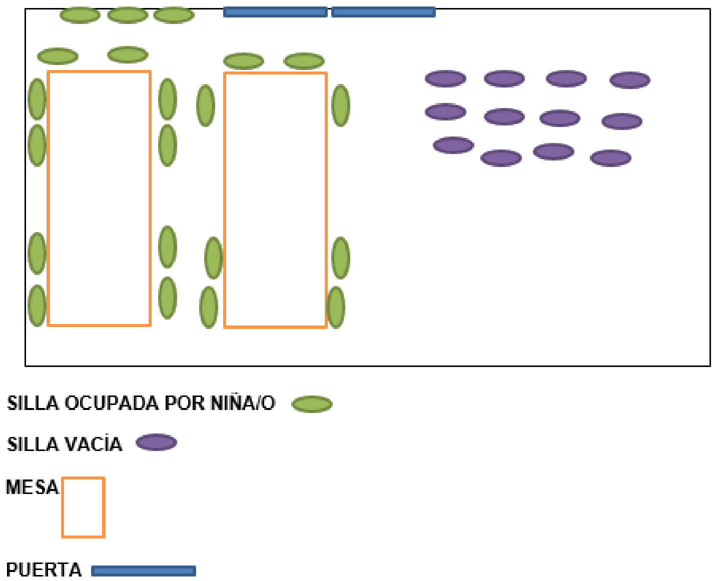
FECHA 01/10/2016

LUGAR DE OBSERVACIÓN Iglesia Biblia Abierta HORA DE TÉRMINO 18:15/20

TEMA Juego de Probabilidad con dados

OBSERVADOR G

ESQUEMA DEL ESPACIO FÍSICO



COMENTARIOS DEL OBSERVADOR

16:10 Llegamos a la Iglesia, están terminando de realizar la lectura y el debate sobre una parábola de la Biblia. Esperamos un momento y la Señora encargada de la Iglesia nos presenta ante los niños y niñas.

(Son diferentes de los que habían asistido el sábado anterior, hoy no vino ningún niño o niña de 3, 4 y 5 años, para los cuales habíamos preparado también una actividad).

/Acomodamos nuestras cosas y ayudamos a preparar los alimentos para la merienda en la cocina mientras las niñas y niños finalizan la actividad de lectura de la Biblia/

16:20 <<Buenas tardes chicos, somos C, L y G, vamos a jugar un juego con dados que se llama Una forma divertida de sumar, ahora les vamos a explicar las reglas del juego y después comenzamos a jugar>>

/Los niños y niñas están sentados como acostumbran, según sus afinidades/

Mientras C los va nombrando <<1, 2, 3, 4>> junto con L los agrupamos según el número que les tocó en 1, en 2, en 3 y en 4, se forman 4 grupos de 4 integrantes cada uno y los distribuimos en las mesas).

16:30 Leo las reglas del juego y les pregunto: ´-¿entendieron?´ /nadie contesta/ ´-¿tienen dudas?´ (Para confirmar su comprensión les pido si alguien puede explicar y nadie responde).

Las explico nuevamente y les pregunto: <<-¿Alguien puede explicar las reglas para los demás chicos?>>

/Entre 3 niños y 1 niña que son los más grandes explican las reglas del juego mirando al resto de los chicos y chicas/. L y C reparten el material para el juego, sobres con fichas de color rojo y verde, dados distinguibles, planillas para registrar n° de tiro, valores obtenidos, sumas pares e impares y n° de fichas.

16:40 Comienza el juego y los ayudamos a dividirse en 2 equipos, algunos grupos se reparten 5 fichas rojas y 5 fichas verdes para cada equipo, otros equipos se dividen 10 fichas verdes para un equipo y las fichas rojas para el otro equipo. Tiran en cada grupo los dados por equipo para saber qué equipo comienza el juego, C, L y yo recorremos los grupos. (Cada grupo ha quedado formado de manera heterogénea en cuanto a edades, desde los 7 años hasta los 13 años)

16:50 Me detengo en un grupo de 3 niñas y 1 niño que tienen dificultades para definir números pares e impares, registrarlos de ese modo en la planilla y entregar la ficha que corresponde, siendo par o impar.

(Registran los números que obtienen en los dados sin mirar antes si es par o impar, sólo un niño conoce y puede definir números pares e impares).

´-¿Ya tiraron los dados? –Sí. -¿Quién tiró? ¿Qué números salieron en los dados? –Nosotros, salieron el 1 y el 5, o sea 6. -¿El 6 es par o impar?´ /los miro y no contestan sonríen/

´-Es par. -¿Por qué es par? –Los pares son los números que empiezan desde el 0 y van de 2 en 2, como 2, 4, 6, 8,…los impares empiezan del 1 y van de 2 en 2, 1, 3, 5, 7…´

17:00 En ese momento llega a la Iglesia una niña de 8 años y la encargada la suma a este grupo, se integra al equipo que tiene fichas verdes, que son impares, por lo cual queda un equipo de 2 jugadores y el otro equipo queda de 3 jugadores. Le pregunto a la niña << ¿Cuántos años tenés?

–8 -¿Sabes sumar? –Sí. -¿Sabes cuáles son los números pares e impares? –No. –Bueno, ahora te vamos a explicar el juego que estamos jugando. ¿L podés explicarle cómo es el juego? –Sí, tenemos que tirar los dados y sumar los números que salen, y si es par lo anotamos acá /señala la planilla de registro/ y si es impar acá, nosotros tenemos fichas verdes que son de los impares y ellas tienen rojas que son pares, ahora nos toca tirar a nosotros. -¿Entendés cómo es? –Sí.

17:10 Retomamos el juego, turnándose para tirar los dados, para registrar en la planilla.

(Surgen dudas sobre los números obtenidos en las sumas, si son pares o impares y si deben entregar o no una ficha)

Los otros grupos ya van finalizando los juegos y /los niños de este grupo muestran cierto desánimo, otros niños se acercan para saber si terminamos el juego/ Se acercan C y L para colaborar diciendo si la suma obtenida es par o impar según corresponda. (Intento que miren y vuelvan sobre los registros de su planilla diciéndoles: <<-Miren en la planilla si ya obtuvieron ese resultado.>>

/Los niños miran y se fijan si está en la columna de pares o de impares y de este modo intentamos avanzar en el juego/

17:30 Finalizamos el juego y resulta ganador el equipo de 3 integrantes que tienen fichas verdes que representan a los resultados impares. (Gana este equipo porque tienen más oportunidades de tirar los dados que el otro equipo)

17:40 Para dar cierre a esta actividad /mientras se les brinda la merienda/ realizamos algunos comentarios sobre el juego: ´-¿Les gustó el juego? -¿Qué les pareció? –Aburrido, fue muy largo. –Sí, no terminaba más.´ Una de las encargadas les responde: ´-Como están tantas horas con el celular y no se aburren.´

En ese momento les pregunto: <<-¿Les hubiera parecido más entretenido si jugábamos con los dados en el celular? /les muestro mientras recorriendo las mesas, este recurso digital, el celular con una aplicación de dados en 3D/ (los niños y niñas miran con entusiasmo y me piden que les preste el celular) <<-Pueden buscar aplicaciones de dados en sus celulares, ¿quiénes tienen celular? /Algunos responden/ -Yo. –A mí me gusta más tirar los dados con el vaso que en el celular. –A mí también.

18:00 Un niño de 13 años cuenta que él en su escuela (Escuela Industrial) está construyendo un dado y comenta los pasos en cada taller para realizar el dado: ´-El dado es todo de metal, la profesora nos dio la base y con eso lo construimos, lo cortamos, lo tallamos, lo marcamos para hacerle los puntos, y después queda como adorno.

(Mientras él sigue contando a un grupo reducido de niños y niñas de su edad, sobre su experiencia de construcción de este dado, L, por cuestiones de tiempo, comienza a dar cierre a la actividad).

´-En este juego que jugamos, salieron algunos números que después sumaron, ¿qué resultados obtuvieron? –El 5. –El 3. –El 6. –El 11. –Esos son sucesos posibles, quiere decir, que podían pasar en este juego.´

´-¿Qué número no obtuvieron? /No hay respuestas/ -Por ejemplo, era posible con estos dados, obtener en una suma el 1? –Sí. –No, no se puede porque no está el 0, para que te de 1, tenés que sumar 1+0. –Bien, ¿y qué otro número no podían obtener? –El 13. –El 15. –Esos son sucesos imposibles, es decir, que es imposible obtener esas sumas en este juego, con estos dados. –Tirar los dados, es el experimento aleatorio que hicimos hoy, un experimento que depende del azar, no sabemos con seguridad qué número va a salir. Como con el clima, escuchamos, hay probables lluvias, probables vientos, es decir que hay una probabilidad, una posibilidad, de eso se trata la probabilidad que vimos hoy.´

Para finalizar les entregamos hojas para que escriban qué les pareció el juego y los resultados de las sumas que obtuvieron. (Algunos no querían escribir, querían dibujar y les dijimos que podían dibujar, también dibujaron en las hojas símbolos de su religión, a nosotros, los dados, entre otros. Nos quedó sin realizar la actividad de combinatoria para los niños y niñas más pequeños, y nos quedó sin presentar para el cierre el diagrama de árbol que graficaba el espacio muestral del juego).

Registro participante L, grupo 1

OBSERVACIÓN N° 1 HORA DE INICIO: 16 10hs

FECHA: 01/10

LUGAR DE OBSERVACIÓN: Iglesia "Biblia Abierta" HORA DE TÉRMINO: 1740hs

TEMA: Implementación de la actividad innovadora

OBSERVADOR: L

COMENTARIOS DEL OBSERVADOR: Nos reunimos en casa para partir juntos hacia la Iglesia. A la misma llegamos alrededor de las 15 y 55hs. El portón que da a la calle estaba abierta, pero por estar la puerta de ingreso al salón cerrada y estar los niños junto a los mayores realizando uno de los momentos del encuentro preferimos quedarnos afuera y esperar que nos indiquen pasar. Apenas advirtieron que estábamos afuera no hicieron pasar y comenzaron a dar cierre al momento que estaban realizando. Aprovechamos el momento para registrar quienes estaban presentes y sus edades para ver si podríamos implementar los 2 juegos. Como el día viernes llovió en la localidad y en la mañana del sábado estaba muy frío, algunas familias decidieron que sus niños no fueran el sábado a la tarde, faltaron los más pequeños, motivo por el cual nos ocupamos de realizar un solo juego pensado para el grupo de los mayores (6 a 13 años). Al terminar con el cierre de la actividad la responsable del grupo nos dio la bienvenida y presentó al grupo, algunos niños ya los habíamos conocido el sábado anterior cuando fuimos a presentarnos por sugerencia de uno de los dirigentes del grupo.

Había un solo tablón en el salón armado, así que procedimos a pedir permiso y armar el segundo tablón. Una vez armados los dos tablones los niños se sentaron en ronda alrededor de los dos tablones. A las 16 y 10 nos cedió la palabra la responsable del grupo y nos prestó un micrófono para que podamos dar inicio con la actividad. Tomó la palabra G y explicó en qué consistía el juego, seguida a la explicación se les pidió que numeren del 1 al 4 para poder separarlos y comenzar a jugar. Una vez numerados se pidió que en cada extremo de las mesas se trasladen los grupos, todos los números 1, los números 2, los números 3 y los números 4. Al momento de numerarse sólo había 17 niños, un niño estaba en la cocina y otro llegó tarde, a ambos niños se les pidió que se acoplaran a un grupo, de este modo quedaron organizados para trabajar los números 1 con G, quien tuvo a cargo 6 niños, los números 2 conmigo (L) que tuve a cargo 4 niños, los números 3 estuvieron a cargo de C, fueron 4 niños y los números 4, 5 niños, los guió primeramente C y luego yo empecé a asistirlo.

Una vez conformados los grupos se les entregó un vaso con 2 dados distintos, las fichas, las reglas del juego, una planilla para que registren sus tiradas y resultados y un lápiz. Cada grupo leyó las reglas y luego eligió como trabajar con sus fichas, 3 grupos optaron por repartirse 5 fichas rojas y 5 fichas verdes para cada equipo conformado y 1 grupo decidió que las rojas eran para un equipo y las verdes para el otro.

Al comenzar a trabajar con mi grupo a cargo, los niños leyeron las reglas 2 veces para tener en cuenta todos los puntos, primeramente eligieron un representante de cada equipo para tirar un dado y ver quien obtenía el número más alto y así poder empezar con el juego. Antes de comenzar con el juego también distinguieron a cada dado como dado 1 y dado 2 para registrar los números obtenidos y no tuvieron dificultad para registrar los números de cada tirada, a las fichas también la numeraron en 1 y 2 para no mezclarlas. Tuvieron en cuenta muchos detalles antes de empezar a jugar, mostrando así mucho interés en el juego. Al comenzar a jugar quisieron anotar sin realizar la suma teniendo en cuenta el número obtenido de los dados hasta que se dieron cuenta que en base a la suma par o impar recién anotarían todo. Esto pasó en los primeros tiros luego ya se manejaron solos. En el primer tiro se dejó aclarado nuevamente cuando un resultado era par y uno de los niños señaló que todo número es par si está en la tabla del 2 el resultado a lo que señaló uno de los más grandes que todo número par se lo puede dividir siempre en 2, con este criterio se movieron para todo el juego. Y el entusiasmo aumentaba al ver que se iban quedando sin fichas de acuerdo al resultado obtenido, fue un juego muy parejo, ambos equipos iban perdiendo las fichas rojas y verdes casi a la par, por ello cuando un equipo terminó con sus fichas rojas un equipo, al otro equipo le quedaron 2 y las verdes iban parejas, el momento de comenzar a perder los turnos le puso más suspenso al juego y las brechas se acortaron. A medida que mi grupo se desempeñaba sólo pude ir a asistir a C que estaba trabajando con 2 grupos y entre los 2 hicimos que avanzaran más rápido.

Terminaron con el juego en primer lugar los números 3, luego los números 4, los números 2 y por último los números 1. Antes que terminará con el juego este último grupo y habiendo terminado los otros grupos C se ocupó de hacer jugar a un grupo de niños haciendo tiradas de 4 dados. Otros salieron un rato afuera a tomar sol y luego entraron para merendar, G terminó con su grupo y mientras merendaban indagamos si les interesó el juego o no, a lo cual manifestaron algunos que sí, otros que les pareció largo. G les mostró una aplicación en su celular con lanzamiento virtual de dados, a lo cual mostraron muchos intereses. Seguido a esto empecé con el momento de cierre, primero les hice advertir en cuantas caras tienen los dados con los que jugaron y como la numeración iba del 1 al 6. Y agregué la siguiente pregunta ¿sabían ustedes que números obtendrían en sus tiradas? La respuesta fue unánime, no. Sólo sabían que obtendrían un número del 1 al 6 en cada dado, este hecho se llama “suceso aleatorio”. Luego fueron obteniendo distintos resultados al sumar los números obtenidos en los dados, agregué. ¿Qué resultados le dieron las sumas? Respondieron 7, 5, 10, etc. Entonces les pregunte si había alguna posibilidad de obtener un 1 al sumar, pensaron y señalaron que no, ya que se necesitaría para de un “1” y un “0” y el cero no estaba en las caras del dado, aquí les señalé que este suceso recibe el nombre de “suceso imposible” y lo mismo ocurriría si quiero pensar en obtener un 13 o un número mayor al sumar los números obtenidos en los 2 dados, todos estos son sucesos imposibles. Mientras que los resultados que señalaban como 5, 7, 10, etc. recibe el nombre de “sucesos posibles”. Y esto es la probabilidad, es la posibilidad de que algo ocurra, por eso anteriormente también les señale que el día anterior había llovido y que muchos celulares tienen como aplicación un espacio para obtener estado del tiempo y se indicada como probabilidad de lluvia, o de chaparrones, etc. esto señala que hay posibilidad que ocurra dicho fenómeno. También un niño de 13 que concurre a la escuela industrial quiso compartir con el grupo que en las horas de taller se encuentra su curso realizando confección de piezas de dados, lo cual le interesó al grupo y escuchó atento la explicación.

Finalmente les señalé a los niños que le daríamos una hojita a cada uno donde deberían manifestar si les gusto el juego o no, señalando el por qué y que entendieron por sucesos posibles y por sucesos imposibles. Algunos contestaron rápido y otros se tomaron su tiempo para contestar y agregaron un dibujo. Una vez que todos entregaron sus hojas, nos pusimos al frente los 3 y G tomó la palabra para agradecer a los niños y los responsables del grupo por habernos recibido para la implementación de la actividad. También se le agradeció a la profesora Valeria por haber concurrido a presenciar nuestra jornada.

Registro participante E, grupo 2

Observación N° 01 Horario inicio: 14:00

Fecha: 03/10/2016 Horario término: 15:45

Lugar de observación: Ciber Educativo UNPA. Roca esq. Luis Sánchez

Tema: Implementación de la actividad innovadora.

Observador/es: E

Comentarios del observador:

La actividad comenzó a las 14 horas como se había acordado. Las integrantes del grupo nos encargamos de ir casa por casa a buscar los niños para evitar inconvenientes de demoras.

Los niños al ingresar al salón donde se llevo a cabo el juego se dividieron por afinidad.

Para comenzar la actividad, inicio yo informando a los niños en qué consiste el encuentro, presentando a la docente, agradeciendo la colaboración por haber ido.

Les consulto si han trabajado probabilidad en la escuela, a lo responden que no.

Se inicia el juego en ambos grupos, M queda con un grupo que predomina las nenas. K y yo, nos quedamos con el otro grupo donde predominan los varones y son de mayor edad que el otro grupo.

En ocasiones, me dirijo al grupo de M para asistir y/o colaborar con ella y los chicos.

El inicio de ambos juegos fue con mucho entusiasmo por parte de los niños. En el grupo en el que estaba con K se apreciaba mucha competencia por parte de los participantes.

Para iniciar la partida cada integrante tiraba los dados para ver quién sacaba el número mayor. En nuestro grupo se demoró el inicio del juego ya que se repetían mucho los números, por lo que agarre otro dado y le ofrecí a los niños para que jueguen con los dos, de esa manera sí se consiguió obtener resultados variados.

En el momento que se le explico el tablero, su gran inquietud era de que se tratarían las preguntas.

Nos consultaron que pasaba si no sabían la pregunta, a lo que le respondimos que nada. Que le explicaríamos al final del juego el concepto que ellos no sepan, pero durante la dinámica le tuvimos que ir explicando sobre la marcha porque los niños no quedaban conformes quedándose con la duda.

La primera pregunta fue en el tercer tiro, salió el desafío mental N°3 que dice:

- Al lanzar una moneda al aire, ¿Qué crees que es más fácil obtener, cara o cruz?

S, el niño que le tocaba responder, contesto que para él iba a salir cruz.

Le pregunto porque le parece y me contesta: - por que casi siempre sale cruz.

Inmediatamente F, otro de los niños dice que en realidad puede salir una u otra, también le pregunto porque le parece, me contesta:- porque son sus dos lados. Le contestamos muy bien, como a S no le había quedado muy claro le mostramos con una moneda lo que pasaba.

Después de varias tiradas sale nuevamente el casillero de pregunta y sale el desafió N° 8, que hace referencia a los sucesos: seguros, posibles e imposibles. Nuevamente le había tocado a S y responde bien, explicando porque la respuesta a cada situación, más allá de que no se lo solicitábamos, pero consideramos que él se sentía más seguro si lo respondía así por eso no se le interrumpía.

Luego sale el desafío matemático N° 7, que consistía en analizar cuál era la probabilidad de que caiga en el color magenta, el círculo estaba dividido en 8 partes iguales, tres de sus colores se repetían y dos no. Entonces R, una de las niñas debía responder, al inicio le costó un poco, pero cuando le fuimos advirtiendo con K sobre los colores que se repiten y los que no, pudo responder sin inconvenientes.

Otro desafío que costó un poco fue Desafío matemático N°6: ¿Cuál es la probabilidad de que un nacimiento caiga un día lunes? Para la resolución de este desafío intervino K, una vez explicado entendieron cual era su resolución.

Los desafíos que fueron los más difíciles fueron:

N°5: Un hecho o seceso de un experimento aleatorio es________ si nunca ocurre

N° 4 ¿Qué les parece que es la probabilidad? ¿En qué situaciones de la vida nos chocaremos con esta? Enumeremos alguna

Estos dos, los niños no supieron responderlos, inclusive nuestra respuesta les fue un poco confusa ya que carecía de adaptación para que los niños la comprendan..

En un momento dado fui al grupo de M a continuar con el juego ya que una de las niñas se había retirado del salón de juego y M la acompaño.

El momento que estuve en ese grupo también se los veía muy contentos y entretenidos con el juego.

La dinámica de juego fue muy entretenida y activa, los chicos demostraron interés en responder las preguntas, inclusive los que no les había tocados el casillero de la pregunta también respondían, cada uno sacaba su deducción desde lo práctico.

Ambos equipos alcanzaron a jugar dos veces.

El grupo que asistía junto a K jugaron las dos veces con entusiasmo, no daba para una tercera ronda. Por lo que K le mostro las tarjetas que no habías salido así seguían practicando y viendo cual más podían resolver. Yo fui con M así le ayudaba con el grupo para que finalice y terminar ya con la propuesta.

Lo que pude apreciar fue que al final, cuando le pedimos nuevamente atención para realizar el cierre y que comenzamos a preguntar que habían aprendido, vi un desánimos por parte de los chicos. Pero creo que fue porque los invadimos de definiciones que no tenían adaptación, que ellos no lograron a comprender, y por más que nosotras intentábamos explicar girábamos en el mismo nivel.

Con K realizamos dos resoluciones de problemas, ella uno en el pizarrón que era el de la probabilidad de nacer un lunes, como ya se lo habíamos explicado lo entendieron, pero sólo hasta la fracción, ya en el momento que K saca el porcentaje los niños manifiestan que aún no lo habían visto, por lo que decidimos dejar ahí.

Yo compartí con los niños un problema de unas medias que decía:

-Marcela guardo en el cajón dos pares de medias blancas, cuatro pares de azules y tres pares de medias negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque del cajón sin mirar un par de medias azules?

Los niños respondieron que se iban a sacar azul porque había más pares, pero en la realidad salieron dos veces seguidas negras, una tercer blanca y recién la azul.

Ya con dos pares de media negras y un par de medias blancas en la mano vuelvo a consultar por probabilidad de sacar una azul y confirman que si porque de las otras había menos.

Luego K presenta un juego con unas pelotitas, con una dinámica semejante, los niños responden bien según la teoría.

F, un niño que estaba en el grupo de M, pregunto: ¿Cuál es la diferencia entre azar y aleatorio? Y lamentablemente no supimos responderle, a él se acerco K e intercambiaron ideas con M, pero finalmente la profesora Valeria fue quién respondió.

Es ahí donde se decide dar por finalizado la actividad, porque los niños ya se estaban confundiendo tantas definiciones especificas.

Para finalizar pido aplausos para todos, para la profe García y damos por finalizado el encuentro. Compartimos unas facturas con gaseosas y le entregamos unos obsequios en agradecimiento por su asistencia.

Esto fue lo que alcance por un lado a registrar en papeles y por otro haciendo memoria, de la experiencia innovadora presentada.

Registro participante K, grupo 2

Observación N° 1 Hora inicio: 14 hs

Fecha: Lunes 03 de Octubre del 2.016

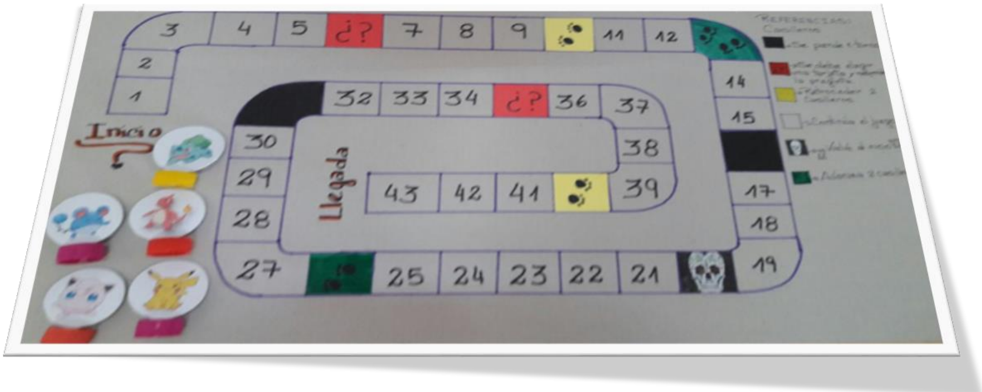
Lugar de observación: Ciber Educativo Gobernador Gregores. Hora termino: 15.45 hs

Tema: Probabilidad (definición, componentes).

Observador: K

Comentarios de observador:

Antes de comenzar el juego, se les dice a los alumnos que se agrupen de a 6 participantes, ya que hay dos tableros. Uno de los grupos tendrá 7 participantes, debido a que se acerco un nene mas a jugar, por lo que se soluciona ese imprevisto dándole una tapita de agua para que igual participe. El resto de los participantes ya habían elegido su tapita, la diferencia que había era que cada uno de esas 6 tenía un pokemón pegada en ella.



En uno de los grupos hay más nenas que nenes (4 y 3), y en el otro grupo hay 5 nenas y 1 solo varón. El grupo que nombre primero se dio así ya que la mayoría son compañeros de clase y a su vez amigos, por lo tanto se conformaron de esa manera por afinidad.

Una vez agrupados, se les explica que trabajaremos con el tema probabilidad, se indaga si conocen ese tema, si alguna vez lo han visto en clases y si han jugado a un juego similar al tablero que tienen sobre la mesa.

Luego se les pedirá que cada uno tire el dado, para ver quien comienza primero, quien segundo y así hasta completar la vuelta. Este método de tirar el dado para ver quien comienza no funciono, ya que cada vez que se desempataba, se volvía a empatar con otro compañero. Por lo tanto se decidió que se comenzaba desde mi derecha.

El juego se realizo dos veces, debido a que se hizo corta cada una de las jugadas y ellos querían seguir participando; cada vez que salía un ganador el juego no se cortaba, seguían jugando hasta que el resto de los participantes logren llegar a la meta.

El mismo tenía diversas prendas, por ejemplo las patitas amarillas indicaban retroceden 2 casilleros, el verde avanzar 2 casilleros, el rojo acertijo sobre el tema que se está trabajando, blanco el juego sigue normal y calavera, vuelve al inicio del juego.

En el primer juego, comenzó tirando los dados 1° una nena, en el sentido contrario a las agujas del reloj.

En los primeros tiros, en varias ocasiones toco la casilla amarilla, y casi al final del juego, en la última casilla roja tocaron 2 acertijos, esto quiere decir que de las 12 tarjetas que habían, solo se utilizaron 2 de ellas.

Se les decía que seleccionen un numero del 1 al 12, el número elegido seria el problema que le toque (cada acertijo tenía su número en la tarjeta). E o yo le leíamos el problema a resolver, turnándonos cada vez que salía una, pero siempre ayudando y aportando las dos para que logren acertar y entender lo que le estábamos preguntando.

El juego se torno dinámico, competitivo y divertido, ya que los niños se notabas entusiasmados con el juego y en el momento de responder el acertijo, si el que tenía que contestar no entendía o no sabía, tratábamos que participen todos, para que el niño no se sienta mal por no saberlo. En estos casos les dábamos ejemplos para que puedan relacionarlo con la vida cotidiana o cosas concretas.

Ocurrió en una de las tarjetas, la n° 5 que decía "Un hecho o suceso de un experimento aleatorio es __________ si nunca ocurre", como era una pregunta cerrada y con conceptos que ellos no tenían ni habían trabajado, se la dejo separada para explicarla en el cierre de la clase.

En el caso de la casilla de la calavera ocurrió 3 veces, una en el primer juego y 2 en el segundo juego (grupo de los que habían mas varones) y a nenes diferentes, pero cuando les toco la calavera iniciaron el juego de manera normal y sin enojarse; este era nuestro miedo, que se enojaran, ya que están en una de las edades el cual son muy competitivos.

En el juego, para poder ganar, deben sacar un número exacto de los casilleros que le faltan para ganar, en caso que le queden 3 casilleros y saco un 5 debe volver contando para atrás. Esto ocurrió en todos los participantes, mínimo 2 veces por cada uno de ellos antes de arribar a la llegada.

Todos los números obtenidos por cada uno de los participantes se iban registrando en una planilla, el cual tenía nombre de ellos y numero de tiradas, ejemplo: tirada 1, tirada 2, y allí se anotaba que sacaba cada uno en el dado. Estos datos iban siendo anotado por un niño, y en el segundo juego siguió completando una nena y luego yo, ya que el juego iba cada vez más rápido y se perdía para anotar.

Según los registros de la planilla, el n°1 y el n°4 son los que salieron mas veces (19 veces cada uno) en el 1er juego y el menos frecuente fue el n°3, el 1° que gano el juego fue con el n°6, en la tirada 9, el cual gano una nena; el juego no termino ahí, se siguió jugando con el resto de los participantes hasta obtener el 2°, el 3°, el 4°, el 5°, el 6° y el 7° puesto, donde termino con la tirada 17. Cabe destacar que en este primer juego los números salieron casi iguales en la cantidad de tiros, ejemplo n°1=19 veces, n°2=15 veces, n°3=13 veces, n°4=19 veces, n°5=14 veces y n°6=20 veces.

En el 2do juego se comenzó a tirar los dados, con el niño que se encontraba a mi izquierda, en el sentido de la agujas del reloj.

El recorrido del mismo fue más rápido, y las fichas generalmente caían en el mismo casillero que 3 0 4 participantes juntos. Aquí se obtuvieron más casilleros de acertijos, en total 5, el cual los niños ya tenían más familiarizado lo que era la probabilidad, y lo relacionaban con hechos de su vida cotidiana y por deducción, ejemplo, "en una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas, y 4 azules. ¿Qué bola tiene la probabilidad de salir primero si extraemos una pelota al azar sin mirar?", ellos respondían en este caso la de color azul y cuando le preguntábamos, ¿por qué la de ese color? nos decían porque habían mas, eran mayor cantidad que las otras.

Otra de las tarjetas te daba ejemplos y se tenía que decir si el hecho o suceso era posible, imposible o seguro, por lo que se le entregaba la tarjeta a la niña que le toco para que la lea con tranquilidad y responda según lo que a ella le parecía, si su respuesta era incorrecta se trataba de orientarla con ejemplos hasta llegar a lo correcto. De todos modos cuando se leyó en voz alta esa tarjeta, se les explico de manera sintética que significaba que un hecho sea seguro, que si era posible e imposible.

Otra de las tarjetas que hubo debate y diferentes opiniones fue la que decía, si tiro una moneda al aire, ¿Qué es más probable obtener, cara o cruz? Todos respondían cruz, le preguntábamos ¿por que estaban seguros? Ellos decían porque siempre que tiro cae cruz; pero uno de los nenes dijo las dos, las dos tienen la misma posibilidad de salir, se le pregunto ¿Por qué crees que es así?, el niño nos dijo, porque hay una cara de cada una, y no sabemos que puede salir si la tiramos. Allí le dijimos que esa era la respuesta acertada y se les explico, que uno no sabe que puede salir si tira una moneda al aire.

Según los registros de la planilla, los números más frecuentes en este 2° juego fue el n°1 (24 tiros) y el menos frecuente el n° 2 (11 tiros), el 1° que gano termino con el n°6, en la tirada 12 y también fue una nena, siendo que eran más varones que nenas; el juego no termino ahí, se siguió jugando con el resto de los participantes hasta obtener el 2°, el 3°, el 4°, el 5°, el 6° y el 7° puesto, termino la jugada con 22 tiradas.

Una vez finalizado el juego, se les pregunto si entendieron y si les gusto, ellos respondieron que si, como el otro grupo (habían mas nenas) no había finalizado, trabajamos las tarjetas con acertijos que no habían salido, los niños ya nos respondían más seguros.

Una de esas tarjetas decía “si lanzamos una vez un dado al azar, ¿Podemos saber de antemano qué número va a salir? “, ellos decían que si, otros que no, ahí se le pregunto ¿Por qué decís que no? Respondió porque nunca vamos a saber que numero va a salir, puede salir cualquiera, se le dijo que estaba en lo correcto, nosotros no podemos saber de antemano que puede salir si tiramos un dado o una moneda al aire, en el caso del dado puede salir cualquiera de los 6 números que tiene el mismo y allí fue donde se les dijo, ¿y qué pasaría si yo al dado le pongo peso en una de sus caras? miren esto, si yo les pongo una moneda en el numero 3, ¿Qué numero saldrá siempre? Varios nombraban el 6, el 2 y hasta el mismo 3, pero al mostrarle bien el dado y decirles observen, si yo lo tiro, ¿la cara que tire la moneda va a quedar para arriba o apoyada en la mesa? Ahí me dijeron que saldrá el número 4. Realizamos la demostración y generalmente salió el numero 4 pero no siempre, también salieron otros; por lo que se torno confuso, ya que si o si tenía que salir el 4, pero les explique qué ocurría esto porque la moneda se despegaba del dado, pero si no pasaba eso, cada vez que yo le ponga peso al dado iba a caer en la cara opuesta todas la veces que lo tire.

Seguidamente, como el otro grupo ya había terminado de jugar, nos paramos en el medio de las dos mesas y se les pregunto en general ¿como lo habían pasado?, ¿si les gusto el juego? Y se procedió a comentarles que nuestro fin era trabajar con el contenido de probabilidad; se les explico nuevamente que quería decir el concepto probabilidad, y cuando ese hecho podía ser seguro, posible o imposible. Se comenzó a explicar en el pizarrón el problema que decía, ¿Qué posibilidad había que un niño nazca un lunes? Ellos decían 1, pero se enfocaban en Gregores, decían acá puede nacer un lunes porque somos poquitos, pero en el mundo nacen todos los días, no lo entendían de la misma manera que nosotros lo queríamos explicar. Se les comento que en la semana tenemos 7 días, se procedió a escribirlos en el pizarrón y se les pregunta ¿Cuántos lunes tenemos en la semana? Allí ellos decían 1. Entonces hay una sola posibilidad que nazca un lunes, mientras se realiza la formula de Laplace; se les comenta que esta fórmula utilizamos muchas veces nosotros para poder resolver esos problemas que estuvimos trabajando, debajo de la fracción se colocan los casos favorables, en este caso 7 que son todos los días de la semana que tenemos, y arriba los casos posibles, son las veces que puede nacer un lunes en este ejemplo.

Les explico que eso lo puede resolver en número con decimal y a la vez en porcentajes, pero dicen que eso aun no lo han trabajado, solo con fracciones.

Luego se da lugar a trabajar con material concreto, el problema de las medias, se lee el mismo, “Marcela guardo en el cajón 2 pares de medias blancas, 4 pares de azules y 3 pares de medias negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque del cajón sin mirar un par de medias azul?”, ellos responden la azul, se les va acercando la caja con medias y 3 veces consecutivas sale otros colores que hay en menos cantidad, recién en la 4ta vez sale la de color azul.

Seguidamente se les dice ¿y en el caso de las bolitas de colores? probemos si ocurre lo mismo, se lee el problema, "en una urna hay 3 bolas blancas, 2 rojas, y 4 azules. ¿Qué bola tiene la probabilidad de salir primero si extraemos una pelota al azar sin mirar?"

Ellos responden la azul, sin embargo salió la roja 2 veces consecutivas, por lo que se les pregunta ¿y si no vuelvo a colocar las bolitas rojas en la bolsa, cuantas probabilidades que salga una roja tengo? Ellos responden ninguna, porque habían solo 2 de ellas, y se les pegunta sacar roja si ya sacamos las 2 que habían ¿es un caso seguro, posible o imposible?, ellos respondieron de manera segura que era imposible.

Posteriormente, un niño se encuentra confundido y me dice que no entiende, por lo que procedo a explicarle que era probabilidad y le doy unos ejemplos de casos seguros, posibles e imposibles, me dice ¡Ah, ahora entiendo! Pero luego me dice pregunta, ¿qué diferencia hay entre el azar y lo aleatorio? En ese momento me quede en duda para responder, por lo que la docente Valeria nos explica la diferencia y allí le explico al niño.

Para dar por finalizada la experiencia se les agradece a los niños por haber participado, se les lleva para compartir facturas y gaseosa; y cuando se van se les entrega un presente acá uno (vaso de plástico con caramelos y chocolates envueltos en celofán).

Registro participante M, grupo 2

Observación Nº______________ Hora de inicio: 14:00 horas

Fecha: 3 de Octubre de 2016

Lugar de observación: Cibereducativo Gdor. Gregores Hora término: 15:45 horas

Tema: Implementación de la actividad innovadora "Pensando más allá"

Observador: M

Comentarios del Observador:

Antes de comenzar a jugar los niños leen las referencias de los casilleros, que se encuentran al margen del tablero y también se dividen las fichas, las cuales puedo observar que son de su agrado, ya que no solo las manipulan, sino que también automáticamente identifican las imágenes que se encuentran impresas en las mismas.

Una vez que se conforman los grupos de juego, mi compañera E da inicio a la jornada, agradeciendo a los niños por haber aceptado participar del juego, para posteriormente presentar a sus compañeras (K y M) y a la profesora de didáctica de Matemática Valeria García.

Mientras E procede a explicar cómo y cuáles son las reglas del juego propuesto, me ubico en la mesa donde se encuentran el equipo A, el cual está conformado por 5 mujeres y 1 varón, que cursan 4to y 5to grado. Antes de iniciar la actividad, procedo a preguntarle a los participantes si han jugado a un juego similar, como sus respuestas fueron positivas les pregunto ¿a cuál?, ellos me responden: al juego de la oca, al ludo y al estanciero. La mayoría de los integrantes del equipo comparo a la "actividad innovadora" con el juego de la oca.

Vuelvo a formular otra pregunta con respecto al juego ¿Entendieron bien como se juega y cuáles son sus reglas? Para asegurarme de que hayan entendido la explicación de mi compañera, procedo a repetir brevemente, aunque varios de los integrantes del grupo me ayudan o se adelantan a mi explicación, repitiendo las reglas.

Los niños comienzan a tirar el dado para determinar el orden de partida de cada uno. En este momento observo que comienzan a tirar el dado sobre la mesa, por lo se me ocurre que pueden manipular el resultado de la tirada, ya que acomodan el dado con su cara en el Nº1 y lo lanzan verticalmente al aire prediciendo que pueda caer en el Nº6, por este motivo les propongo hacer rodar el dado en el piso, para no manipular el resultado y que el juego sea más transparente.

Varias de las posiciones de largada tuvieron que desempatar. Una vez que se resolvieron las posiciones de largada, se comenzó con el juego.

Les resulto muy entretenido a los participantes hacer rodar el dado en el piso y todos estaban atentos al resultado de su compañero por lo que repetían en voz alta el resultado que se obtenía al tirar el dado.

Asimismo me ayudaban a completar la planilla de "registro de tiradas".

Una de las participantes se encargaba de controlar que sus compañeros no hagan trampa de adelantarse o de equivocarse al usar otra ficha.

En un momento del juego el único participante varón de la mesa pregunta: ¿Maestra no lo puedo matar ya que es un Pokemón?... todos nos reímos y le contestaron en voz alta y a coro: ¡Noooooo!

Yo le respondí: Se avanza con el dado, es la única forma.

En la segunda ronda el participante Nº1 cayó en la casilla "pierde un turno".

En la tercer ronda el participante Nº5 cayó en la casilla indicada con este símbolo: "¿?" La cual indica que debe resolver un desafío matemático. Procedo a explicarles que se colocaran boca abajo las tarjetas que contienen los desafíos matemáticos y la participante debe elegir una tarjeta. Una vez que haya elegido la tarjeta, procederé a leer en voz alta la consigna propuesta y les aclaro que si no lo resuelve correctamente el participante pierde 2 turnos.

Una de las participantes aclara en voz alta: "ella sola lo tiene que resolver", pero yo les propongo que "le podemos ayudar todos si quieren", porque considero que si bien es un juego, lo más importante es que el niño entienda el desafío y se lleve a su casa nuevos conocimientos. Es por este motivo, que decido ayudarlos a interpretar y entender el problema matemático en el momento, con la incógnita de saber si se tornara aburrido o si se mantendrá la dinámica del juego.

También les aclaro, que si no logran entender correctamente la consigna o el tema que se está trabajando, al finalizar la actividad se procederá a realizar una explicación en conjunto de aquellos desafíos matemáticos no resueltos.

Selecciona el desafío matemático Nº 11. Motivo a la participante a que elija la que más le gusta. Procedo a leerlo en voz alta.

Leo el desafío tal cual está escrito en la tarjeta con su correspondiente pregunta. Los participantes contestan bien y luego les pregunto ¿Por qué consideran que las peras? ¿Cuál será la otra fruta que tenemos menos probabilidad de sacarla de la canasta?

Al continuar el juego se observa que los participantes constantemente calculaban que número no debían sacar en el dado, para no caer en una de las casillas con prendas o con desafíos matemáticos.

Los participantes se frotaban el dado en la cabeza, lo besaban o pedían por favor que les toque un número "X" para poder avanzar o ganar el juego.

La participante Nº 6 cayó en la casilla "calavera" y tuvo que volver al inicio del tablero.

El participante Nº 2 selecciona para resolver el desafío Matemático Nº 2.

Leo en voz alta el desafío que se encuentra en la tarjeta.

¿Si lanzamos un dado, podemos saber de antemano que numero va a salir? Todos responden negativamente.

Vuelvo a preguntar ¿Por qué no sabemos? Una de las participantes responde "porque tiene muchos números".

Vuelvo a preguntar: ¿Cuántos números tiene un dado? Responden 6.

Entonces ¿Qué números puede salir si tiramos un dado? Respuesta: del 1 al 6.

Para cerrar la idea le digo: "O sea que tienen todas las mismas probabilidades de salir el 1, 2, 3, 4, 5,6".

El participante varón concluye: "porque la posibilidad no la podemos calcular"

Continúa el juego.

La participante Nº 6 pierde un turno. El resto de los participantes avanza sin dificultad.

A la participante Nº 4 le toca resolver un desafío matemático. Selecciona el Desafío Matemático Nº 9.

La consigna dice: “Marcar las situaciones que dependen del azar”. Pregunto ¿Saben lo que es el azar?

Respuestas: Si. Es algo que te toca de repente. Es como la suerte.

Entre todos analizamos las situaciones y contestan correctamente.

Al momento de tirar el dado el participante se levanta de su silla y hace rodar el dado.

Le explico que para ganar deben salir del tablero con el número exacto. Caso contrario deberán retroceder las casillas restantes y esperar su turno para volver a tirar.

Gana la partida el jugador Nº 2.

Todos quieren volver a jugar. Se intercambian las fichas.

Termina el juego en la tirada Nº 14.

Se juega una segunda partida.

Se realizar el mismo procedimiento para definir el orden de partida de los participantes.

El participante 6 pierde un turno.

Se mantiene la dinámica del juego.

En la cuarta tirada el participante 3 debe resolver un desafío matemático. Selecciona el Nº 5.

Luego de leer en voz alta la pregunta, tal cual aparece en la tarjeta, los participantes responden diciendo: experimento, un volcán.

Debido a que sus respuestas no son las adecuadas, se procede a reformular la pregunta para que puedan entenderla: “como se le dice a un suceso o a un hecho que nunca ocurre”, “algo que paso que nunca ocurre”.

El participante varón responde es inexplicable y luego me dice “espera que se me fue la palabra, la tenía en la mente”… responde es “imposible”.

Les pregunto al resto de los participantes si entendieron el desafío, como su respuesta es negativa, proceso a leer la frase completa para que puedan entender adecuadamente el concepto.

Avanza el juego.

Nuevamente tienen que resolver un desafío matemático. Elijen el Nº12.

En esta oportunidad una de las participantes lee en voz alta la consigna del desafío.

Inmediatamente el participante varón contesta correctamente: “es una posibilidad”.

Debido a que el resto de los participantes no comprende. Realizo la explicación del desafío y les propongo tirar la moneda y ver qué pasa.

Una de las conclusiones fue: “también podemos hacer trampa, porque si la lanzo despacito, da una vueltita y cae de cara. La ponemos del lado contrario, la lanzamos despacito y cae bien” (participante varón).

Todos los participantes manipulan las monedas.

Les propongo calcular la probabilidad con una formula. Pregunto ¿si saben fracciones? Responden positivamente.

Con la fórmula de Laplace calculamos cual sería la probabilidad y comprobamos que el participante varón tenía razón.

Consulto si saben sacar porcentaje. Como su respuesta es negativa. Dejo expresado en fracción el resultado.

El participante Nº 4 cae en la casilla “calavera” y tiene que volver al comienzo del tablero.

Continúa el juego.

Las participantes mujeres se quejan de que el participante varón tarda mucho en tirar el dado.

La participante Nº5 debe seleccionar un desafío matemático. Le toca el Nº 7.

Todos quieren leer el desafío en vos alta. Finalmente se decide que el participante masculino es quien lee.

Como el resto de sus compañeros no entendieron bien la consigna y deben mirar la ruleta que aparece graficada en la tarjeta, les propongo que cada participante lea la tarjeta y observe la ruleta.

Se procede a su resolución.

Lo primero que se les propone es contar la cantidad de casilleros que tiene la ruleta y que identifiquen cuantos son de color magenta. Se realizar una fracción para que los participantes puedan interpretar con mayor facilidad lo solicitado en la consigna.

Para seguir con el razonamiento les pregunto: ¿Qué otro color tiene la mismo posibilidad que el magenta? Respuesta: el verde y el azul. El amarillo y el rojo solo tienen una sola posibilidad de salir.

Sigue el juego.

El participante Nº 1 cae en la casilla que deben retroceder 2 casilleros.

Gana el participante Nº3.

Una vez que ambos grupos terminan de jugar por segunda vez. K procede a resolver algunos desafíos matemáticos que quedaron inconclusos. También explica la fórmula de Laplace.

Con la ayuda de material concreto se resuelven los desafíos matemáticos 1 y 10.

Se permite que los participen manipulen el material concreto y puedan vivenciar los desafíos matemáticos.

Para finalizar se les agradece la participación de todos los niños/ñas y se comparte una merienda. Antes de que se retiren del lugar, se les entrega un presente con golosinas.

Registro participante A, grupo 3

Observación Nº: 1 Hora de inicio: 17:45hs

Fecha: Siete de octubre de 2016 Hora término: 19:00hs

Lugar de observación: Sala de estudios hotel Colon.

Tema: "Implementación de la actividad innovadora"

Observador: A

Comentarios del observador:

El día viernes 7 de octubre del corriente año llevamos a cabo en la Sed del Hotel Colon, en la sala de estudios; la actividad Innovadora propuesta por la cátedra Didáctica de Matemática. La actividad se basaba en la implementación de la actividad "par o impar", desarrollando el contenido "Probabilidad" suceso seguro, posible o imposible.

Primero ingresaron un grupo de chicos, minutos después ingreso otro grupo de niños; contando con un total de 20 niños/as entre 5 a 13 años

A: Los acomodo dado que no todos entraban en la masa; un grupo quedó en la misma y el resto se sienta en el piso y se dividieron en grupo de a dos.

B y N reacomodan el material que se utilizara para la misma, mientras:

A: empecé presentándonos, comentándoles que somos estudiantes de la Universidad Nacional de la Patagonia Austral; que éramos cuatro pero que por el momento falta una que venía de otra localidad y se llama I, también les hice saber que estaba nuestra profesora de la Universidad y el motivo por el cual se los reunió, paso siguiente se les pregunto su nombre

Los niños comentaron sus nombres.

Luego B y A empezaron a explicar el tema a lo que se empezó:

B: Cometo que íbamos a jugar un juego de probabilidad

A preguntó -¿Si conocen el termino Probabilidad?

A lo que algunos niños responden que no, pero una niña contesta que sí que lo había escuchado a sus padres.

El mismo es relacionado con los juegos de azar o de la suerte. Por ejemplo la lotería. Por ello N les cuenta que la probabilidad estudia el azar

A pasar a leer las reglas del juego, para ello cada niño cuenta con dados convencionales o con las aplicaciones en el celular o Tablet. Los niños sacaron por deducción propia para que eran las Tablet y celulares e incluso algunos comenzaron a probar la aplicación.

N cometa: que ellos deben elegir como repartir las fichas.

Luego siguió B explicando cómo se realizaba el juego, y finalizo comentando quien ganaba el mismo

Cuando estábamos iniciando la actividad se sumó I

A medida que va desarrollando en juego van surgiendo distintas dudas e inquietudes y en ese momento personalmente me di cuenta que quedaron cosas del juego sin explicar y que se notaron a la hora de la instauración de la misma.

Por lo que se tuvo que detener el juego y explicar nuevamente una parte del juego, como usar las planillas y quien ganaba el juego

Seguidamente notamos que un grupo de niños no sabía identificar los números par e impar por lo que.

A: preguntó si alguien sabe lo que es los números pares e impares

Un niño levanta la mano y contesta que: el cinco es impar y el seis es par

A le pregunta ¿porque el cinco es impar?

El niño contesta: porque no tiene compañero y lo muestra con los dedos.

A: pone el ejemplo nosotros estamos trabajando de a dos, ¿Es un número par o impar?

De manera general se contestó: PAR

Las cuatros fuimos recorriendo los distintos grupos y observando cómo trabajan cada uno de ellos y evacuando las dudas que surgiendo en el interior de cada grupo.

Un grupo de niños ya habían terminado el juego y otro no, entonces los que ya habían terminado volvieron a jugar nuevamente. Una vez que terminaron todos

I: Les pregunta a todos como distribuyeron las fichas.

Grupo A: Se repartieron cuatro rojas y dos verdes y cuatro verdes y dos rojas

Grupo B: Las verdes para uno y las rojas para otros

Grupo C: Dejaron todas las fichas en el medio y fueron sacando a medida que iban saliendo

Grupo D: Se repartieron tres rojas y tres verdes para acá uno.

I: ¿Se acuerdan cuantas veces tiraron los dados para que saliera una ganadora?

Niñas: Nosotras tiramos siete veces

I: siete iguales tiraron pero gano una sola ¿Ganaste con que fichas, que fichas termino primero?

Niños (a): Terminó todas las fichas antes que yo

Niño (c): Para mí el que empieza gana el juego.

I: ¿Alguien empezó el juego y ganó?

Niño (d): Yo empecé dos veces y gane

N: ¿Algunos jugaron más de una vez?

Niños: Nosotros jugamos cuatro veces pero de la misma forma

N: ¿Alguien no pensó como podría ganar? Para aumentar la probabilidad de ganar

Niño (a): Agregar más dados

N: ¿Podría haber salidos más pares que impares?

Niño (b): Impares.

Niños: Pares.

N: ¿Hay alguna manera de ganar?

A: Hacer alguna trampita

I: Acá hay un grupo que él (niño a) empezó el juego y gano el juego

I: Se les ocurre una forma de ganar siempre

Niño: Siempre se gana o se pierde

Niño: Poner menos fichas

B; Si podes menos fichas tenés más probabilidades de ganas ¿Quiénes están de acuerdo con esto?

Varios niños levantan la mano

B ¿Y los que no están de acurdo?

Niño: Porque hay menos fichas

B: ¿De qué despende entonces?

Niño: de la suerte

Niño (c): Del azar

B: Y con que está relacionado lo dijimos al principio………. Con la probabilidad que estudia los sucesos o los hechos que pueden ser posibles

N: Saben cómo se llama el juego que estamos jugando en probabilidad…. Se llama experimento aleatorio ¿Por qué? ¿Alguien sabe porque?

Damos ejemplos de sucesos con monedas o dados.

N: Antes de jugar ¿Podrían saber quién iba a ganar?

Niño. Yo y gane tres veces.

N: Los resultados de estos experimentos que recién hicimos, se llaman sucesos. Los sucesos son posibles, seguros o imposibles.

A: Da un ejemplo; si yo tengo un dado y quiero sacar un 20 ¿Qué suceso es ese?

Niño: Imposible

I: porque tiene seis caras; por eso es imposible que nos salga un 20

A: a no ser que el dado tenga más caras

Niño: Porque 6 más 6 es 12.

A: y si quiero que salga un 3.

Niños: si puede salir.

B pregunta; Nosotros jugamos, anotamos un monto de veces todos los números que nos salieron en los dados. Tiramos muchas veces lo dados ¿Para qué lo hicimos? ¿Porque anotamos los datos?

Niño (b): Para ganar

Niño: para llevar la cuenta.

B ¿Cuál es el sentido de anotar todas las veces que salieron los dados?

B: Ese registro de datos, en probabilidad se hace de esta misma manera. Por eso estudiamos la probabilidad para saber cuántas veces se repite un suceso. Da un ejemplo. Define espacio muestral. ¿Esto lo vieron en la escuela?

Niños en general: No lo vimos.

A: ¿Espacio muestral lo vieron en la escuela?

Niña: No. Escuchamos la palabra probabilidad

Las integrantes del grupo retiraron las fichas, como así también los dados.

Paso siguiente se pasó a repartir las golosinas. Mientras I reparte

B agradece por haber asistido nuestra “prueba”.

A: Mientras I sigue repartiendo, Les pregunta a los niños ¿Qué fue lo que aprendimos entre todos hoy? ¿Qué es la probabilidad?

Algunos niños responden que es la suerte otros que es el azar.

De esta manera se da por finalizo el encuentro.

Registro participante B, grupo 3

Registro Diferido:

El actual registro es una transcripción del audio (de una duración de 50 min. 25 segundos) original de la práctica realizada el día viernes 07/09/2016, en el salón de reuniones del Hotel Colon. En dicha oportunidad se invitó a un grupo de niños de entre 8 y 12 años a participar de un juego de probabilidad.

Como el grupo se excedió en número, eran 20 chicos, les pedimos que se ubicaran en parejas, algunos sentados en el piso de la sala. N les repartió las grillas para comenzar el juego y yo les repartí las fichas confeccionadas con cartulina, seis de color rojo y seis de verde. Para iniciar el encuentro no pudimos contar con I, quien se retrazó por su viaje y llegó algunos minutos después. Habíamos hecho una distribución de roles, I iniciaba las explicaciones del juego, e indagaba nociones previas, A hacía el cierre de la actividad. N asistíamos por cualquier consulta. Todo esto atendiendo a lo expresado por la profesora Valeria, en la video conferencia anterior a la actividad. Nos había expresado la necesidad de que las personas del grupo que tenían perfil bajo, participaran más activamente. Y teniendo en cuenta la corrección hecha por escrito a nuestro grupo, hicimos esa distribución de roles. Yo era la encargada de hacer un registro de audio y un fallido fílmico.

Si bien habíamos distribuido los roles, intervenimos un poco todas.

Transcripción del audio:

(N): -Ponen la ficha roja o verde porque no les va a entrar la ficha en el espacio que tienen, va a entrar pero les va a quedar un poco incómodo. Así que bueno, nos salió par, ¿qué ponemos?-

A: -Las rojas son pares y las verdes impares.

N: Donde dice dado 1: 4 donde dice dado 2:4, la suma da…-

Niños: 8

A: -Ficha Roja- par

N: pónganse en pareja con quien quieran.

B: por supuesto que gana el juego el primero que se queda sin fichas, para jugar.

Se van organizando…

A controla que se hayan agrupado por parejas.

Uno de los niños quedó sin pareja así que, sugiero que se junten dos niños sin pareja.

Una niña le pregunta a N de qué manera se distribuyen las fichas, a lo que responde, como uds. quieran.

W: un dato importante, chicos, para poder jugar. Es que si el dado que ya salió, se quedaron sin fichas. Todas las fichas rojas, por ejemplo. Si yo me quedo sin fichas rojas por ejemplo, pierdo mi turno y sigue el compañero. Se recorren los grupos para ver cómo se desarrolla el juego y ver si se presentan dificultades.

A: - chicos, me escuchan esta fichita (se las muestra) es para cada uno, acá anoto yo y acá, mi compañero. ¿Si?

N:- ¿a quién le falta, a alguien le falta dado?-

Se las tres recorremos los grupos viendo el desarrollo del juego.

B: Si no tenes fichas terminó el juego. Quien ganó.

N: ¿Alguno tiene alguna duda? ¿Chicos, les puedo contar algo? Si a uds. les toca impar y no tienen la fichita verde pasa el turno al compañero. El primero que se queda sin fichas gana. El objetivo del juego es ver quién se queda antes sin fichas.

N: Chicos les hago una pregunta ¿todos saben lo que es un número par y un número impar?

Los niños ensayan explicaciones, varios de ellos a la vez.

A: él va a explicar que es un número par, a ver lo escuchamos.

B: chicos ¿lo podemos escuchar?

A: ¿Por qué un número es par o impar? ¡Fuerte!.

Niño: El número par se junta de a dos y el 5 no tiene compañero

A: No tiene compañeeeero!

N: ¿Él ganó? ¿Por qué?

N: ¿chicos terminaron todos?

A: A ver chicos silencio.

I: bueno los que ya terminaron… ¿Allá terminaron? Bueno me presento soy compañera de las chicas y vengo un poquito atrasada por la ruta. Eh lo que vamos a compartir ya todos lo jugaron o la mayoría ya jugó.

N: chicos hagan un poco de silencio.

I: ahora me gustaría que charlemos un poquito y nos cuenten como jugaron.

¿Ustedes como jugaron chicas?

Chicas: jugamos con las fichas, seis y seis todas mezcladas.

I: chicos escuchamos al compañero porque así no podemos.

N: chicos hacemos silencio. Escuchamos todos y podemos encontrarle un sentido al juego. ¿Si?

Otro grupo: tres rojas y tres verdes.

Otro: cuatro rojas y dos verdes

N: ¿y quién ganó y como ganaste? ¿Cómo decidieron que ganó el? Porque el juego era la misma cantidad de fichas y el que se quedaba si fichas ganaba. ¿Cómo hicieron para saber quién ganaba?

Niño: porque nos repartimos.

N: ¡ah porque se las repartieron!

B: ¿y tenían la misma cantidad de fichas los dos? ¿No las contaron?

N: ¿Cómo registraron los dados que fueron saliendo?

Los niños explican

B: repite… Los resultados de la suma

I: ¿y ustedes chicas como hicieron?

Chicas….

I: Ah repartieron las fichas en partes iguales. ¿Y quién ganó? ¿Quién resultó ganadora? ¿Se acuerdan cuantos tiros hicieron para que una salga ganadora?

Chicas: yo tiré siete veces y ella igual.

I: siete igual, pero resultó ganadora. Que fichas usaron primero, verdes o rojas.

Se van juntando los registros de juego.

I: vos me estabas hablando hace rato ¿qué me querías decir? ¿Te acordas que me estabas diciendo? ¿Para vos el que empieza el juego, gana? ¿Escucharon chicos? Empezó el juego y ganó. A ver. Empezaste el juego y ganaste el juego. Dos veces. ¿A alguien más le pasó lo mismo?

B: Empezaste el juego y ganaste

I: vos también empezaste el juego y terminaste siendo ganador también.

N: ¿Chicos y alguno jugo más de una vez? ¿Cuatro veces jugaron? ¿Y las cuatro veces jugaron igual? ¿O jugaron de forma diferente, el juego?

Chicos: Igual

N: ¿Se repartieron igual las fichas? ¿Alguno pensó de qué manera podrían haber repartido las fichas o como deberían haber jugado, para aumentar la probabilidad de ganar?

B: ¿Para tener más ventaja en el juego?

Chicos: poniendo más dados

B: ¿Y vos Tobías? ¿Poniendo más dados?

A: ¿Cómo poniendo más dados? ¡Ah, poniendo más cantidad de dados!

N: ¿y que salieron, más pares o más impares?

Chicos: Más impares

N: ¿Más impares? ¿Y eso es siempre así? ¿O es de casualidad de salieron más impares que pares? ¿Es casualidad? ¿Podrían haber salido más pares que impares?

Chicos: si

N: ¿por qué? A alguien se le ocurre. ¿Lo mismo? ¿Tienen la misma probabilidad se salir?

Niña: al azar, uno no sabe qué va a salir.

N: pero si hay más pares, podemos pensar que van a salir más pares entonces me quedo con las fichas rojas y gano. O no.

B: pero hay más pares o igual. Bueno entonces ¿hay alguna manera de que podamos saber?

I: pueden imaginar otra forma de ganar

A: ¿De ganarle al compañero?

I: Él dice que jugando primero le gana al compañero ¿será así o no? Acá otro grupo dice que no, ella empezó y ganó su compañera, entonces…

Lo que dijo acá el compañero ya no es tan creíble. O sea el empezó el juego pero…

A: Acá pasó lo mismo.

B: ¿A ustedes se les ocurre alguna forma de poder ganar el juego? Poner más dados, poner más fichas…

Chico: menos fichas

B: O sea que el que tiene menos fichas tiene más posibilidades de ganar. ¿Si?

Entonces, él dice que la probabilidad de ganar está en poner menos cantidad de fichas. ¿Quién está de acuerdo?

I: Las chicas no están de acuerdo, a ver. ¿No están de acuerdo? A ver y tienen alguna otra…

B: Que les hace pensar que poniendo menos fichas no van a ganar, que Tobías no tiene posibilidades de ganar con menos fichas. ¿Están de acuerdo en que sí, hay menos posibilidades a menos fichas? ¿Entonces las probabilidades de que dependen, para ustedes?

Niña: de la suerte

B: ¿Y la suerte de que depende? ¿Qué es la suerte? Lo habíamos dicho al principio. Con que está relacionada la suerte…

Niño: con el azar

B: con el azar. Y el azar con qué está relacionado. Está relacionado con otra palabra igual…

Niños hablan varios muy bajo…

B: entonces la probabilidad, estudia...Es una rama de la matemática que estudia…los sucesos, ¿si? Un suceso o un hecho, puede ser posible o no, o tal vez imposible. ¿Están de acuerdo?

Niños: siiii

N: ¿Saben cómo se llama en la probabilidad los juegos, así como los estamos haciendo? Se llaman experimentos, con otro nombrecito más. Se llaman experimentos aleatorios. ¿Por qué? Alguien sabe ¿Por qué?, se les ocurre ¿por qué? Alguien sabe que es un experimento aleatorio. El azar, claro. Podemos imaginarnos los resultados, pero nunca vamos a saber, hasta que lo hagamos, cuáles van a ser los resultados reales. ¿No? Vieron cuando queremos jugar un juego y tiramos la moneda para ver si nos sale, el número o el dibujo de la moneda. La tiramos para arriba, y uno elige, yo quiero ser cara y el otro dice, yo quiero ser el número, se llama…cara o ceca, claro. Entonces cuando tiramos la moneda ara arriba. ¿Sabemos si va a salir cara o ceca?

Niña: no

N: bueno eso es un experimento aleatorio.

I: es lo mismo que el dado. Si tiramos un dado no sabemos qué va a salir. Puedo llegar a adivinar, pero no sabemos con certeza que va a salir, no sabemos qué número va a salir.

N: ¿Ustedes sabían quién podía llegar a ganar el juego? ¿Alguien se imaginó, alguien pensó eso?

Niña: yo

N: ¿Vos pensaste? ¿Y qué pensaste? Lo presentiste o sabias como hacerlo?

A: Claro ustedes se repartieron tres fichas verdes y tres fichas rojas.

N: ¿Cómo sabías que ibas a ganar vos? Ah eso porque tenías mucha fe en vos pero no tenías forma de saberlo. Bueno los resultados de esto que hicimos, por ejemplo saber si va a ganar uno o saber si va a ganar otro, se llaman sucesos. Nosotros podemos ver si un suceso es posible, imposible o si un suceso es seguro que va a pasar.

A: si yo tengo un dado de seis caras, ¿si? Y quiero que salga un veinte… ¿Voy a poder?

Niños: Noooo

B: ese suceso que es…

Niños: imposible… porque no puede…seis más seis es doce.

I: un solo dadito trae seis, entones es imposible tirar el dado y que nos salga un número…

A: ¿y si quiero que salga un tres?

B: ahora yo quiero hacerle una pregunta. Nosotros jugamos, anotamos un montón de veces, todos los números que nos salieron en los dados. ¿Si? Tiramos muchas veces los dados. ¿Para qué lo hicimos, para qué anotamos todo eso? Aparte de, para ganar.

Niño: para llevar la cuenta

B: para llevar la cuenta. Y cuál es el sentido de llevar la cuenta de todas las veces que tiramos los dados. ¿Tiene algún sentido anotar la cantidad de veces que tiramos los dados?

Niña: para terminar el juego. Cuantas veces tiramos para terminarlo

B: bueno ese registro de todas las veces que tiramos los dados. La probabilidad se hace de esa misma manera. Por eso estudiamos la probabilidad, para ver cuántas veces se repite un suceso. El suceso de tirar el dado, mucha cantidad de veces con un fin, por ejemplo que salga un número par, lo vamos a hacer tantas veces como queramos. Y eso en probabilidad se llama muestra, si, espacio muestral. Para que hacemos eso, para ver si podemos llegar a determinar la cantidad de veces que ese suceso se está repitiendo. ¿Esto lo vieron en la escuela? ¿Escucharon esto en la escuela?

Chicos: no,no

A: a que grado vas (a la niña que participa). ¡A sexto!

Niñas: si escuchamos hablar, no en la escuela.

A: espacio muestral, ¿habían escuchado esa palabra? Bueno

B: bueno les agradecemos que hayan venido a nuestra prueba y ahora I les va a entregar unas golosinas.

Observaciones: se da por terminada la jornada recreativa teniendo en cuenta el desgaste y el cansancio de los niños presente.

Registro participante I, grupo 3

OBSERVACIÓN N°: 1

HORA DE INICIO: 17:30hs. HORA TÉRMINO: 18:30hs.

FECHA: 07/10/2016

TEMA: “Dado de la suerte”

OBSERVADOR: I

COMENTARIOS DEL OBSERVADOR: Este registro da cuenta de la experiencia que tuvimos con mis compañeras en el Hotel Colón de la localidad de Puerto San Julián. En el lugar se citaron niños de diferentes edades entre 6 a 9 años, haciendo un total de 20 participantes entre nenas y varones, a los cuales con anticipación se les comento el juego a realizar y el lugar.

En ese momento al llegar todos los niños, se da comienzo a la actividad donde A en conjunto con N explicitan detalladamente el juego y los recursos a utilizar, las reglas del mismo. Seguidamente B solicita que se agrupen en pareja donde se les da la opción de elegir el orden y color de las grillas, al ponerse en marcha el juego se mostraron todos motivados y participativos, al observarlos se escuchaban muchas risas cuando alguno perdía o tiraba mal los dados, en el caso de los que contaban con los dados tradicionales. Y con respecto al resto que tenía en su posesión un celular o Tablet con la aplicación, se los veía mucho más entusiasmados, esperando ansiosos a su turno.

El juego concluye a los 15 o 20 minutos cuando algunos grupos ya comenzaban a jugar por segunda vez, se procede a realizar un cierre donde I, comienza a indagar al grupo de niñas más grandes:

I: <<a ver las chicas del fondo ¿De qué manera realizaron el juego, como distribuyeron la fichas?, nos quieren contar>>

Niña: <<separamos a ella 3 fichas rojas y 3 verdes y yo también 3 verdes y 3 rojas>>

I: <<y allá el otro grupo de chicas, a ver nos cuentan>>

A: “¿ustedes chicas cómo las distribuyeron?”

Niña: “pusimos las fichas rojas como impares y las verdes como pares”.

Niña: “las pusimos a las fichas en la tabla y cada vez que jugaba una, sacábamos de la tabla la ficha correspondiente…”

B: <<¡Bien chicas!>> …

N: <<y quién gano>>

N: … <<era repartirse las fichas, y el que se quedaba sin fichas ganaba. Como hicieron para saber quién ganaba y quien perdía>>

Luego se continúa indagando a los niños acercándolos a los diferentes conceptos propuestos para trabajar con dicha actividad, como Probabilidad, azar, sucesos aleatorios, posibles, imposibles y espacio muestral. En ese momento B comienza acercarlos a dicho conocimiento con diferentes preguntas:

B: <<acá dice Tobías que poniendo menos fichas hay más posibilidades de ganar>>… ¿Quién no está de acuerdo?...

B: <<los que no están de acuerdo, que les hace pensar que con menos fichas tiene menos probabilidad de ganar>>

Niño: “porque hay menos posibilidades con menos fichas”.

B:... <<entonces las probabilidades de que dependen>>

Niño: <<de la suerte>>

B: <<con que está relacionada la suerte>>

Niña: <<Con el azar>>

B: <<entonces la probabilidad es una rama de la matemática que estudia los sucesos que pueden ser posibles o imposibles también>>…

Luego se continúa con el resto de los conceptos, intentando contribuir a que cada niño se lleve una noción o acercamiento de los conceptos propuestos a través de la experiencia con el juego de dados, como así también que ellos mismos puedan darse cuenta y reconocer diferentes situaciones de la vida cotidiana donde se hagan presentes dichos conceptos trabajados.

Acercándonos a la hora 18:30 de la tarde se da por finalizada la experiencia, agradeciendo todas las practicantes a los niños por haber asistido y participado de forma muy amable al lugar. Se le entrega golosinas a cada niño en forma de gratitud.

Registro participante N, grupo 3

ACTIVIDAD INNOVADORA “EL DADO DE LA SUERTE”

Observación nº: 1 Hora de inicio: 17:35 aprox.

Fecha: Viernes 07 de Octubre Hora término: 18:50 aprox.

Lugar de observación: Sala de conferencias Residencia Universitaria Hotel Colón

Tema: Probabilidad

Observador: N

Comentarios del observador:

Inicio

Al llegar a la sala de Conferencias de la Residencia Universitaria Antiguo Hotel Colón, lugar donde se implementó la actividad, saludé a algunos de los chicos que ya habían llegado diciendo “Buenas tardes”. Comencé a dejar mis cosas y dejar a mano los materiales para la actividad, mientras llegaban más chicos. Estábamos encargadas de la actividad A, B y yo, esperando también que llegara nuestra compañera I.

A comenzó a comentarles a los niños que estábamos esperando que vengan algunas personas más así comenzábamos la actividad. Luego comenzaron a llegar los restantes, algunos chicos habían venido con amiguitos y en lugar de 15 niños como esperábamos, terminaron siendo 20 en total. Por lo que fui a ver si conseguía más sillas.

En ese momento de la reunión estuve ausente por lo que reingresé a la sala sin saber si A y B habían explicado algo a los niños de por qué estábamos allí. Ante la falta de las mismas les sugerimos a los niños si no les molestaba sentarse en el suelo, a lo cual estuvieron de acuerdo un grupo de niñas y se sentaron en ronda junto a la mesa de la sala.

Comenzamos a repartir celulares y tablets, y dados con cubiletes. Les pregunté qué les habían contado mis compañeras, y continué explicando cómo sería la actividad.

Al repartirles los celulares no explicamos para qué eran, ni al empezar el juego. Los niños fueron tomando los elementos y algunos dedujeron para qué utilizarlos, ya que se los dimos desbloqueados y con el programa 3D Dice abierto.

Les preguntamos sobre sus conocimientos de probabilidad, si los habían visto en la escuela, o si alguna vez habían escuchado esa palabra. Una alumna contestó que la había escuchado de sus papas, cuando ella estaba haciendo la tarea de matemáticas, sus papas le decían “hay probabilidad de que una vaca tenga un bebe, hay probabilidad de que una vaca tenga dos bebes”.

En este momento aprovechamos para introducir e indagar algunas nociones de los niños, relacionadas con la suerte, el azar y la probabilidad. Tratábamos de dar ejemplos de la vida cotidiana, de situaciones que dependen del azar y situaciones que podemos determinar que va a pasar, para que los niños puedan significar los términos que les íbamos diciendo. Así llegamos a desarrollar que la probabilidad era una disciplina, un área de estudio que se encargaba de reflexionar sobre los fenómenos que no se podían saber sus resultados, introduciendo el concepto de sucesos posibles, imposibles y seguros, como resultado de un experimento aleatorio.

Comenzó B explicando el juego, pero luego A y yo, también realizamos algunas intervenciones, sobre cómo realizar el registro, a que color respondía resultado para o impar. Culminó B comentando quién gana el juego.

Comenzamos a organizar los grupos, colaborando con los que se habían quedado sin pareja para que todos puedan participar.

Desarrollo

Repartimos los registros y dados para que jueguen, y comenzaron a jugar.

Cada una comenzó a recorrer los grupos e interaccionar con los niños. Algunos preguntaban sobre cómo realizar el registro, sobre cómo repartir las fichas, otros no preguntaban, sino que lo hacían como a ellos les parecía. Algunas de estas cosas, no las habíamos explicado, con la intención de que ellos tomaran las decisiones, pero otras, no realizamos una clara explicación o directamente no lo explicamos. Como iban surgiendo dudas, íbamos interviniendo ante todo el grupo explicando lo que había faltado en la introducción del juego.

Mientras íbamos recorriendo los grupitos iban surgiendo dudas por parte de los alumnos, las cuales íbamos tratando de aclarar. Cuando llegó I, estaban los niños jugando ya en parejas y nosotras en cada grupo ayudando a resolver la actividad.

Con respecto a la ficha del registro, tuvimos una confusión entre nosotras, que generó confusión en los niños, algunas interpretamos que cada jugador tenía que tener registro, así como habíamos realizado el juego nosotras mismas y otras, interpretamos que era un registro por grupo. Por lo que hubo que aclarar, dado que algunos niños estaban realizando el registro de otra manera, influyendo en el desarrollo del juego: Al tener, en la ficha de registro, una columna para anotar los resultados pares y otra columna para los impares, unos niños habían ido anotando sólo los resultados pares que le salían mientras que el otro anotaba sólo los impares que le salían.

Otro grupo, no sabía distinguir un número par de un número impar, por lo que tuvimos que explicarlo y nos dimos cuenta que varios eran los niños que todavía no sabían distinguir tal cosa.

Otra situación que surgió en un grupo, es que los niños buscaban que los dos números que salieran en los dados fueran pares, para anotarlas en la columna de los pares, y los dos números que salieran fueran impares para anotarlas en las columnas de los impares, por lo que cualquier otra combinación que surgiera, la tomaban como inválida y volvían a tirar los dados.

Luego surgieron dudas de qué pasaba cuando a uno le tocaba impar y ya no tenía fichas verdes, por lo que les explicamos que cuando le tocaba un resultado para el cual no tenía fichas, perdía el turno. Esto lo tuvimos que aclarar dos veces, una A y otra yo, dado que algunos niños no habían terminado de comprender.

Cuando alguna quería aclarar o expresarse, pedíamos silencio así nos escuchábamos todos y podíamos comprender un poco más. Intentábamos que la reflexiones surgieran a partir de los mismos niños. Por ejemplo, al surgir la dificultad de que algunos no sabían lo que era un número par, preguntamos y un niño se animó a explicar. Al ser la explicación en el lenguaje de un niño, hubo una mayor comprensión por parte de los demás, tratando nosotras, como guías de la actividad, de ir validando la explicación, sumando aportes a lo que el niño decía.

Cierre

Luego de un tiempo aproximado en el que vimos que ya casi todos los grupos habían logrado jugar una o dos veces el juego. Comenzamos a preguntar a cada grupo si ya habían terminado de jugar, y esperamos que todos estén listos así realizábamos una reflexión sobre la actividad.

I, saludó a todos los chicos en general, comentándoles que había llegado hace un ratito de Pico Truncado y había tenido la oportunidad de saludar sólo a algunos de los niños. Luego de presentarse como compañera nuestra, comenzó a preguntar a cada grupo cómo habían desarrollado el juego, qué decisiones habían tomado al repartir las fichas y quién había ganado. Surgieron todo tipo de modalidades:

En total, todos tenían 6 fichas de cada color. Así habíamos definido repartir a cada pareja. Entonces, de estas 6, cada uno decidió su manera de repartir.

Algunos grupos se habían dividido las fichas de manera igual, mitad verdes y mitad rojas. Otros, se habían repartido la misma cantidad de fichas, pero algunos tenían más rojas que verdes y el otro más verdes que rojas. Otro grupo había dejado las fichas en un montoncito e iban tomando de ese montón, por lo que no tenían una cantidad de fichas para cada uno. Sino un montón en común.

Algunos se repartieron las fichas de igual manera y otros no contaron la cantidad, por lo que uno tenía más que el otro.

Luego I indagó sobre la cantidad de veces que habían tirado los dados y qué color de fichas se les había terminado primero.

Yo empecé a consultar a los niños si habían jugado más de una vez y a los que respondieron que si, les pregunté si habían cambiado de modalidad o si habían jugado de la misma manera que la primera vez y me contestaron que si. Por lo que pregunté si había alguna diferencia y me dijeron que había ganado todas las veces la misma niña. Pregunté si alguno se había podido imaginar de qué manera aumentar la probabilidad de ganar, de qué manera sacar ventaja en el juego. Y algunos niños respondieron que se podía sumando más cantidad de dados.

Pregunté si habían podido contar cuantas veces había salido par y cuentas veces había salido impar, si era igual o diferente la cantidad. Me dijeron “más pares”. Les pregunté si era casualidad o si uno tenía más probabilidad que el otro, si era posible saber qué iba salir más y me contestó una niña que uno no sabe qué resultado va a salir, y que había igual cantidad de pares que impares, por lo que todos tenían la misma probabilidad de ganar.

Algunos niños sostenían que el que empezaba primero era el que ganaba. Por lo que otros grupos comenzaron a contar que habían empezado primero pero no habían ganado, por lo que el niño comprendió que lo que sostenía, no era seguro siempre.

Un niño contestó que la manera de ganar era teniendo menos fichas que el otro, disminuyendo la probabilidad de ganar al otro compañero. Algunos no estuvieron de acuerdo, diciendo que la probabilidad dependía de la suerte, no de la cantidad de fichas. B, pregunta si recordaban qué era la suerte, algo que habíamos comentado en la introducción de la actividad, y le contestaron que era el azar. Así comenzaron a recordar los términos que habíamos conversado, algo que B aprovechó para conceptualizar los términos nombrados expresando “la probabilidad es una rama de la matemática que estudia los sucesos, un suceso o un hecho puede ser posible o no, o tal vez imposible… están de acuerdo?”…. “siiii” contestaron los niños.

Entonces, intervine contando que este juego que habíamos hecho en probabilidad, se denomina Experimento y que al no saber qué puede ocurrir se llama aleatorio, por lo que pregunté si alguien sabía qué significaba y me contestaron que era el azar. En ese momento, relacionamos las expresiones con el juego de la moneda de dos caras y los dados.

Pregunté si alguien sabía que iba a ganar el juego y me dijeron que sí, pero que lo habían presentido, que no tenían posibilidad de saber.

De esta manera fuimos conversando con los chicos sobre qué número podían salir al tirar los dados, si era posible que salgan o si era imposible, o seguro que iba a salir.

Entonces, para dar un cierre, B comenzó a indagar de si alguien sabía por qué habíamos anotado todos esos datos al tirar los dados, para qué nos servía. Los niños contestaron que era para llevar la cuenta , y que el sentido era poder determinar si era posible volver a ganar viendo cuantas veces se repetía un suceso.

Al preguntarles, los niños transmitían que nunca habían visto este tema en la escuela, sólo habían escuchado la palabra probabilidad en situaciones cotidianas.

Luego de toda esta reflexión, les agradecimos que hayan asistido a la actividad, y les repartimos algunas golosinas. Mientras A les preguntó si podían contarles qué habían aprendido sobre la probabilidad, el azar y los sucesos. Luego los chicos se retiraron.

Registro participante R, grupo 4

Observación N°: 1

Fecha: 01/10/2016. Hora de inicio: 15:15hs. Hora de término: 16 hs.

Lugar de observación: Escuela Bíblica Iglesia Evangélica Pentecostal y Misionera.

Tema: Implementación actividad innovadora “Las bolitas del azar”.

Observador: R

Comentarios: Iniciamos saludando a los niños y encargados de la escuela bíblica. Ubicamos a los niños en ronda. Comenzamos con la actividad explicando en qué consistía la misma. Los niños debían ir sacando una bolita de color turnándose. En la lata había la misma cantidad de bolitas como lo había de niños, y se correspondían con el mismo color cada una.

Los niños fueron sacando las bolitas, el ganador en este caso fue el color azul.

Volvimos a jugar preguntando a los niños quien pensaban que ganaría, algunos decían el azul nuevamente, otros decían su propio color.

Les explicamos que existía la posibilidad de que ganara el mismo y a su vez la posibilidad de que ganara otro color, que no siempre se daba el hecho de que salga o gane el mismo color teniendo la misma cantidad de bolitas, número de participantes y colores.

Sobre la marcha debimos realizar un cambio en el juego, asignando la decisión de elegir quien salía primero de la ronda, ya que no nos percatamos antes de que teniendo dos colores iguales habría que tomar una decisión de quien saldría primero.

En la siguiente ronda numeramos los distintivos y las bolitas para que no tengan que ser los niños los que decidan quien abandonar el juego. En este caso ganó el azul.

En la segunda ronda quedaba el azul en la final junto con dos colores violetas. Preguntamos quien creían que tenía más posibilidades de ganar y contestaron que el violeta porque había más de ese color. Finalmente volvió a ganar el azul.

Decidimos jugar una vez más para observar que sucedía, los niños se cambian de ubicación y comenzamos a jugar, nuevamente quedan en la final un color azul y dos violetas. Ganó el violeta.

Al finalizar completamos la tabla que contenía los siguientes datos: colores de bolitas, cantidad, casos favorables y probabilidad, (que este último no completamos).

Los niños nos preguntaron que era el azar cuando nosotras lo mencionamos, y lo explicamos entre las dos , intentando relacionarlo también con situaciones cotidianas para que lo puedan interpretar. Algo con lo que no contábamos fue la gran diferencia de edades entre los niños, para lo cual tratamos de adaptar la actividad .

Registro participante W, grupo 4

Observación N°: 1

Fecha: 01/10/2016. Hora de inicio: 15:15hs. Hora de término: 16 hs.

Lugar de observación: Escuela Bíblica Iglesia Evangélica Pentecostal y Misionera.

Tema: Implementación actividad innovadora “Las bolitas del azar”.

Observador: W

COMENTARIOS DEL OBSERVADOR

Ingresamos con mi compañera R al establecimiento ubicado en San Martin 1466 a las 14:50 para presentarnos y conversar con las maestras de la escuela bíblica.

Luego, mientras comenzábamos a acomodar los materiales para poder realizar la actividad, llega nuestra maestra del área de Matemáticas García, Valeria Lourdes. Nos saludamos y proseguimos con la culminación de los últimos detalles para poder comenzar con la actividad innovadora.

/Los niños primeramente se reúnen con las maestras para comenzar con su día de escuela bíblica; luego, oran y finalmente vienen –por pedido nuestro- al sector en donde nos encontrábamos/.

Los saludamos, nos presentamos y les explicamos el motivo de nuestra presencia. Les comentamos que realizaremos una actividad que consiste en la realización de un juego y que una vez finalizado, haríamos una puesta en común.

(Ese día en cuestión, si bien la cantidad de niños era de 28, solamente asistieron 9 de los cuales dos eran de preescolar y otros dos llegaron más tarde. Algunos faltaron por enfermedad, otros por viaje y otros –luego nos mencionaron las maestras- que llegaban después de las 16:00)

(La cantidad presente no nos detuvo en la realización del juego; les mostramos los materiales del juego que serían los siguientes:

- Un recipiente de telgopor.
- Pelotitas de telgopor de colores (verde, violeta, azul, celeste, amarillo, naranja).
- Distintivos de diferentes formas y colores.

Luego le repartimos a cada uno unos distintivos para la conformación de los grupos. Una vez finalizada esta tarea los grupos quedaron distribuidos de la siguiente manera:

- Grupo verde: 1 integrante.
- Grupo celeste: 1 integrante.
- Grupo violeta: 2 integrantes
- Grupo azul: 2 integrantes
- Grupo amarillo: 1 integrante.

Luego se incorporaron dos niños más:

- Grupo naranja: 2 integrantes.

/Algunos niños estaban inquietos, otros hablaban con sus compañeros, otros simplemente se quedaron callados/

Antes de comenzar se les hace algunas preguntas a los niños como por ejemplo:

- ¿Cuántos grupos se formaron?
- ¿Cuántos integrantes tiene cada grupo?
- ¿creen que todos los equipos se encuentran en igualdad de condiciones para ganar? ¿Por qué?
- ¿Qué color creen que saldrá primero?
- ¿Qué color creen que ganará?

Luego de escuchar todas las respuestas brindadas por los niños se prosigue con la realización del juego. Se les pide a los 7 niños presentes que formen un semicírculo y yo me acerco a ellos para que –sin mirar- saquen una pelotita y, según el color tomado, un niño debía salir del semicírculo y así sucesivamente se repetía el mismo procedimiento hasta que solamente quede uno. Mientras tanto, mi compañera tomaba notas con el orden de salida de las pelotitas de colores.

Mientras comenzábamos a jugar, llegan dos niños al establecimiento por lo que los incorporamos y proseguimos.

En esta oportunidad se nos presentó una dificultad: aquellos grupos conformados por más de un integrante tenían el conflicto sobre quién debía salir primero en el caso de que su color saliera del recipiente, por lo tanto, se resolvió ponerle números a las pelotitas en cuestión y también a los distintivos.

Al concluir la primera ronda del juego. Se les preguntó si recordaban cuál era el color de la primera pelotita sacada –pelotita violeta n°1- y cual ganó al final- pelota azul n°2- ; también si acertaron en las respuestas dadas a las preguntas realizadas al comienzo de la actividad.

Decide repetir el juego dos veces más donde tenían que contestar nuevamente a las mismas preguntas realizadas en la primera ronda más una extra que era: sabiendo el que color azul fue el ganador en la ronda anterior ¿creen que ganará nuevamente?

En la segunda ronda del juego, siguiendo la misma metodología resulta ganador nuevamente la pelotita azul n°2.

/el niño ganador saltaba, corría por el lugar, festeja su segunda victoria consecutiva/ (considero que estaba feliz)

Finalmente en la última ronda del juego, decidimos realizar un pequeño cambio; cambiamos el orden de los niños para que saquen las bolitas de colores. Esta vez, el color violeta n°1 gana la ronda.

Al final le pedimos que nos presten atención para que podamos explicarles el porqué de estos resultados y que si bien, unos tenían más probabilidades de ganar que otros debido a la cantidad de bolitas en el recipiente no implica necesariamente que fueran a ganar porque estos son experimentos aleatorios y no deterministas, que dependen del azar.

Les explicamos que "un experimento aleatorio es cuando teniendo los mismos elementos en igualdad de condiciones nos puede dar diferentes resultados". También para que quede más claro lo explicamos con el juego que realizamos (las pelotitas eran iguales en tamaño y textura, el recipiente era el mismo para todos, etc.)

Ya para concluir con la actividad del día completamos todos juntos un cuadro probabilístico con los grupos participantes, los casos favorables y la probabilidad, recordándoles que el azar juega una parte muy importante en estos tipos de experimentos aleatorios. También que siempre está en la vida cotidiana y que pueden aplicarlo a su vida propia en casos de que quieran saber por ejemplo quién tiene mayor probabilidad de ganar en un partido de fútbol o al jugar a las cartas, etc.

Les agradecimos a los chicos por participar, a las maestras de la escuela bíblica por brindarnos de su tiempo y al establecimiento por brindarnos de su espacio. Le comentamos a los chicos que la señorita Valeria vino a evaluarnos –quedando sorprendidos- y luego nos despedimos todos y nos retiramos del lugar.

Tarea 6: Análisis Didáctico de la implementación de la actividad innovadora

Producción del grupo 1, participantes C, G y L

En relación al eje "contrastación entre resultado esperado/probable y resultado experimentado en el juego": sucesos posibles, imposibles y seguros.

Preguntas orientadoras del Análisis didáctico:

¿Cómo actuar ante la dificultad de identificación de los números pares e impares?

En un principio, indagar las ideas previas que los niños y niñas tienen acerca de la noción de números pares e impares; acordar criterio conceptual sobre par e impar para todos los grupos en general. En caso de que surgieran nuevas dudas o interrogantes al interior de un grupo, se las trabaja de acuerdo a sus edades, ya que cada grupo está conformado de manera heterogénea, internamente.

El criterio a utilizar sería el de divisibilidad por dos, que el número sea múltiplo de 2 y termine en cifra par, que el resto de la división por 2 sea 0 para ser par, y si es 1 es impar.

En palabras de Broitman, haría falta explorar variedad y cantidad de situaciones con números pares e impares, en este caso en particular, para abordar sistemáticamente la representación simbólica de los mismos; ya que si se los presenta de forma prematura, algunos niños no comprenden porque no es significativo para ellos. La resolución de problemas y situaciones contextuadas debe ser previa a la enseñanza de representaciones simbólicas.

¿Es necesario que "todos" los integrantes del grupo expliquen por qué un número es par o impar?

Se considera necesario que todos los jugadores conozcan y estén de acuerdo sobre los números pares e impares, para lograr cierta equidad en el desarrollo del juego, ya que son grupos heterogéneos en cuanto a edades, y la finalidad es dar lugar a la participación de todos los integrantes.

En este sentido, se relaciona con el problema como recurso de aprendizaje, dentro del modelo apropiativo; la resolución de problemas como fuente, lugar y criterio de la elaboración del saber; durante el momento de formulación y validación, donde se deban confrontar y poner a prueba los procedimientos realizados por cada niño para arribar a los distintos resultados. Esto se da en la interacción entre pares y con el orientador de la actividad.

¿Cómo se recupera el trabajo con el contenido propuesto "probabilidad"?

En el momento del Cierre de la actividad, teniendo en cuenta los resultados obtenidos para una futura puesta en práctica del mismo juego; ya que al ser la primera implementación del mismo, se deberá considerar ciertas modificaciones para optimizar el recurso. No obstante se considera que el nivel de aprendizaje de los niños, en el año lectivo 2016, es desigual, en la mayoría de los casos debido a la medida de paro docente, esto ha retrasado el abordaje de los contenidos en las escuelas.

Por otra parte, se tiene en cuenta que la probabilidad puede ser aplicada a la realidad de forma directa; a través de metodología heurística y activa como experimentos reales; en este caso en particular, con un juego de dados. Los niños y niñas que participaron en la actividad, en su mayoría se encuentran en el estadío de Operaciones concretas, y unos pocos niños en el estadío de Operaciones formales. Según Batanero y Godino, en el estadío de operaciones concretas los niños pueden distinguir entre el azar y lo deducible desde el trabajo con material concreto, en el estadío que continúa pueden realizar una síntesis entre el azar y lo deducible mediante el trabajo con experimentos diferentes de iguales probabilidades.

Por lo detallado hasta aquí, se considera que para el Cierre de la actividad implementada sólo se arribó a los conceptos de fenómeno aleatorio, suceso posible y suceso imposible.

¿Cómo orientamos la participación de los niños sin corrernos de nuestro objetivo?

La intervención de quien implementa la actividad sirve para orientar y organizar la participación de los niños, para que puedan volver sobre sus acciones y producciones, describir, argumentar, comparar, reconocer y explicar la validez de sus argumentos para avanzar hacia la conceptualización de los conocimientos abordados en el desarrollo de la actividad.

En este caso, dar lugar a la participación de un niño que narraba su experiencia sobre la construcción de un dado en la escuela a la que concurre, se escucha de manera atenta su relato y se intenta relacionar, mediante interrogantes, el recurso utilizado en la actividad, un dado convencional, con el dado que él construye, y también se relaciona con los dados virtuales en una aplicación de teléfono celular. Haciendo hincapié en las características de los formatos de este recurso, digital o concreto, hecho de diferentes materiales, y sus posibles usos.

¿Cómo orientamos la actividad sin indicar o resolver la actividad por ellos mismos? (Cómo se fundamentan las decisiones tomadas por los niños durante el desarrollo de la actividad)

La forma de orientar la actividad sería poner a los niños y niñas en situación de construir un modelo probabilístico implícito, en este caso, jugando un juego de azar con dados sin llegar hasta el momento del cierre a la conceptualización de algunos términos de probabilidad, como suceso posible, suceso imposible y fenómeno aleatorio.

En situaciones donde los niños realizaban el experimento aleatorio, lanzar los dados, algunos sumaban en forma concreta con los dedos, otros de forma abstracta-mentalmente; al momento de decidir si el resultado era par o impar, interactuando entre ellos, el rol de quien orienta la actividad debería ser de reformular sus afirmaciones o negaciones a partir de interrogantes, o compartir los interrogantes con los demás niños; con el fin de validar resultados.

A modo de conclusión:

Con la implementación de esta actividad innovadora, como aporte a la formación docente, se considera que para conseguir un desarrollo óptimo en la formación del pensamiento lógico del niño se necesita que se lleve a cabo un cambio en la metodología de los procesos de enseñanza y aprendizaje en la escuela. En este sentido, se destacan las sugerencias de Cascallana, la importancia de la actividad por parte de los niños en los procesos de aprendizaje, la conveniencia de presentar el conocimiento matemático de manera global al igual que el conocimiento general de la realidad de los niños y el desarrollo de la autonomía intelectual de los niños de modo que controlen y dirijan su propia actividad.

BIBLIOGRAFÍA

- Bravo, Gladys. Entrevista a Claudia Broitman. Matemáticas en Jardín y Primer ciclo: El mundo de los números con mirada de explorador.
- Cascallana, Maria Teresa Iniciación a la matemática: Materiales y recursos didácticos. Cap. 2: Una didáctica de la matemática potenciadora de los procesos cognitivos.
- Díaz Godino, Juan; Batanero Bernabeu, Carmen y Cañizares Castellano, María Jesús Azar y Probabilidad. Ed. Caps. : 1, 2 y 3.
- Charnay, Roland en “Didáctica de Matemáticas. Aportes y reflexiones” de Parra, Cecilia y Saíz, Irma. Cap. 3: Aprender por medio de la Resolución de Problemas.
- Sierra Vázquez, Modesto y otros. Divisibilidad. Cap. 4: Enseñanza y aprendizaje de los distintos conceptos.
- Wolman, Susana y Quaranta, María Emilia en “Enseñar matemática en la escuela primaria” de Castro, Adriana y otros. Ed. Tinta Fresca. Cap. 1: Una perspectiva didáctica.

Producción del grupo 2, participantes E, K y M

Lectura global del registro.

- Propósitos de la clase

El propósito de la clase fue dejar en los niños, conceptos básicos que pertenecen a la probabilidad, como por ejemplo azar, suceso aleatorio, entre otros. Nos propusimos partir de ideas previas que ya poseían los niños, para que luego a través de la utilización de vocabulario cotidiano, puedan darles significados; pero desde el punto de vista de la probabilidad, con sucesos que nos permitan ejemplificar. El recurso didáctico utilizado es un tablero (semejante al juego de la oca) y dados.

- El tema sobre el que se trabaja

Se trabaja conceptos de probabilidad, sucesos aleatorios, sucesos probables, sucesos seguros, sucesos imposibles, el azar, y ejemplos de la vida cotidiana para lograr relacionarlo de manera más eficaz.

- La situación en la que se desarrolla

La actividad inicia invitando por la red social "Facebook" y de manera personal a niños y niñas a las instalaciones del cibereducativo, con el fin de poder desarrollar la misma.

Optamos por realizarlo en un ámbito extra escolar para que los niños no crean que tenga que ver con la escuela y no se sientan condicionados. Nuestra idea era que la actividad se desarrollará con la mayor espontaneidad posible, participación y a su vez diversión en la implementación del juego.

Una vez que los niños llegaron, se inició la presentación tanto de la actividad, como de la presencia de la profesora Valeria García.

La edad de los niños concurrentes oscilaba entre los 10 y los 12 años.

El tiempo aproximado que se tenía como margen para el desarrollo de la misma era de 2 horas, lo que fue un margen ideal ya que el juego se pudo desarrollar dos veces de manera activa y entretenida, para luego poder hacer un cierre final de manera teórica sobre los conceptos que desconocían de probabilidad y explicarlos con materiales concretos.

- La descripción de los hechos

El desarrollo de la actividad se llevo a cabo en las instalaciones del ciber educativo. La convocatoria fue realizada vía Facebook por parte de K. Mientras que M y E realizaron las invitaciones de manera personal.

Decidimos ir a buscar a sus domicilios a los niños que confirmaron su presencia, para evitar demoras o ausencias por problemas como no saber dónde queda el lugar de encuentro o por si no tenían como trasladarse hacia el mismo, entre otros.

Antes de comenzar a jugar los niños leen las referencias de los casilleros, que se encuentran al margen del tablero y también se dividen las fichas, las cuales pudimos observar que son de su agrado, ya que no solo las manipulan, sino que también automáticamente identifican las imágenes que se encuentran impresas en las mismas.

Una vez que se conforman los grupos de juego, los cuales fueron por elección de los participantes y por afinidad, E da inicio a la jornada, agradeciendo a los niños por haber aceptado participar del juego, para posteriormente presentar a sus compañeras (K y M) y a la profesora de didáctica de Matemática Valeria García. Es importante aclarar que hay dos mesas con un tablero en cada una, por lo que se conforman 2 grupos, uno de 7 participantes y otro de 6 participantes.

Comenzamos preguntando si ya habían jugado alguna vez algún juego parecido al que se les proponía, lo que los niños respondieron que sí, dando como ejemplo el juego de la Oca, al ludo y al estanciero. La mayoría de los participantes comparo a la “actividad innovadora” con el juego de la oca. También se les consulto si habían trabajado en la escuela la probabilidad o conceptos afines al tema, a lo que los niños nos respondieron que no.

Uno de los grupos estaba a cargo de M y el otro a cargo de K y E. Pero E también participaba en el grupo de M, ya que al ser dos grupos, su objetivo era colaborar con sus dos compañeras.

Ambos grupos iniciaron el juego de manera activa, entusiasmados con la propuesta.

El grupo donde estaban los niños más grandes, que era donde estaba K con E, se mostraban muy competitivos entre ellos y en el momento de que una de sus compañeras ganó, ellos decidieron seguir jugando para ver quien llegaba 2°, 3°, 4° y así hasta terminar el juego. El cual jugaron 2 veces consecutivas. En cambio en el grupo de M jugaron 2 veces consecutivas pero una vez que 1 llegaba a la meta se terminaba el juego y volvían a comenzar.

Segmentación

- Orden de la información, estableciendo secuencias significativas

Inicio de la actividad:

Lo más parecido que los niños habían jugado a la propuesta que se planteaba era el juego de la Oca.

No habían trabajado hasta el momento en la escuela, temas relacionados a la probabilidad y sus elementos.

Uno de los niños consulto que pasaba si no sabían las respuestas, lo que se le respondió es que no ocurría nada, si él no la sabia, sus compañeros también podían participar respondiendo, y que si ninguno la sabia nosotras se la explicaríamos, o en el caso que eran definiciones de conceptos se lo explicaríamos luego para que todos los niños escuchen.

Mientras E procede a explicar cómo y cuáles son las reglas del juego propuesto, M formula una pregunta al grupo de niños que tiene a su cargo: ¿Entendieron bien como se juega y cuáles son sus reglas? Para asegurarse de que hayan entendido la explicación de E, M procede a repetirla brevemente, aunque varios de los integrantes del grupo la ayudan o se adelantan a la explicación, repitiendo las reglas.

En el grupo de M, los niños comienzan a tirar el dado para determinar el orden de partida de cada uno. En este momento se observa que comienzan a tirar el dado sobre la mesa, por lo se supone pensar que pueden manipular el resultado de la tirada, ya que acomodan el dado con su cara en el Nº1 y lo lanzan verticalmente al aire prediciendo que pueda caer en el Nº6, por este motivo se les propone hacer rodar el dado en el piso, para no manipular el resultado y que el juego sea más transparente.

Varias de las posiciones de largada tuvieron que desempatar. Una vez que se resolvieron las posiciones de largada, se comenzó con el juego.

Les resulto muy entretenido a los participantes hacer rodar el dado en el piso y todos estaban atentos al resultado de su compañero por lo que repetían en voz alta el resultado que se obtenía al tirar el dado.

Asimismo los participantes colaboraban con el relleno de la planilla de “registro de tiradas”.

Una de las participantes se encargaba de controlar que sus compañeros no hagan trampa de adelantarse o de equivocarse al usar otra ficha. Estos roles no estaban definidos de antemano, simplemente surgieron naturalmente durante el inicio del juego.

En cambio en el grupo de K y E, para dar inicio al juego el turno era asignado tirando el dado, el que sacaba el número más grande comenzaba primero y así sucesivamente, el cual esto no dio resultado (en el grupo de E y K), ya que al ser 7 niños siempre algún número se repetía y nunca terminaban de desempatar, por lo que K decidió que comience tirando el niño que se encontraba a su derecha, y así dando toda la vuelta de la ronda.

Desarrollo de la actividad:

El desarrollo de la actividad (en ambos grupos) fue muy activo. Presentaban cierta ansiedad e inquietud por las preguntas que tendrían que contestar, ya que para ellos la probabilidad era un tema desconocido.

Si bien la idea inicial era evacuar las dudas al final del juego, en ambos grupos, se debió cambiar y responderlas en el mismo instante en que surgían, ya que los niños no quedaban conformes con tener la intriga hasta el final y comenzaban a tirar definiciones o conceptos probando cual podía ser, lo que entorpecía la interacción. La mejor opción fue ir evacuando dudas mientras surgían y explicándoles, de manera tal que queden satisfechos con lo que esa tarjeta quería que respondiesen o simplemente reflexionen.

Para responder las preguntas que teníamos como por ejemplo: -“Al lanzar una moneda al aire, ¿Qué crees que es más fácil obtener, cara o cruz?”, varios de los integrantes del grupo donde estaba K y E respondían desde la lógica (planteándolo en voz alta) como por ejemplo: si tiene cara o cruz cualquiera de las dos.

Uno de estos niño respondió “Cruz”, E le pregunta porque y él responde porque sí, porque a él le parecía que salía siempre más cruz.

Con respecto a las preguntas (que eran nuestros acertijos) las más difíciles fueron las que eran específicas de probabilidad como por ejemplo:

- N°5 Un hecho o suceso aleatorio de un experimento aleatorio es_______ si nunca ocurre.
- N°4 ¿Qué les parece que es la probabilidad? ¿En qué situaciones de la vida nos chocaremos con esta? Enumera algunas

En ambos desafíos (así es como los denominábamos) surgieron inconvenientes para responder, ya que por ejemplo en la N°5 no sabían que quería decir aleatorio y en la N°4 no sabían que era la probabilidad, por lo que no lo podían asociar con un hecho de la vida.

El juego se pudo realizar de manera entretenida y activa dos veces, con buena dinámica por parte de los niños.

Las preguntas que podían pensarlas para su resolución como el ejemplo el de la moneda u otros semejantes, lograban contestarlas satisfactoriamente y compartían con sus compañeros su lógica de resolución.

Durante las dos jugadas quedaron varios desafíos por responder, que fueron resueltos de manera colectiva al final de la jornada.

Cierre de la actividad:

El cierre de la actividad, se podría decir que se dio en el momento justo, no daba para otra partida, los niños ya comenzaban a dispersarse y a perder interés en el juego ya que la emoción del momento había pasado.

Para dar cierre se les pidió que prestarán atención un momento para poder finalizar con la actividad, se intento dar respuesta a los conceptos que ellos desconocían, pero por falta de capacidad para definir por ejemplo aleatorio de manera tal que ellos entendieran, les resulto más confuso.

Luego logramos responder preguntas que nos habían quedado pendiente y las que podíamos explicarlas con material concreto, entre ellas:

-Marcela guardo en el cajón dos pares de medias blancas, cuatro pares de azules y tres pares de medias negras. ¿Cuál es la probabilidad de que saque del cajón sin mirar un par de medias azules?

Que mediante su razonamiento y lo que se podía observar fueron deduciendo el resultado.

En el grupo que estaba a cargo de M, se les propone a los niños colaborar entre todos para entender y resolver exitosamente el resultado del desafío matemático, ya que se considera que lo más importante es que el niño entienda el desafío que se le presenta y se lleve a su casa nuevos conocimientos. En caso de que no lograran entender correctamente la consigna o el tema, se les aclara que al finalizar la actividad se procederá a realizar una explicación en conjunto de aquellos desafíos matemáticos no resueltos.

En la primera partida en la mesa de juego donde estaba M, se presentaron solo tres desafíos matemáticos, los cuales se resolvieron sin grandes dificultades, quizás esto se debió a que los desafíos que surgieron en esta primera partida eran fáciles y las consignas se interpretaban inmediatamente. En cambio en la segunda partida del juego, el desafío matemático N°5, el cual habla de suceso imposible, se resolvió con dificultad, es decir que les costó entender a que se hacía referencia, cuando se habla de un suceso imposible. El desafío se resolvió cuando comprendieron que se estaba haciendo referencia a un hecho o suceso que nunca ocurre.

Una vez que ambos grupos terminan de jugar por segunda vez. K procede a resolver algunos desafíos matemáticos que quedaron inconclusos o que no habían salido durante la jugada para resolver. También explica la fórmula de Laplace, pero como era mucha información nueva decidimos dejarla ahí, inclusive porque los niños no habían trabajado en la escuela con números decimales (ellos mismos lo dijeron al ver el desarrollo de la situación problemática), inclusive la profesora García sugirió no seguir con la explicación con tantas definiciones al ver a los niños un tanto confusos.

Luego con la ayuda de material concreto se resuelven los desafíos matemáticos 1 y 10. Se permite que los participen manipulen el material concreto y puedan vivenciar los desafíos matemáticos.

Cuando ya estábamos por dar por terminada la jornada Franco, uno de los niños que concurrió le pregunto a K ¿Qué era probabilidad? Y luego de la explicación que K le dio dijo que ahora si entendía, pero lo que no entendía era ¿cuál es la diferencia entre azar y aleatorio? fue un momento inesperado y que además no supimos explicar entre las tres, por lo que se le dio intervención a la docente de Didácticas de la Matemáticas, que como ya mencionamos estaba presente. Desde luego que dicha aclaración nos ayudo a nosotras también porque sinceramente en ningún momento se nos había ocurrido que nos harían preguntas de este tipo. Son situaciones, que como lo han planteado las profesoras en los presenciales, pueden surgir y debemos estar preparadas para tales situaciones. Los niños miran y le toman importancia a las cosas desde otro punto de vista o bien las interpretan de otra manera, la cual nosotros no podemos situarnos en este lugar para explicarlas, en ese momento y nos sentimos por un momento confundidos.

Para finalizar se les agradece la participación de todos los niños/ñas y se comparte una merienda. Antes de que se retiren del lugar, se les entrega un presente con golosinas.

- Explicitando el criterio de segmentación

Se ha dividido el registro en varias secuencias significativas, teniendo como objetivo ordenar la información y así luego poder realizar el Análisis propiamente dicho. Recordando que cada segmento, se establece de acuerdo a un criterio. De esta manera, las distintas segmentaciones se realizaron teniendo en cuenta los diferentes momentos de la clase: Inicio, Desarrollo y Cierre.

- Extensión adecuada:

Para la extensión de la misma se tiene en cuenta los hechos más significantes en los tres momentos seleccionados. Dichos sucesos son relevantes y que nos aportan para nuestro próximo análisis propiamente dicho.

Análisis (propiamente dicho)

- Definición previa de un eje de análisis:

Para dar comienzo con el Análisis didáctico es importante, mencionar que el mismo: "…es una herramienta valiosa para el desempeño profesional. Es una práctica que, mediante un proceso, que enseguida se presenta, le permite al docente producir mejoras en su práctica de enseñanza…”

Se realiza con la intención de obtener un mayor nivel de comprensión del objeto de análisis.

Consiste en comprender las situaciones de enseñanza desde los fundamentos teóricos.

Es importante tener presente que el análisis didáctico no es un Marco Teórico, no es una planificación y se sustenta en los registros que se obtengan durante la aplicación.

- Implica la construcción de nuevos significados y reconstrucción del dato:

“La principal razón para introducir el estudio de las situaciones aleatorias y las nociones básicas sobre probabilidad en la enseñanza primaria es que las tales situaciones son frecuentes en la vida cotidiana” . Si bien nuestra propuesta innovadora no se llevó a cabo en un ámbito escolar, por las razones antes expuestas; nuestro propósito fue que los niños que participaron en esta experiencia incursionen en el mundo de la probabilidad, acercándose a conceptos básicos mediante el juego, y como le hemos manifestado durante el encuentro a los niños, algunos de las situaciones y hechos cotidianos, que le adjudicamos a la buena suerte, tiene su explicación gracias a la probabilidad.

- Interpretación de los datos a la luz de la teoría de la enseñanza del “objeto de conocimiento”.

Durante la aplicación y luego en el análisis y reflexión de los registro in situ, hemos llegado a la conclusión que la propuesta les fue muy interesante a los niños y entretenida. Pero a la hora de poder transmitir los conocimientos relacionados con la probabilidad (que este era nuestro objetivo) nos costó un poco el poder llevar las definiciones específicas a un nivel que los niños pudieran entender.

Por momentos los invadimos con definiciones y pudimos observar que ante la incomprensión los niños perdían el interés en el momento del cierre.

En el momento que realizamos las explicaciones con los materiales concretos (como las medias y las pelotitas de telgopor) y ellos participaban realizando intervenciones pudieron comprender a que nos referíamos, con las definiciones que les dábamos. En este punto pudimos comprobar lo que mencionan los autores Díaz Godino, Batanero y Cañizares, en Azar y Probabilidad, donde manifiestan que, ()… el carácter aleatorio de un fenómeno será apreciado por el niño a través de observaciones de múltiples aspectos de su entorno, así como por medio de la realización de actividades y juegos... () , Ya que en el momento que comenzamos a dar las definiciones los niños aparentaban no comprender, sumándole que esto era algo totalmente desconocido, pero en el momento que se comenzó a explicar y realizar la demostración, la participación mejoro.

Por lo que no hemos dado cuenta, que si tuviéramos que realizar nuevamente la actividad innovadora, debemos trabajar (en estas edades) con acertijos que les permita razonar, acudir al pensamiento lógico, tal vez desde la cotidianeidad y no abordar a los niños con definiciones tan específicas como "¿Qué es un suceso aleatorio?, sin tener una previa noción los niños. Pero si realizar actividades que nos permitan llegar hasta ese concepto, mediante actividades, deducciones, etc.

- Referente empírico (referente teórico)

Los niños se presentaron muy predispuestos a jugar con nuestra innovadora, más allá que los elementos eran bien caseros (dados y tableros), igual lo disfrutaron.

Como hemos mencionado el tiempo, el tiempo en el que se llevó a cavo fue el justo, ya que se comenzaba hacer monótono el juego.

La interacción entre los niños y nosotras fue dinámico.

El interés por desarrollar la propuesta comienza a cesar cuando le presentamos los desafíos (las preguntas) que ellos no lograban comprender, debido a que era un tema desconocido para ellos, las respuestas (sobre los desafíos) no le eran comprensibles por estar llenas de palabras desconocidas o que les costaba asociarla con la realidad; pero cuando trabajábamos con materiales concretos su actitud resultaba más participativa y amena.

Bibliografía:

Didáctica de la Matemática. Material de cátedra. Sobre el proceso de Análisis Didáctico.

Valeria García, Claudia Malik de Tchara. Power Point (V C). Análisis Didáctico. Didáctica de la Matemática.

E, Barrenechea. Registro de Observaciones. Actividad Innovadora. 03/10/2016.

M, Gabriel. Registro de Observaciones. Actividad Innovadora. 03/10/2016.

K, Quintana. Registro de Observaciones. Actividad Innovadora. 03/10/2016.

Juan D. Godino. Matemáticas para Maestros. Estocástica para Maestros. Capítulo 2. Probabilidad Ed. Octubre 2004. Página 359- 377.

Díaz Godino, Juan. Batanero Bernabeu, Carmen. Cañizares Castellano, María Jesús. Fundamentos didácticos. Azar y Probabilidad. Capítulo 1.

Producción del grupo 3, participantes A, B, I y N

Análisis Didáctico: Implementación de la actividad innovadora

Este análisis didáctico tiene la finalidad de contrastar la actividad planificada y realizada en la Residencia del Antiguo Hotel Colón el viernes 7 de Octubre entre las 17:30 hs y las 19:00 hs. El análisis se desarrolla en función de los contenidos y aprendizajes que esperábamos poner en juego y lo que finalmente sucedió en el trayecto de la actividad.

El contenido seleccionado para trabajar fue la asignación de probabilidades: sucesos seguros, imposibles y posibles. La estrategia didáctica era la implementación de un juego de dados donde los niños debían arrojar dos dados, sumar los números que habían obtenido y registrarlos en un tabla según si el resultado había sido par o impar. Contaban con tres fichas rojas y tres fichas verdes, en función de ello colocaban una ficha de color rojo o verde y al quedarse sin fichas ganaban.

Como propósitos docentes, especificados en la planificación de la actividad, se pretendía: “brindar a los niños una situación de enseñanza que pueda ser significativa para ellos y que les permita experimentar y ser conscientes de algunos conceptos acerca del azar que pueden suceder también en situaciones de la vida cotidiana.

Se espera que los niños reconozcan y comprendan la aleatoriedad de los sucesos, sus probabilidades de ocurrir y algunos de los conceptos de probabilidad implicados y que puedan utilizarlos correctamente cuando lo necesiten….lo recomendable sería que ellos puedan ir descubriendo y buscando otras formas de realización del mismo, favoreciendo su aprendizaje y desarrollo de su subjetividad y conceptualizando su conocimientos previos o nociones [reformulado a partir de la devolución del equipo docente] sobre probabilidad, azar, etc..”

Los resultados esperados, finalmente, consistían en que los alumnos tomen conocimiento de conceptos de probabilidad, azar, sucesos posibles, seguros e imposibles, fenómenos aleatorios y deterministas y puedan utilizarlo en una situación determinada, como es el juego propuesto, intentando elaborar estrategias para ganar, a partir de asignar probabilidades a distintos sucesos.

Antes de comenzar con el juego pudimos indagar algunas nociones de los niños sobre probabilidad. Si bien, observamos que bajo ese término no lo conocen, sí pudimos descubrir que saben que existen determinados juegos y situaciones de la vida cotidiana, que no pueden determinar los resultados, como la lotería, el bingo, partidos de fútbol, el tiempo. Son todos juegos que ellos conocen, juegan y ven. También supieron determinar algunas situaciones que sí se sabe con certeza lo que va a pasar, por ejemplo si arrojan al piso un objeto de material frágil, se romperá.

Esto nos permitió ir explicando lo que es la probabilidad, qué fenómenos estudia, el azar, los fenómenos aleatorios y deterministas, y otros aspectos relacionados.

- El juego

En principio, el juego seleccionado, permitía desplegar muchos contenidos, algunos algo más complejos que la asignación de probabilidades. Consideramos, en este sentido, que podríamos haber seleccionado uno más simple, que permitiese desarrollar los contenidos asignados y por consiguiente , la apropiación de los niños. La complejidad misma del juego, es decir, el hecho de sumar, ver si es par o impar, registrar; ya era suficiente como para, además, agregarle la complejidad del contenido. Teniendo en cuenta, también, la heterogeneidad del grupo de niños y niñas.

Igualmente, esto no es motivo por el cual se pueda decir que no fue fructífero. Todo lo contrario, consideramos que despertamos el interés de los niños, que, si bien estaban un poco aturdidos y confundidos, se mostraron interesados y dispuestos a realizar el juego, haciendo preguntas, transmitiendo sus opiniones, sus nociones, haciendo conjeturas sobre cómo ganar. Consideramos que lograron nociones de conceptos como probabilidad, relacionándolos con juegos de azar y algunas situaciones como la predicción del tiempo y resultados de actividades deportivas.

En la introducción, fueron explicadas las reglas de juego, las cuales no quedaron muy claras, y omitimos algunos puntos importantes como quién ganaba y la manera de registrar, pero en el devenir del juego los fuimos explicando. Por ejemplo, en un grupo específico, no había logrado comprender de qué manera hacer el registro, ya que en una columna decía pares y en otra impares, los integrantes, entonces, explicaron que anotaban sólo cuando salían exclusivamente los dos dados pares o los dos dados impares, omitiendo cualquier otra combinación. Por esta razón, nunca lograban obtener resultados impares (la suma de dos números par da resultado par, y la suma de dos números impares da como resultado un número par).

Como esperábamos, cada grupo definió diversas estrategias de repartición de fichas: unos repartieron verdes para unos y rojas para otros, otros repartieron mitad y mitad, otros tomaban una ficha de un montoncito cada vez que era necesario.

● Los recursos

Los recursos que utilizamos: tablet y celulares con dados virtuales; fueron seleccionados para motivar el interés del niño hacia la actividad. Logramos observar, que los aprendizajes se tradujeron en adquisición de nociones y en algunos casos, la reafirmación de ellas y un marcado interés hacia el juego. Si bien, todos los niños se vieron involucrados, los que poseían elementos tecnológicos, estaban más ansiosos, incluso sin describir para qué íbamos a utilizarlos ellos mismos optaron por explorar el recurso, agregando dados, agitando los teléfonos simulando una tirada.

Por otra parte, la forma de registro seleccionada, tal vez fue algo compleja para algunos, si bien explicamos cómo realizar el registro, el formato de la tabla se prestó a confusiones por parte de algunos niños, que no sabían si registrar en las columna los dados obtenidos o el resultado. Esto , por ejemplo, producía distintos resultados en el juego, dado que , como se mencionó anteriormente, algunos descartaban los dados si no salían todos pares o todos impares, volviendo a tirar, y produciendo que los resultados siempre sean pares, por lo tanto se iban a descartar sólo de las fichas rojas que correspondían a los resultados pares.

En la organización de la actividad, habíamos pensado sumar una pizarra donde poder definir algunos términos, ir anotando resultados del juego y que el análisis grupal del juego pueda ser visualizado por los niños desde un lugar no tan abstracto, pero por imprevistos, no pudimos llevarla y fue algo que faltó, así como un registro escrito para cada niño sobre los conceptos más importantes.

- Conocimientos previos de los niños

Como mencionamos anteriormente, a través de la indagación en la introducción de la actividad, pudimos conocer algunas nociones que los niños tenían sobre el contenido, que si bien, no es sistemático, pueden reconocer que algunas situaciones se pueden determinar mediante ciertas acciones y otras no. Además pudimos conocer qué conocimientos o nociones les era necesario apropiarse para poder realizar la actividad. Mediante la indagación también, pudimos saber si todos los niños podían o sabían sumar, si sabían lo que era un número par o impar, y ayudarlos a comprender o explicar entre todos cómo hacerlo.

Según los niños, en la escuela, nunca vieron o escucharon hablar de probabilidad.

De esta manera, indagando y relacionando con situaciones que los niños suelen conocer, creemos que es posible adaptar el contenido al nivel de aprendizaje de los niños, y reforzarlo brindando una actividad o juego que les permita experimentar al respecto, crear hipótesis y comprobarlas.

- Contenidos en juego

Los contenidos que se esperaba trabajar es la asignación de probabilidades, sucesos seguro, imposible y posible. Para lo cual era necesario, distinguir un fenómeno aleatorio de un fenómeno determinista, experimentos aleatorios y sucesos. También se definió el espacio muestral y la forma de registrar datos utilizada en probabilidad. Además, fue necesario detenerse en números pares e impares.

- Organización de la clase

Esperábamos organizar la clase de manera que los niños queden agrupados en función del nivel de aprendizaje evidenciado en la introducción. Nuestro rol general, sería entonces, acompañar a cada grupo guiándolos. El rol particular que tenía cada una era el siguiente: I realizaría la introducción del juego, explicando e indagando nociones previas, B y N asistirían a los alumnos durante el proceso de juego y A haría el análisis y cierre de la actividad.

Los niños se agruparon como habían venido, ya que algunos eran hermanitos, amigos, o se conocían. Uno de los factores que perjudicó la organización que habíamos pensado fue que, ante un imprevisto de I en la ruta, no logramos respetar lo planificado al respecto de los roles que cada una iba a cumplir, habíamos determinado distintas etapas: introducción, desarrollo del juego, análisis del juego y cierre de la clase. Nuestra intención ante la falta de I fue cubrir su rol, pero lo hicimos de manera desorganizada, algo que se vio evidenciado ya que durante la introducción , el desarrollo y el cierre de la clase no era claro quien estaba encargada, hablábamos todas y esto generaba confusión en los niños.

- Observaciones a modo de conclusión

Al finalizar la actividad, lo que más recordaban los niños y podían describir, definir con sus palabras y poner ejemplos respecto de la probabilidad, lo que estudia y su relación con la suerte y el azar. Pensamos que sería necesario profundizar en la asignación de probabilidad de un suceso realizando otra actividad o mejorando la implementación de "El dado de la suerte".

Como logros y fortalezas, destacamos que los niños llegaron sin mucha noción de probabilidad y se fueron con una noción más firme del concepto, ideas, ejemplos y experiencias, creemos que si lo hubiesen llevado escrito, hubiese sido más productivo, ya que quedaría fijado de otra manera.

Como dificultad, creemos que faltó organización y respetar la designación de roles en cada una de las responsables de la actividad, eso hubiese dado más claridad.

Respecto de las observaciones realizadas por la profesora Valeria García:

En cuanto a cómo se relacionan el azar, la suerte y la probabilidad lo hicimos creemos de manera hermenéutica filosófica tal y como ellos creemos adquirieron las nociones que tienen sobre la temática. El azar es un término que surge como consecuencia a la ignorancia sobre cómo analizar y explicar un fenómeno, en consecuencia la repitencia de un fenómeno librado a la suerte da surgimiento a la probabilidad, de que ocurra o no, y como rama de la matemática. Y fue a partir de la comparación de fenómenos o prácticas sencillas que los alumnos pueden observar en la vida cotidiana que ensayamos explicaciones para introducir los mencionados conceptos. Las nociones probabilísticas podrían haber sido adaptadas a partir de la sapienza de los conocimientos previos y estructurarlos a partir de la madurez del niño por franjas etáreas, por ejemplo "entre 6 y 7 años (fenómenos aleatorios y juegos combinatorios), 8 y 9 años los mencionados en el ejemplo anterior y frecuencias relativas, el lenguaje del azar, 10 y 12 años los anteriores más comparación y asignación de probabilidades" y así seguir avanzando de acuerdo con la propuesta tomada de Azar y Probabilidad- Díaz Godino pág. 62.

Respecto de la recuperación de los interrogantes de los niños se intentó a partir de las preguntas formuladas por nosotras tomar las respuestas que ellos pudieron ensayar para una reformulación o re pregunta que permitiera el cuestionamiento respecto de lo conversado.

En cuanto a la relación del juego con la probabilidad quisimos relacionarlo a partir de la repetición de eventos y el registro de datos es por ese motivo que se introduce el término espacio muestral, que si bien no era un contenido a dar nos permitió ejemplificar o contar la finalidad de la repetición de eventos, y en consecuencia de la probabilidad.

Producción del grupo 4, participantes R y W

ANÁLISIS DIDACTICO DE LA ACTIVIDAD INNOVADORA

El propósito de la clase de la implementación de la actividad innovadora fue el de que los niños, a través de un juego dinámico puedan adquirir y/o resignificar los conocimientos básicos de probabilidad.

La actividad se desarrolla en la escuela bíblica de la Iglesia Evangélica Pentecostal y Misionera de nuestra localidad. La misma integra a niños cuyo rango etario varía desde los dos años a los trece años de edad.

Se trabaja sobre el tema probabilidad.

Ingresamos al establecimiento con unos minutos de anterioridad para presentarnos con las maestras de la escuela bíblica y organizar cómo sería la actividad que pretendíamos dar.

Los niños en primer lugar se reúnen con sus maestras y luego de iniciar la clase con una oración, les solicitamos que se agrupen en el lugar que habíamos preparado para el desarrollo de la actividad.

Luego de saludar y presentarnos les comentamos como sería la realización de esta actividad. El día de la implementación sólo asistieron nueve niños, (generalmente asisten cerca de 28 niños). Si bien había menos alumnos de los que pensábamos para la implementación, igualmente desarrollamos nuestra propuesta.

Procedimos a mostrarles los materiales del juego y a repartirles los distintivos para la conformación de los grupos:

- Grupo verde: 1 integrante.
- Grupo celeste: 1 integrante.
- Grupo violeta: 2 integrantes
- Grupo azul: 2 integrantes
- Grupo amarillo: 1 integrante.

Luego se incorporaron dos niños más:

Grupo naranja: 2 integrantes.

Antes de conversar les realizamos unas preguntas disparadoras.

- ¿Cuántos grupos se formaron?
- ¿Cuántos integrantes tiene cada grupo?
- ¿creen que todos los equipos se encuentran en igualdad de condiciones para ganar? ¿Por qué?
- ¿Qué color creen que saldrá primero?
- ¿Qué color creen que ganará?

Se comienza con el juego, los niños ya ubicados en semicírculo comienzan a sacar sin mirar una pelotita cada uno por turnos, donde según el color que salía debían salir ellos mismos del semicírculo. Este procedimiento se reiteraba hasta que solamente quedara un participante, siendo el ganador.

Al concluir con la primera ronda del juego se les preguntó si coincidían las respuestas que ellos pensaban con el resultado obtenido para poder realizar una comparación. El ganador fue el niño que tenía el distintivo azul.

Mientras se desarrollaba nuevamente se nos presentó una dificultad, en los grupos conformados por más de un integrante ninguno de ellos quería salir primero, ya que de la manera que lo estábamos realizando eran ellos quienes debían elegir quien salía primero, entonces optamos por numerar los distintivos y las pelotitas para que fuera equitativo.

Se jugaron dos veces más y la metodología empleada fue la misma que la vez anterior con respecto a realizar preguntas sobre quién pensaban que ganaría y si ellos creían que todos tenían la misma posibilidad de ganar. Además se les preguntó si sabiendo que el color azul fue el ganador en la ronda anterior creían que ganaría nuevamente.

Finalmente en la última ronde del juego decidimos también cambiar el orden de los niños para sacar las bolitas del recipiente. En esta oportunidad el ganador es el color violeta número uno.

Al haber quedado en las dos últimas rondas un color azul y dos violetas les volvimos a preguntar quién pensaban que ganaría y por qué, y desde ahí explicamos el porqué de éstos resultados y que si bien, unos tenían más probabilidades de ganar que otros debido a la cantidad de bolitas en el recipiente no implica necesariamente que fueran a ganar porque estos son experimentos aleatorios y no deterministas, que dependen del azar.

Les explicamos que “un experimento aleatorio es cuando teniendo los mismos elementos en igualdad de condiciones nos puede dar diferentes resultados”. También para que quede más claro lo explicamos con el juego que realizamos (las pelotitas eran iguales en tamaño y textura, el recipiente era el mismo para todos, etc.).

Ya para concluir con la actividad del día completamos todos juntos un cuadro probabilístico con los grupos participantes, los casos favorables y la probabilidad, recordándoles que el azar juega una parte muy importante en estos tipos de experimentos aleatorios. También que siempre está en la vida cotidiana y que pueden aplicarlo a su vida propia en casos de que quieran saber por ejemplo quién tiene mayor probabilidad de ganar en un partido de fútbol o al jugar a las cartas, etc.

Análisis:

Eje noción de probabilidad.

Sabemos que la probabilidad estudia los fenómenos cuyos resultados no tienen un resultado cierto, sino que son imprevisibles. Uno de sus objetivos es realizar la evaluación de que un suceso ocurra o no.

Partiendo de que un suceso aleatorio son los resultados posibles de un experimento aleatorio, y de que un experimento aleatorio se caracteriza por poder obtener en idénticas condiciones, diferentes resultados. Intentamos mostrarles la diferencia a los niños entre éstos y los experimentos deterministas que son los que realizados bajo las mismas circunstancias solo tienen un resultado posible.

En el transcurso de la implementación debimos adaptar el contenido de acuerdo al nivel de los niños participantes, ya que sus edades variaban desde los dos años a los trece y por tal motivo no pudimos profundizar en su desarrollo. Nos centramos en la realización del juego teniendo que pasar por alto algunos términos específicos como la teoría de Laplace, la definición exacta de probabilidad, entre otros. Porque los más pequeños no entenderían ni prestaban mucha atención al juego, de hecho los mismos se retiraban de la ronda constantemente y lógicamente por su edad no cumplían con las reglas del juego.

De igual manera debimos realizar una adaptación al momento de confeccionar el cuadro ya que los niños no poseían las nociones de probabilidad necesarias para llegar a obtener el resultado final para completar la tabla. Para su realización deberían saber aplicar la fórmula de Laplace.

El cuadro se completó con los datos que nosotras consideramos adecuados para su nivel.

BOLITAS	CANTIDAD	CASOS FAVORABLES	PROBABILIDAD
AZUL	2	2/9	
CELESTE	1	1/9	
VERDE	1	1/9	
NARANJA	2	2/9	
AMARILLO	1	1/9	
VIOLETA	2	2/9	

La finalidad de las preguntas que realizamos antes del juego fueron con la intención de introducir a los niños en el concepto de qué es la probabilidad, qué papel juega el azar y que ellos puedan comparar finalizado el juego sí coincidieron o no los resultados con lo que anticiparon.

REFERENTE EMPÍRICO	REFERENTE TEÓRICO
- Al nombrar el término juego de azar, un niño preguntó ¿qué es el azar? - Nosotras respondimos dando ejemplos de la vida cotidiana con juegos de cartas, con el encendido de la luz a través de apretar una perilla, de los fenómenos climáticos ejemplificando la probabilidad de que llueva o no.	- El texto del autor Díaz Godino menciona que el azar es la supuesta causa de los sucesos no debidos a una intervención humana. - El carácter aleatorio de un fenómeno será apreciado por el niño a través de la observación de múltiples aspectos de su entorno, así como por medio de actividades y juegos.
-Les preguntamos qué posibilidad existía de que salga una pelotita marrón. Y contestaron que ninguna. Esto lo relacionamos	-Según Bressan suceso imposible es aquel que no es posible que llegue a realizarse.

con un suceso imposible.	
- En la finalización de las dos últimas rondas del juego quedaron los mismos colores, dos azules y uno violeta. En un caso ganó el azul y en el otro el violeta, habiendo ganado en la primer ronda el azul. Aquí dimos la noción de probabilidad explicando que teniendo igual cantidad de pelotitas, colores y participantes los resultados pueden ser diferentes. Y que también se debía tener en cuenta que tanto el violeta como el azul tenían más posibilidades por ser más unidades.	- Bressan dice que la probabilidad estudia los fenómenos cuyo resultados no tienen un resultado cierto, y evalúan la posibilidad de que un suceso ocurra o no ocurra.